

## Spis wszystkich zadań napisanych po polsku w Gezmat

Adresy autorów znajdziesz na stronie projektu (linki - nagłówek, stopka) oraz w pliku `gezmat.cxx`

Instrukcję, jak używać GEZMAT, by tworzyć własne zestawy zadań i dodawać własne zadania, znajdziesz na stronie projektu. Ten plik został wygenerowany po wywołaniu w konsoli systemu Linux polecenia: `./gezmat.bash def/all_problems_pl.gzm`

**Ważne!** Plik `def/all_problems_pl.gzm` jest tworzony po wywołaniu

```
./gezmat.bash def/pl-prepare-all-problems-config.gzm
```

Nie edytuj tych plików! Możesz zmienić nazwę pliku `def/all_problems_pl.gzm` i wtedy go edytować jako swój własny plik konfiguracyjny.

### 1 Zadanie – Ogrzewanie wody

Ile ciepła należy dostarczyć 300 g wody, aby ogrzać ją o 25 K? Wynik wyraż w kJ. Przyjmij, że ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K).

### 2 Zadanie – Ochładzanie sali

W pomieszczeniu są klimatyzatory o maksymalnej mocy chłodniczej 3 kW. W sali znajduje się 47 studentów. Można przyjąć, że każdy z nich wydziela ciepło z szybkością około 320 kJ/godz. W pomieszczeniu znajduje się także 20 żarówek, każda o mocy 80 W. Ponieważ na zewnątrz panuje wysoka temperatura, przez ścianę przenika ciepło z szybkością 7 MJ/godz. Ile klimatyzatorów powinno być włączonych, jeśli powietrze w pomieszczeniu ma być utrzymywane w stałej temperaturze 19°C?

### 3 Zadanie – Kolektor słoneczny

Na dachu zamontowany jest kolektor słoneczny o sprawności  $n = 22\%$ . Energia słoneczna docierająca do kolektora przekazywana jest do wody krążącej w rurach kolektora. Jaka jest powierzchnia kolektora, jeśli w ciągu godziny ogrzewa 213 litry wody, zwiększając jej temperaturę o 20°C? Przyjmij, że w danej godzinie natężenie promieniowania słonecznego wynosi 690 W/m<sup>2</sup>. Ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K), a jej gęstość 1000 kg/m<sup>3</sup>.

### 4 Zadanie – Ciepło właściwe ciała

Do aluminiowego kalorymetru o masie 200 g włożono kulę o masie 383 g. Następnie do naczynia wlało 22 g wrzącej wody i zamknięto kalorymetr, aby zminimalizować wymianę ciepła z otoczeniem. Po ustaleniu się równowagi termicznej układu zmierzono temperaturę wody, wyniosła ona 45°C. Temperatura początkowa kalorymetru i kuli jest równa temperaturze otoczenia i wynosi 27°C. Przyjmij, że ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K), a ciepło właściwe aluminium 900 J/(kg·K). Oblicz ciepło właściwe kuli, a następnie sprawdź w tablicy, z jakiego materiału jest najprawdopodobniej zbudowana. Zastanów się, dlaczego otrzymana wartość różni się od wartości podanej w tablicy.

substancja	ciepło właściwe J/(kg·K)
cyna	220
miedź	380
nikiel	460
glin	900

## 5 Zadanie – Topienie złota

Jubiler na stopienie złota zużył 2240 J energii. Oblicz, ile złota stopił jubiler, wiedząc, że złoto było już podgrzane do temperatury topnienia oraz że ciepło topnienia złota wynosi 64 kJ/kg.

## 6 Zadanie – Parowanie wody

Do naczynia zawierającego 0,5 kg wody włożono grzałkę o mocy 700 W, a następnie doprowadzono wodę do wrzenia. Ile wody wyparowało w ciągu 5 minut wrzenia? Przyjmij, że ciepło parowania wody wynosi 2270 kJ/kg.

## 7 Zadanie – Silnik spalinowy

Samochód jedzie po autostradzie ze stałą prędkością. By utrzymać prędkość, silnik pracuje z mocą 26 kW. Sprawność silnika wynosi 29%. Ile zapłacimy za benzynę zużytą przez samochód jadący przez 2 godziny? Cena benzyny na stacji paliw wynosi 4,74 zł/l, ciepło spalania wynosi 42 MJ/kg, a jej gęstość 0,7 g/cm<sup>3</sup>.

## 8 Zadanie – Lód w ciepłej wodzie

Blok lodu o temperaturze  $-10^{\circ}\text{C}$  i masie 290 g włożono do 900 g wody o temperaturze  $65^{\circ}\text{C}$ . Oblicz końcową temperaturę układu, zakładając, że nie następuje wymiana ciepła z otoczeniem. Przyjmij wartości: ciepła właściwego lodu 2050 J/(kg K), ciepła topnienia lodu 334 kJ/kg, ciepła właściwego wody (cieczy) 4200 J/(kg K).

## 9 Zadanie – Podgrzewanie lodu

W naczyniu znajdował się lód o masie 1 kg w temperaturze  $-12^{\circ}\text{C}$ . Naczynie to postawiono na kuchence gazowej i ogrzewano przez 0,6 min. Moc kuchenki wynosiła 9 kW. Sprawność procesu ogrzewania zawartości naczynia była równa 41%.

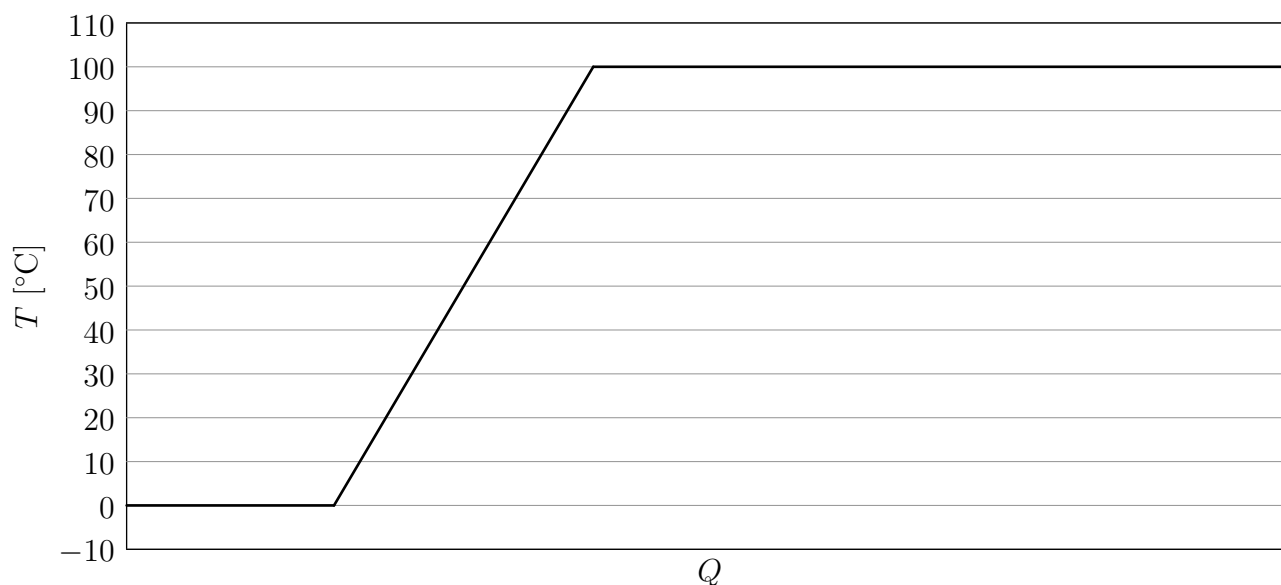
- Czy lód się stopił?
- Oblicz temperaturę końcową zawartości naczynia. Wynik podaj z dokładnością do 2 cyfr znaczących.

W obliczeniach pominięto ciepło oddane do otoczenia i naczynia. Przyjmij, że ciepło topnienia lodu wynosi  $L = 330$  kJ/kg, ciepło właściwe lodu  $c_l = 2100$  J/(kg · K), a ciepło właściwe wody  $c_w = 4200$  J/(kg · K).

## 10 Zadanie – Zjawiska cieplne

Na rysunku poniżej przedstawiono zależność temperatury próbki 4 g H<sub>2</sub>O od wymienionego z otoczeniem ciepła. Rozpoznaj i podpisz przedstawione zjawiska cieplne. Oblicz, ile kalorii próbka wymieniła z otoczeniem podczas całego procesu przedstawionego na rysunku. Potrzebne dane znajdują się w tabeli. Przyjmij, że na diagramie został przedstawiony cały proces przemiany fazowej. Uwaga, rysunek nie zachowuje skali.

ciepło topnienia/zamarzania	336000 J/kg
ciepło parowania/skrapłania	2270000 J/kg
ciepło właściwe (woda)	4200 J/(kg·K)
ciepło właściwe (lód)	2100 J/(kg·K)
ciepło właściwe (para wodna)	2000 J/(kg·K)



## 11 Zadanie – Granitowa płyta

Powierzchnia płyty granitowej to  $147 \cdot 10^3 \text{ m}^2$ , a jej grubość 5 m. Pod płytą panuje temperatura 30°C, a nad płytą  $-5^\circ\text{C}$ . Oblicz ciepło przepływające przez płytę w trakcie jednej minuty, jeśli współczynnik przewodnictwa cieplnego granitu jest równy  $2,19 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m})$ .

## 12 Zadanie – Ceglany dom

Ceglany dom ma ściany o grubości 25 cm. Wewnątrz domu utrzymywana jest stała temperatura 21°C. Temperatura powietrza na zewnątrz wynosi 13°C.

- Oblicz, ile ciepła stracimy w ciągu sekundy przez jedną ze ścian o powierzchni 19 m<sup>2</sup>. Przyjmij, że przewodnictwo cieplne cegły wynosi  $0,6 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m})$ .
- Aby zapobiec utracie ciepła, ocieplono budynek z zewnątrz warstwą styropianu o grubości 30 cm. Ile teraz tracimy ciepła przez tę samą ścianę? Przyjmij, że przewodnictwo cieplne styropianu wynosi  $0,04 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m})$ .
- Jaka temperatura panuje na złączu materiałów?

### 13 Zadanie – Wydłużenie szyny

Oblicz, o ile zmieni się długość stalowej szyny po ogrzaniu jej do temperatury  $15^{\circ}\text{C}$ , jeśli jej długość przy temperaturze  $3^{\circ}\text{C}$  jest równa 8 m. Współczynnik rozszerzalności cieplnej użytej stali jest równy  $0,99 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

### 14 Zadanie – Zegar

Pewien zegar, posiadający wahadło z niklu, odmierza dokładnie czas w temperaturze  $21^{\circ}\text{C}$ . Temperatura spadła do  $-1^{\circ}\text{C}$ . O ile więcej wahnięć w ciągu doby wykona zegar w niższej temperaturze? Przyjmij, że współczynnik rozszerzalności cieplnej niklu wynosi  $13 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ . Jeden koniec pręta z niklu zamocowany jest w taki sposób, by mógł obracać się w płaszczyźnie pionowej. Do drugiego końca pręta przymocowany jest ciężarek. Długość pręta jest znacznie większa od rozmiarów ciężarka. Pręt z niklu jest znacznie lżejszy niż przyczepiony do niego ciężarek.

### 15 Zadanie – Spadająca kulka

Z jaką prędkością powinna spadać kulka wykonana z cyny, aby przy uderzeniu o ziemię całkowicie uległa stopieniu? Zakładamy, że mimo odkształcenia pocisk pozostał w całości oraz że przy uderzeniu  $n = 35\%$  energii zostało przekazane pociskowi w formie ciepła. Temperatura początkowa kulki wynosi 296 K. Pozostałe potrzebne dane zamieszczone są w tabeli poniżej.

substancja	ciepło właściwe [J/(kg·K)]	ciepło topnienia [kJ/kg]	temperatura topnienia [ $^{\circ}\text{C}$ ]
cyna	222	59	232
ind	233	28	156
ołów	128	25	328

### 16 Zadanie – Spadająca kulka (1 wiersz tabeli)

Z jaką prędkością powinna spadać kulka wykonana z cyny, aby przy uderzeniu o ziemię całkowicie uległa stopieniu? Zakładamy, że mimo odkształcenia pocisk pozostał w całości oraz że przy uderzeniu  $n = 38\%$  energii zostało przekazane pociskowi w formie ciepła. Temperatura początkowa kulki wynosi 295 K. Pozostałe potrzebne dane zamieszczone są w tabeli poniżej.

substancja	ciepło właściwe [J/(kg·K)]	ciepło topnienia [kJ/kg]	temperatura topnienia [ $^{\circ}\text{C}$ ]
cyna	222	59	232

### 17 Zadanie – Lodowiec

Oszacuj masę stopionego lodu z lodowca, który zsunął się i zatrzymał w dolinie. Początkowo lodowiec spoczywał na wysokości 256 m nad doliną i miał masę  $7 \cdot 10^9 \text{ kg}$ . Załóż, że energia tracona przez zsuwający się lodowiec i spływającą wodę powstałą podczas topnienia lodowca powoduje dalsze topnienie lodu. Przyjmij ciepło topnienia lodu  $334 \text{ kJ/kg}$ . Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

## 18 Zadanie – Promieniowanie kuli

Gorąca kula o promieniu 5 cm, temperaturze powierzchni 700 K i względnej zdolności emisyjnej 0,66 wysyła energię w postaci promieniowania. Ile energii zaabsorbuje w ciągu 5 minut ciało doskonale czarne, które odbiera  $4 \cdot 10^{-3}$  energii promieniowania wyemitowanego przez kulę? Stała Stefana-Boltzmana wynosi  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ .

## 19 Zadanie – Statek kosmiczny Zazula

W przestrzeni kosmicznej, z dala od innych ciał spoczywał w układzie inercyjnym statek międzygalaktyczny Zazula. Na skutek eksplozji rozpadł się na trzy części. Jedna część o masie  $15,7 \cdot 10^3 \text{ kg}$  porusza się z szybkością 1,9 m/s. Druga część o masie  $22,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$  nadal spoczywa. Oblicz masę trzeciego fragmentu statku, jeśli jego szybkość jest równa 7,9 m/s.

## 20 Zadanie – Spadochroniarz

Spadochroniarz wraz z wyposażeniem ma masę 99 kg i opada na spadochronie pionowo w dół ze stałą prędkością o wartości 8,4 m/s. Dzieje się to około 300 m nad poziomem morza, a przyspieszenie ziemskie jest tam równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Oblicz siłę oporów ruchu działającą na spadochroniarza wraz z jego wyposażeniem.

## 21 Zadanie – Zderzenie wagonów

Wagon kolejowy o masie 49 ton, jadąc po poziomych torach z prędkością o wartości 1,5 m/s, uderzył w stojący skład 4 wagonów. Po zderzeniu wszystkie wagony poruszają się razem, ze stałą prędkością. Wszystkie wagony są identyczne. Można pominąć wpływ zewnętrznych sił poziomych. Oblicz:

- wartość prędkości, z jaką poruszają się wagony tuż po zderzeniu i połączeniu,
- o ile zmniejszyła się na skutek szepienia wagonów energia kinetyczna ich ruchu postępowego.

## 22 Zadanie – Kula w polu dwóch sił

Kula o masie 8 kg porusza się pod wpływem siły ciężkości oraz poziomo skierowanej, stałej siły elektrostatycznej. Wpływ innych sił jest pomijalny. Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Wartość siły elektrostatycznej to 94 N. Oblicz:

- wartość wypadkowej siły działającej na kulę,
- wartość przyspieszenia kuli,
- wartość prędkości kuli po czasie 8 s, zakładając, że początkowo znajdowała się ona w spoczynku.

## 23 Zadanie – Kula w cieczy

Pełna kula wykonana z materiału o gęstości  $940 \text{ kg/m}^3$  pływa w cieczy o gęstości  $1200 \text{ kg/m}^3$ . Cały układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym. Oblicz stosunek objętości tej części kuli, która znajduje się powyżej powierzchni cieczy, do objętości całej kuli.

## 24 Zadanie – Ołów, lód i woda

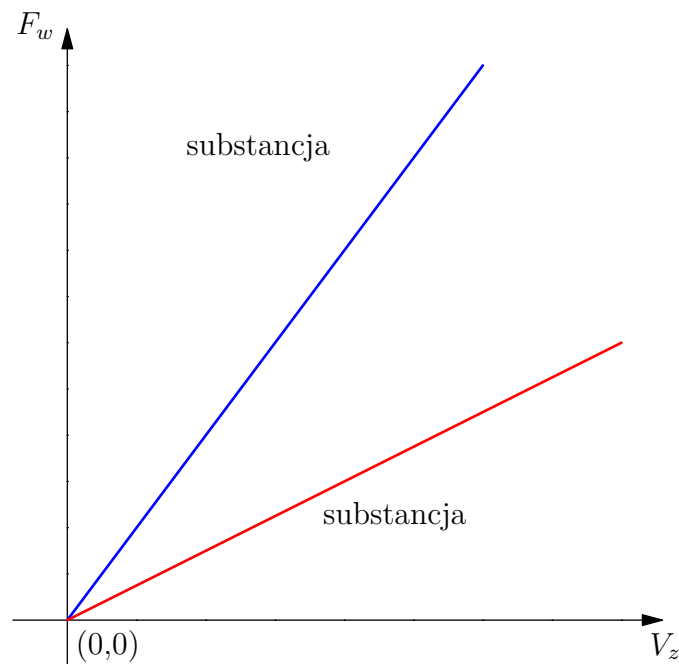
Kulę o masie 9,3 kg wykonaną ze stopu ołowiu zatopiono w lodowej kuli. Lodową kulę z zatopioną ołowianą kulą włożono do częściowo wypełnionego wodą, prostopadłościennego pojemnika, którego poziome dno ma powierzchnię  $0,41 \text{ m}^2$ . Początkowo lodowa kula z zatopioną ołowianą kulą pływała w wodzie. Gęstość użytego stopu ołowiu jest równa  $10200 \text{ kg/m}^3$ , a gęstość wody  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Lód, z którego zbudowana jest lodowa kula, powstał z zamrożenia takiej samej wody, jaka znajduje się w pojemniku. Cały układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym. Oblicz, o ile zmieni się wysokość poziomu wody w pojemniku, gdy lód stopnieje. Napisz, czy poziom wody w pojemniku się podniesie, obniży, czy się nie zmieni.

## 25 Zadanie – Która to ciecz?

Prostopadłościan wykonany z porcelany zawieszono na siłomierzu i zmierzono jego ciężar  $Q$ . Następnie zanurzano prostopadłościan w cieczy A, a później w cieczy B. Notowano przy tym wartości wskazywane przez siłomierz oraz objętość zanurzonej części prostopadłościanu. Poniższa tabela przedstawia wyniki pomiarów.

siła ciężkości $Q$ [N]	odczyt z siłomierza [N]	siła wyporu $F_w$ [N]	objętość zanurzonej części $V_z$ [ $\text{cm}^3$ ]
substancja A			
0,100	0,084	0,016	2
0,100	0,076	0,024	3
0,100	0,067	0,033	4
substancja B			
0,100	0,080	0,020	2
0,100	0,069	0,031	3
0,100	0,061	0,039	4

- a) Poniżej przedstawiono wykresy zależności siły wyporu  $F_w$  od objętości zanurzonej części prostopadłościanu  $V_z$  dla dwóch cieczy. Podpisz odpowiednio: „substancja A”, „substancja B”.



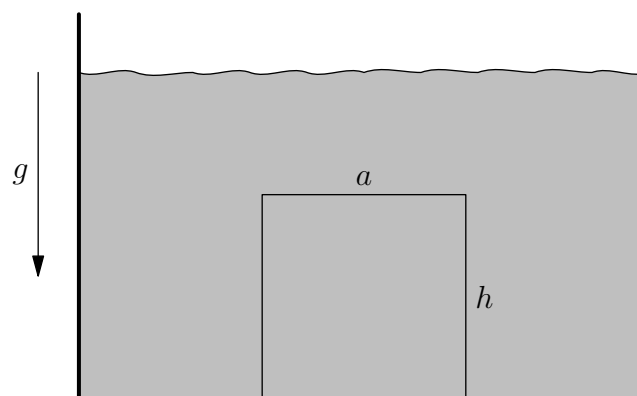
- b) Która z wymienionych niżej cieczy mogłaby być substancją A, a która substancją B? Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie wynosi  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

ciecz	gęstość [ $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ]
gliceryna	1260
woda	1000
etanol	785

- c) Jakie prawo opisuje badane tutaj zjawisko? Opisz je.

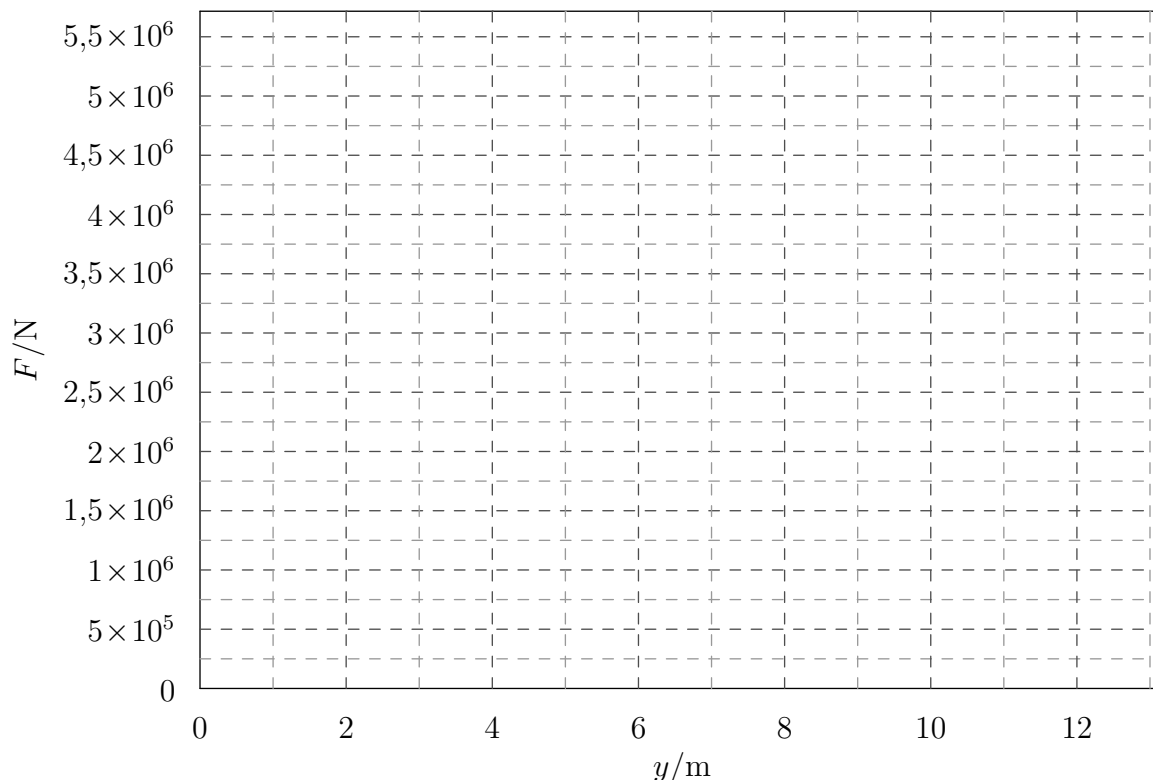
## 26 Zadanie – Wyciąganie bloku z morza

Na poziomym, kamienistym dnie morza spoczywa prostopadłościenny betonowy blok o wymiarach podstawy  $a = 6 \text{ m}$ ,  $b = 4 \text{ m}$  oraz wysokości  $h = 10 \text{ m}$ . Głębokość wody w tym miejscu wynosi  $H = 12 \text{ m}$ . Postanowiono wyciągnąć blok z wody.



- a) Przedstaw na wykresie zależność minimalnej siły  $F$  potrzebnej do wyciągnięcia bloku od położenia dolnej podstawy bryły  $y$ .
- b) Oblicz minimalną pracę, jaką należy wykonać w celu wyciągnięcia bloku z wody. Wynik podaj w kJ z dokładnością do 3 cyfr znaczących.

Przyjmij, że gęstość wody morskiej wynosi  $\rho_w = 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , przyspieszenie ziemskie  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  oraz gęstość betonu  $\rho_b = 2165 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Wyciąganie było bardzo powolne oraz odbywało się ruchem jednostajnym, pomiń opory ruchu oraz wpływ powietrza. Przyjmij, że woda znajdowała się pod całą powierzchnią dolnej podstawy spoczywającego na kamienistym dnie bloku.



## 27 Zadanie – Cegły z wykopaliska

Ilu studentów archeologii potrzeba, by wynieść 2300 cegieł z wykopaliska? Każda z cegieł ma masę 5 kg, a każdy student może wykonać pracę 41000 J, niosąc cegły samodzielnie albo w grupie. Każdą cegłę należy przenieść o 14 m wyżej w polu grawitacyjnym o natężeniu 9,8 N/kg.

## 28 Zadanie – Wahadło

Kulkę o masie 70 dag zawieszoną na długiej, nierozciągliwej i bardzo lekkiej nici przymocowanej do nieruchomego zaczepu wychylono z położenia równowagi tak, że podniosła się ona na wysokość 3 cm. Nici cały czas była napięta. Po wypuszczeniu kulka wykonuje ruch wahadłowy. Zaniedbując opory ruchu, oblicz wartość prędkości kulki w momencie przechodzenia przez położenie równowagi. Przyjmij, że przyspieszenie grawitacyjne jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

## 29 Zadanie – Wyrzutnia piłek do tenisa

Wyrzutnia w postaci prostej lufy, w której porusza się tłok o kształcie walca prostego, wyrzuca piłki o masie 57 g z szybkością  $61 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Mechanizm wyrzucający działa tak, że przez cały czas, gdy piłka jest w kontakcie z wyrzutnią, poruszający się tłok działa na piłkę stałą siłą i trwa to 0,4 s. Wiadomo, że przed uruchomieniem wyrzutni spoczywająca piłka działa na tłok siłą  $R = 0,4 \text{ N}$ .

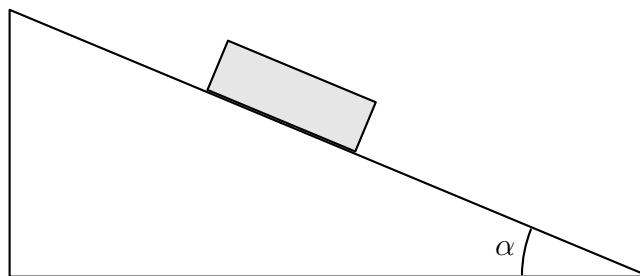


- a) Jaką siłą działa poruszający się tłok na piłkę?  
b) Oblicz średnią moc, z jaką wyrzutnia wyrzuca piłki.

Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie wynosi  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ . Pomiń opory ruchu piłki.

### 30 Zadanie – Równia pochyła (rysunek)

Po idealnie śliskiej, nieruchomej równi pochyłej o kącie nachylenia do poziomu  $\alpha = 16^\circ$  zsuwa się cegła o masie 5,2 kg. Oblicz przyspieszenie cegły. Pomiń wpływ oporu powietrza. Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Wartość kąta  $\alpha$  na rysunku może być inna od podanej.



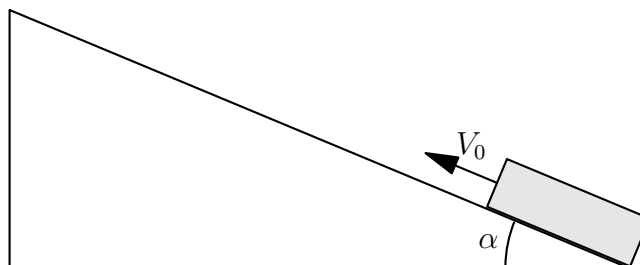
### 31 Zadanie – Równia pochyła

Po idealnie śliskiej, nieruchomej równi pochyłej o kącie nachylenia do poziomu  $24^\circ$  zsuwa się cegła o masie 5,4 kg. Oblicz przyspieszenie cegły. Pomiń wpływ oporu powietrza. Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

### 32 Zadanie – Klocek na równi pochyłej

U podstawy nieruchomej równi znajdował się klocek o masie równej 543 g, który został wystrzelony z prędkością początkową  $V_0 = 8 \text{ m/s}$  wzdłuż równi. Kąt nachylenia równi względem poziomu jest równy  $\alpha = 30^\circ$ . Współczynnik tarcia kinetycznego klocka o powierzchnię równi wynosi 0,9.

- a) Oblicz opóźnienie klocka podczas ruchu wzdłuż równi.  
b) Oblicz, po jakim czasie klocek się zatrzyma.  
c) Oblicz, jaką drogę pokona klocek podczas tego ruchu.

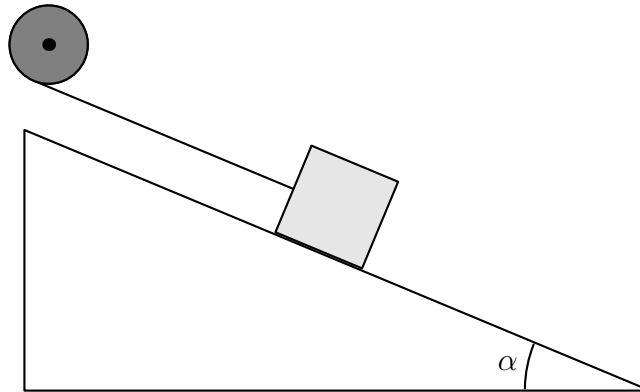


### 33 Zadanie – Sześciian na równi

Na nieruchomej równi pochyłej, o kącie nachylenia  $\alpha = 40^\circ$ , która stoi na poziomym stole, znajduje się nieruchomy sześcienny klocek, o masie 22 dag i o długości krawędzi 8 cm. Do klocka przyczepiono i poprowadzono nić równoległą do równi. Reszta nici jest nawinięta na jednorodny, walcowy blok o masie 87 dag, który może obracać się bez tarcia wokół swojej osi. Najniżej położona krawędź sześcianu znajduje się 70 cm nad stołem.

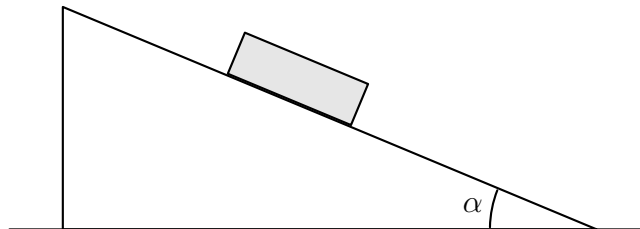
- Ile wyniesie przyspieszenie sześcianu podczas zsuwania się?
- Ile wyniesie czas zsuwania się sześcianu do momentu, gdy najniższa krawędź dotknie blatu stołu?

Współczynnik tarcia kinetycznego i statycznego między klockiem a równią wynosi 0,5.



### 34 Zadanie – Jeżdżąca równia

Z jakim przyspieszeniem powinna poruszać się równia pochyła w kierunku poziomym, o kącie nachylenia  $\alpha = 25^\circ$ , aby leżący na niej prostokątny klocek nie przesuwał się względem równi? Współczynnik tarcia statycznego między ciałem a równią wynosi 0,2.



### 35 Zadanie – Rozpędzanie z oporem

Na lodowisku stoi łyżwiarz o masie 57 kg. Kolega rozpędza go, działając na łyżwiarza poziomą siłą o wartości 48 N na drodze 2,8 m. Wiedząc, że działająca na łyżwiarza pozioma siła oporu ma wartość 11 N, oblicz szybkość, z jaką łyżwiarz będzie się poruszać po rozpędzeniu.

### 36 Zadanie – Pocisk

Wystrzelono poziomo pocisk o masie 42 g, który przebił drzewo wzdłuż jego średnicy o długości 47 cm. Prędkość pocisku tuż przed uderzeniem w drzewo była równa 559 m/s, a po przejściu przez drzewo zmniejszyła się do 439 m/s.

- Ile wynosi praca sił oporu?
- Ile wynosi wartość opóźnienia kuli?
- Ile wynosi czas przebijania drzewa?

Załącz, że pocisk podczas przebijania drzewa poruszał się tylko poziomo, ze stałym opóźnieniem.

### 37 Zadanie – Krążek hokejowy

Znajdź szybkość początkową poruszającego się po poziomym lodowisku krążka hokejowego, jeżeli przed zderzeniem z bandą przebył drogę 6 m, a po zderzeniu przebył drogę 4 m do chwili zatrzymania się. Współczynnik tarcia kinetycznego krążka o lód wynosi 0,09. Przyjmij, że podczas zderzenia z bandą nie ma strat energii mechanicznej.

### 38 Zadanie – Droga hamowania

Oblicz, jaką drogę pokona samochód od momentu pojawienia się przeszkody. Samochód poruszał się na asfaltowej powierzchni z prędkością początkową 30 km/h. Typowy czas reakcji kierowcy, czyli czas, jaki upływa od chwili pojawienia się przeszkody do chwili wciśnięcia pedału hamulca, wynosi 0,8 s. Przyjmij, że wciśnięcie pedału hamulca blokuje koła. Współczynnik tarcia kinetycznego opon o suchą nawierzchnię asfaltową wynosi 0,85.

### 39 Zadanie – Spacer z sankami

Dziecko ciągnie sanki ze stałą prędkością, po poziomym boisku, wzdłuż odcinka o długości 40 m. Oblicz pracę, jaką wykona ono przy ciągnięciu, jeśli siła napięcia sznurka wynosi 67 N i tworzy on kąt  $35^\circ$  z poziomem.

### 40 Zadanie – Ukośna siła

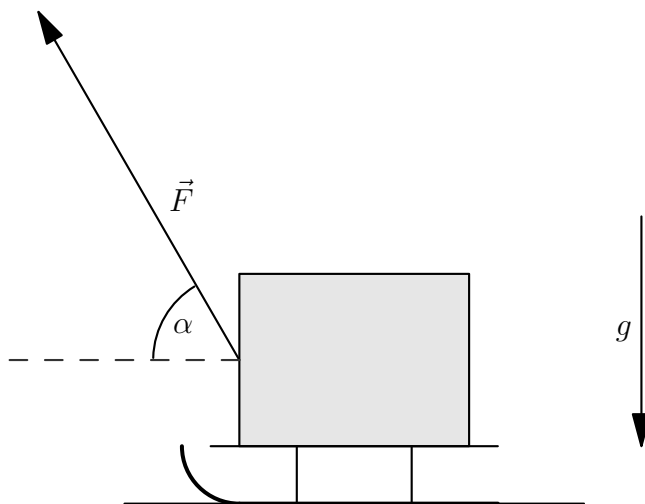
Na poziomej podłodze znajduje się początkowo spoczywający klocek o masie 0,9 kg. Przykładamy do niego siłę  $F = 7$  N skierowaną pod kątem  $\alpha = 45^\circ$  do poziomu. Przyjmij, że współczynnik tarcia kinetycznego i statycznego klocka o podłogę wynosi 0,07.

- Oblicz przyspieszenie klocka.
- Jaką drogę pokona klocek w ciągu pierwszych pięciu sekund ruchu?
- Jaką drogę pokona klocek w trzeciej sekundzie ruchu?

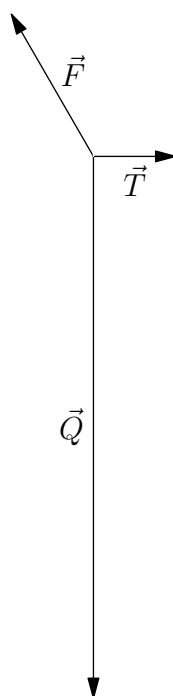


## 41 Zadanie – Sanki

Mama ciągnęła sanki z dzieckiem po śniegu, działając siłą o wartości  $F = 72$  N. Sznurek podczas ruchu był cały czas napięty i nachylony do poziomu pod kątem  $\alpha = 60^\circ$ . Masa sanek i dziecka wynosiła  $m = 40$  kg. Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie wynosi  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  oraz że ruch był jednostajny prostoliniowy i odbywał się w poziomie.



- a) Oblicz pracę, jaką wykonała mama, ciągnąc sanki z dzieckiem na drodze  $s = 134$  m.
- b) Na poniższym rysunku przedstawiono następujące siły działające na sanki z dzieckiem:  $\vec{F}$  - siła ciągnąca,  $\vec{T}$  - siła tarcia,  $\vec{Q}$  - siła ciężkości. Brakuje na nim pionowej składowej siły reakcji podłoża  $\vec{R}$ . Zaznacz ją na tym rysunku, zachowaj odpowiednie proporcje.



c) Oblicz współczynnik tarcia kinetycznego  $\mu$  sanek o śnieg.

## 42 Zadanie – Przyśpieszenie planety

Oblicz wartość przyśpieszenia, z jakim porusza się planeta MLCM wokół gwiazdy PRPL. Przyjmij, że MLCM i PRPL są punktami materialnymi o masach odpowiednio  $2,54 \cdot 10^{24}$  kg i  $4,47 \cdot 10^{30}$  kg, a planeta porusza się ze stałą szybkością w odległości  $115 \cdot 10^6$  km od gwiazdy. Stała grawitacji  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>. Zagadnienie rozważ w układzie inercyjnym. Wpływ innych ciał jest nieistotny.

## 43 Zadanie – Samochód na moście

Z jaką prędkością ma jechać samochód po wypukłym moście, o promieniu krzywizny 74 m, aby w najwyższym punkcie mostu siła, jaką most działa na samochód, wynosiła 10% ciężaru samochodu?

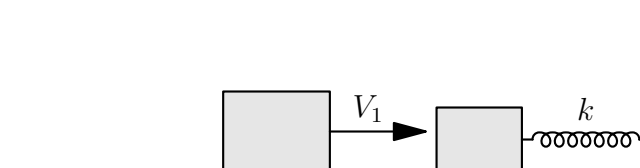
## 44 Zadanie – Obrót Ziemi

Oblicz:

- z jaką prędkością liniową na równiku powinna obracać się Ziemia wokół własnej osi, aby ciężar człowieka stojącego na równiku stanowił 78% siły grawitacji działającej na niego.
- ile wynosi ciężar człowieka o masie 65 kg na równiku, jeżeli liniowa prędkość Ziemi, wynikająca z jej ruchu obrotowego, w tym miejscu wynosi 1667 km/h.

## 45 Zadanie – Zderzenie niesprężyste

Na poziomym, bardzo śliskim stole znajduje się sześcienny klocek o masie 0,5 kg. Do jednej z jego ścian jest przymocowana nieodkształcona sprężyna o współczynniku sprężystości  $k = 164$  N/m, której drugi koniec jest przyczepiony do ściany, a sprężyna jest równoległa do blatu stołu. W pewnym momencie z klockiem tym zderza się drugi sześciąt o masie 1,1 kg, poruszający się z prędkością  $V_1 = 2$  m/s. Oblicz maksymalne ściśnięcie sprężyny, jeśli klocki w momencie zderzenia zlepiają się.



## 46 Zadanie – Sprężyna

Do wiszącej pionowo w polu grawitacyjnym sprężyny, podwieszono odważnik o masie 0,3 kg i zauważono, że wydłużyła się ona o 1,5 cm.

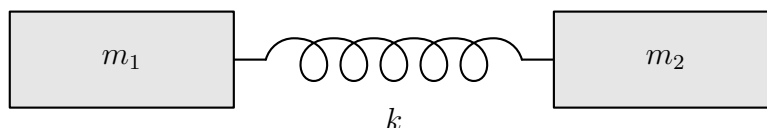
- Oblicz okres pionowych drgań wahadła sprężynowego, zbudowanego z opisanej sprężyny i podwieszonej kulki o masie 0,9 kg.
- Sprężynę przecięto tak, że powstały dwie identyczne sprężyny i do jednej z nich podwieszono klocek o masie 1,35 kg. Oblicz okres drgań takiego wahadła sprężynowego.

## 47 Zadanie – Drażek pogo

Janek uwielbia skakać na drażku pogo, którego wysokość bez obciążenia wynosi 105 cm. Gdy Janek stoi na drażku, wysokość drażka zmniejsza się o 10 cm i o tyle samo ściskana jest sprężyna. Na jaką wysokość ponad ziemię jest się w stanie wzbic Janek, wykorzystując jedynie energię zgromadzoną w ściśniętej sprężynie, gdy minimalna wysokość drażka podczas odbicia będzie wynosić 74 cm? Janek waży 58 kg, a masę drażka pogo można pominąć.

## 48 Zadanie – Dwa ciężarki połączone sprężyną

Wyznacz okres drgań układu składającego się z dwóch ciężarków o masach  $m_1$  i  $m_2$  połączonych bardzo lekką sprężyną o współczynniku sprężystości  $k$ . Rozważ tylko drgania, przy których sprężyna nie wygina się na boki. Pomiń wpływ innych ciał. Uzyskaj również wynik liczbowy dla  $k = 54 \text{ N/m}$ ,  $m_1 = 2 \text{ kg}$  oraz  $m_2 = 3 \text{ kg}$ .



## 49 Zadanie – Ciężarek na lince

Przymocowany do linki ciężarek o bardzo małych rozmiarach rozkręcono tak, że w czasie 0,97 s zakreśla okrąg o promieniu 109 cm. Linkę można skracać, wyciągając ją w punkcie zamocowania, czyli w środku okręgu, po jakim porusza się ciężarek. Oblicz okres obiegu tego ciężarka po okręgu, jeśli promień okręgu zostanie zmniejszony do 54 cm. Pomiń wpływ oddziaływań grawitacyjnych oraz oporów ruchu.

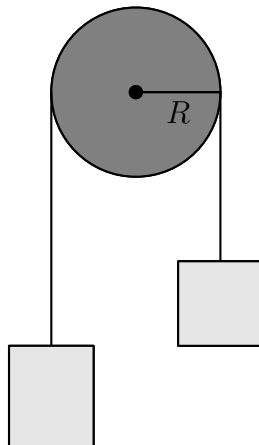
## 50 Zadanie – Tarcza

Na środku tarczy o średnicy 2 m i masie 112 kg, znajduje się człowiek o masie 61 kg. Układ ten obraca się z częstotliwością 18 obr./min. wokół osi symetrii obrotowej tarczy. Oblicz częstotliwość układu, gdy człowiek w wyniku przejścia wzdłuż promienia tarczy znajdzie się w odległości 0,4 m od jej środka. Wynik podaj w hercach. Tarcza jest jednorodnym walcem. Potraktuj człowieka jako punkt materialny.

## 51 Zadanie – Maszyna Atwooda

Maszyna Atwooda zbudowana jest z jednorodnego bloczka w kształcie walca, o promieniu  $R = 0,5$  m i masie 3 kg, przyczepionego do ściany za pomocą poziomej osi. Na bloczku na nierozciągliwej nici zawieszono są dwa obciążniki o masach 2,32 kg i 1,52 kg. Masę nitki i opór na osi bloku pominię. Oblicz wartość przyspieszenia obciążników w dwóch przypadkach:

- załóż, że bloczek się nie obraca, a nić ślizga się po bloczku bez tarcia.
- załóż, że bloczek się obraca i nie ma poślizgu nici na bloczku.



## 52 Zadanie – Naturalny satelita

Oblicz promień kołowej orbity naturalnego satelity o masie  $76 \cdot 10^3$  kg okrążającego w czasie 15,8 h jednorodną planetę o masie  $424 \cdot 10^{22}$  kg. Stała grawitacji  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

## 53 Zadanie – Zmiana orbity

Sztuczny satelita Marsa *MPT19* o masie 500 kg znajduje się w odległości 4700 km od powierzchni Marsa. Postanowiono, że zostanie on przeniesiony na dalszą orbitę, która znajduje się w odległości 8200 km od powierzchni tej planety. Jaką trzeba wykonać pracę podczas przenoszenia, jeżeli przyspieszenie grawitacyjne na Marsie wynosi 3,69 m/s<sup>2</sup>, a masa tej planety stanowi 10% masy Ziemi?

## 54 Zadanie – Prędkość ucieczki

Masa jednorodnej, sferycznie symetrycznej planety *Z90*, stanowi 36% masy Ziemi, a jej promień wynosi 13200 km. Oblicz:

- prędkość ucieczki ciała z planety *Z90*.
- ile wynosi stosunek wysokości uzyskanej przez ciało na planecie *Z90* do wysokości uzyskanej na Ziemi podczas rzutu pionowego w górę, jeżeli nadajemy mu prędkość początkową równą 15 m/s. Załóż, że dla wysokości dużo mniejszych od promienia planety pole grawitacyjne jest jednorodne.

## 55 Zadanie – Tunel średnicowy

Oblicz szybkość, z jaką poruszałaby się jednoosobowa kapsuła w odległości 7200 km od środka planety RBRTHK w tunelu wydrążonym wzdłuż jej średnicy. Przyjmij, że planeta RBRTHK jest jednorodną kulą, jej masa jest równa  $8,33 \cdot 10^{24}$  kg, a jej promień 8400 km. Kapsuła porusza się tylko pod wpływem pola grawitacyjnego planety, a na początku podróży, na powierzchni planety spoczywała. Zmiany pola grawitacyjnego wynikające z wydrążenia tunelu oraz opory ruchu są pomijalne. Stała grawitacji  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>. Zagadnienie rozważ w układzie inercyjnym, w którym planeta spoczywa.

## 56 Zadanie – Kosmiczny walc

Dwa kuliste, jednorodne obiekty o masach  $M_a$  oraz  $M_b$  wirują w przestrzeni kosmicznej po orbitach kołowych wokół wspólnego środka masy. W układzie inercyjnym, w którym środek układu spoczywa, okres tego ruchu wynosi  $T$ . Obiekty oddziałują ze sobą jedynie grawitacyjnie. Układ jest izolowany.

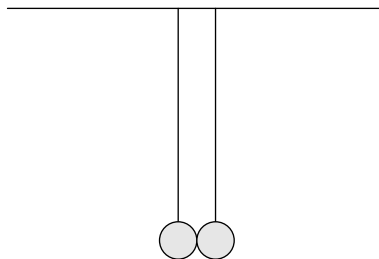
- Oblicz odległość pomiędzy środkami tych obiektów oraz promień ich orbit.
- Uprość wyniki w przypadku, gdy  $M_a/M_b \rightarrow 0$ , oraz w przypadku, gdy  $M_a = M_b$ .
- Uzyskaj również wyniki liczbowe dla  $M_a = 30 \cdot 10^{22}$  kg,  $M_b = 72 \cdot 10^{22}$  kg oraz  $T = 640$  h. Stała grawitacji  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

## 57 Zadanie – Dwie gwiazdy

Gwiazda  $A$  ma masę  $M_A$ , a gwiazda  $B$  masę  $M_B$ . Gdy były w odległości  $d_1$  od siebie, ich szybkości w pewnym układzie inercyjnym wynosiły odpowiednio  $v_{A1}$  oraz  $v_{B1}$ . Gwiazdy oddziałują ze sobą jedynie grawitacyjnie. Układ jest izolowany. Wyznacz szybkość gwiazdy  $A$  w chwili, gdy odległość między gwiazdami wzrosła do  $d_2$ , jeśli szybkość gwiazdy  $B$  była wtedy równa  $v_{B2}$ . Uzyskaj również wyniki liczbowe dla  $M_A = 2 \cdot 10^{30}$  kg,  $M_B = 8 \cdot 10^{30}$  kg,  $v_{A1} = 58$  km/s,  $v_{B1} = 24$  km/s,  $d_1 = 4 \cdot 10^{11}$  m,  $v_{B2} = 18$  km/s,  $d_2 = 12 \cdot 10^{11}$  m. Stała grawitacji  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

## 58 Zadanie – Dwie kulki na linkach

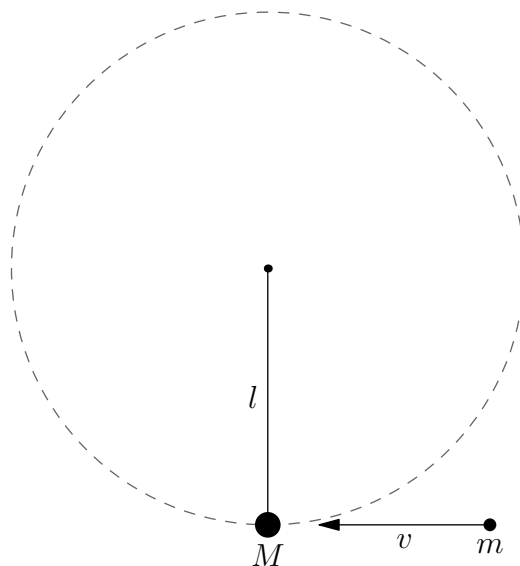
Dwie stykające się małe kulki o masach 0,9 kg i 0,5 kg wiszą na dwóch identycznych, równoległych linkach, każda o długości 0,9 m. Lżejsza kulka zostaje odchylona w płaszczyźnie linek o kąt 75° od pionu i zostaje puszczone. Kulki podczas zderzenia zlepiają się. Na jaką wysokość wzniosą się kule?





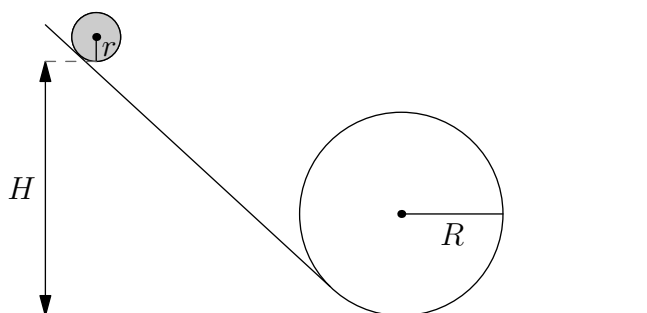
## 59 Zadanie – Postrzelone wahadło

Metalowy ciężarek o masie  $M = 242$  g wisi na bardzo lekkim sznurku o długości  $l = 44$  cm. Sznurek zaczepiony jest jednym końcem w środku masy ciężarka, a drugim w taki sposób, że po nadaniu ciężarkowi prędkości o odpowiednio dużej wartości ciężarek może poruszać się po okręgu zawartym w pionowej płaszczyźnie. W pewnej chwili w ciężarek uderza poziomo lecący z prędkością o wartości  $v$  pocisk o masie  $m = 33$  g. Pocisk zlepia się trwale z ciężarkiem. Powstałą bryłę można traktować jak punkt materialny. Jaka powinna być minimalna wartość prędkości pocisku, aby utworzona bryła zatoczyła pełny okrąg o promieniu  $l$  w płaszczyźnie pionowej? Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8$  m/s<sup>2</sup>. Pomiń opory ruchu bryły.



## 60 Zadanie – Pętla śmierci

Z jakiej minimalnej wysokości należy puścić jednorodną kulę o promieniu  $r = 0,05$  m, żeby pokonała ona *pętlę śmierci* o promieniu  $R = 1,2$  m? Kula toczy się bez poślizgu. Pomiń opory powietrza oraz tarcie toczne.



## 61 Zadanie – Proton w polu magnetycznym

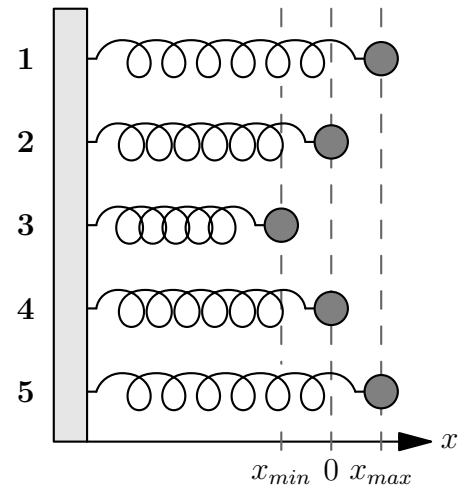
Proton porusza się z prędkością o wartości  $4000$  m/s w jednorodnym polu magnetycznym o wartości  $0,9$  T. Wektor prędkości jest prostopadły do pola magnetycznego. Oblicz przyspieszenie, z jakim porusza się proton. Ładunek protonu jest równy  $1,602 \cdot 10^{-19}$  C, a jego masa jest równa  $1,673 \cdot 10^{-27}$  kg.

## 62 Zadanie – Oscylator harmoniczny

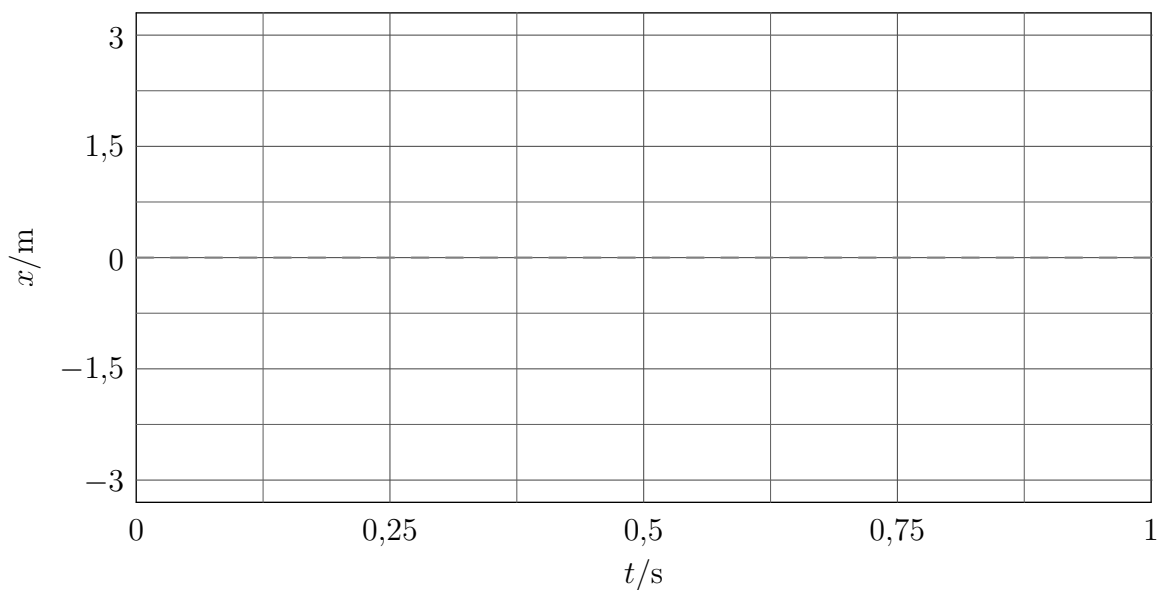
Przyjrzyjmy się prostemu układowi drgającemu, którego równanie ruchu ma postać:

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

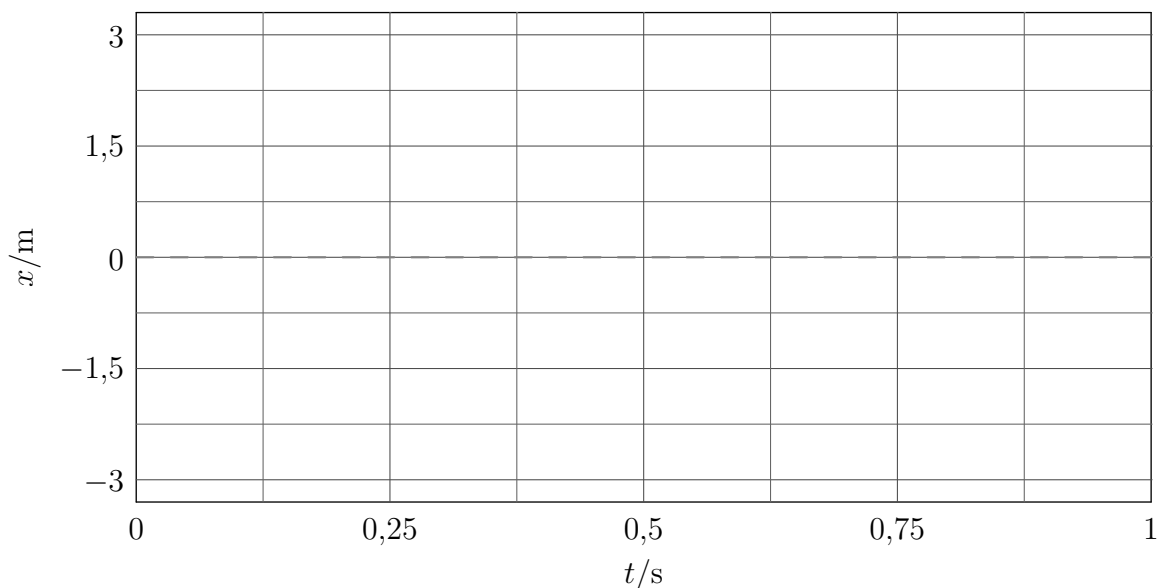
gdzie  $x_m$ ,  $\omega$  i  $\phi$  są stałymi. Na rysunku można dostrzec ekstremalne momenty ruchu kulki: 1 i 5 odpowiadają maksymalnemu wychyleniu kulki, 3 minimalnemu. W momentach 2 i 4 kulka przechodzi przez położenie równowagi.



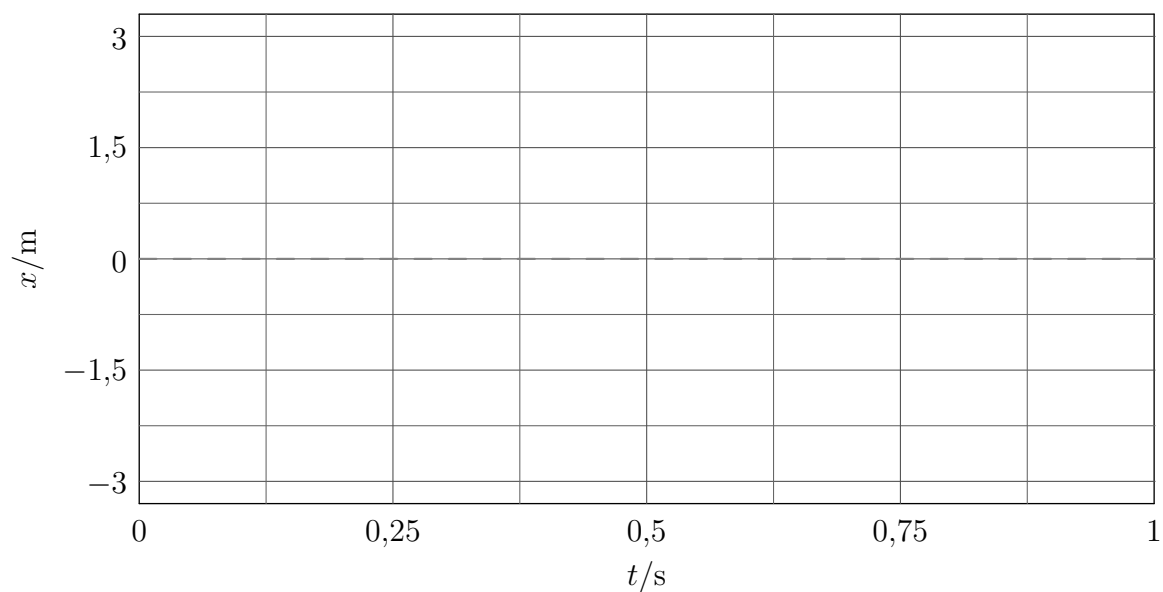
a) Narysuj wykres przedstawiający zależność położenia kulki od czasu od momentu 1 do 5.



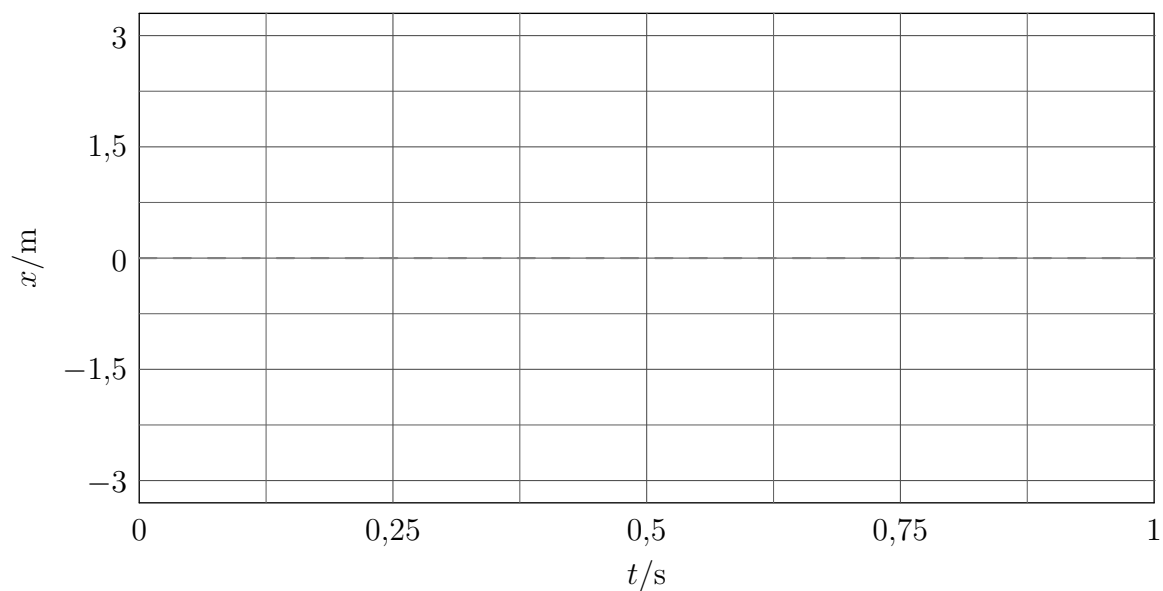
b) Narysuj wykres, na którym amplituda jest dwukrotnie mniejsza niż w podpunkcie a).



c) Narysuj wykres, na którym okres drgań jest dwukrotnie większy niż w podpunkcie a).

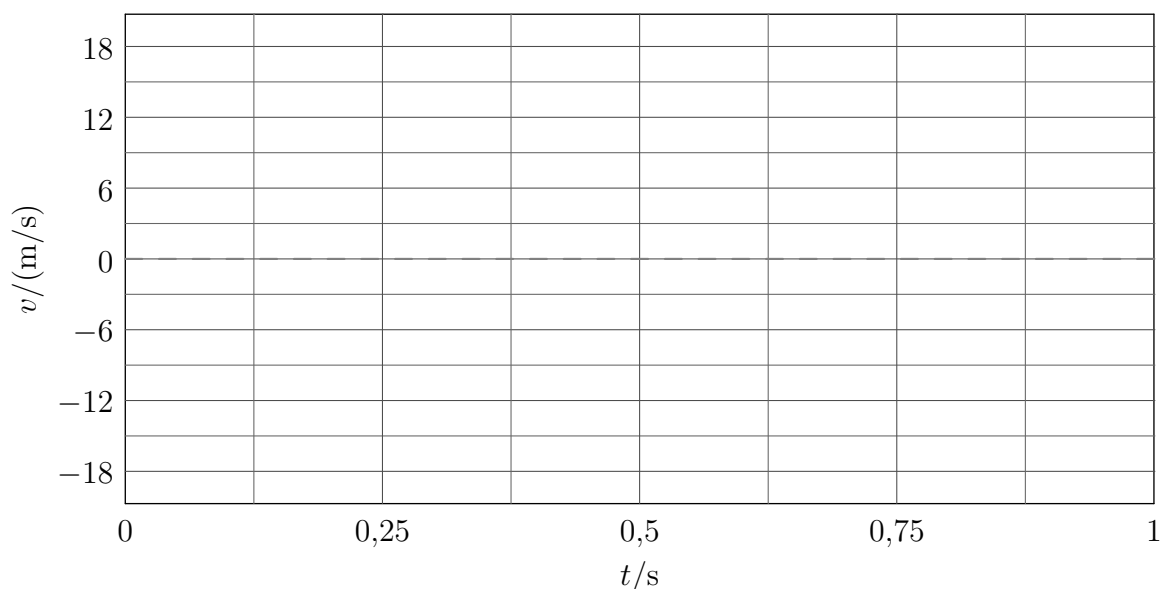


d) Narysuj wykres, na którym częstotliwość drgań jest dwukrotnie większa niż w podpunkcie a).



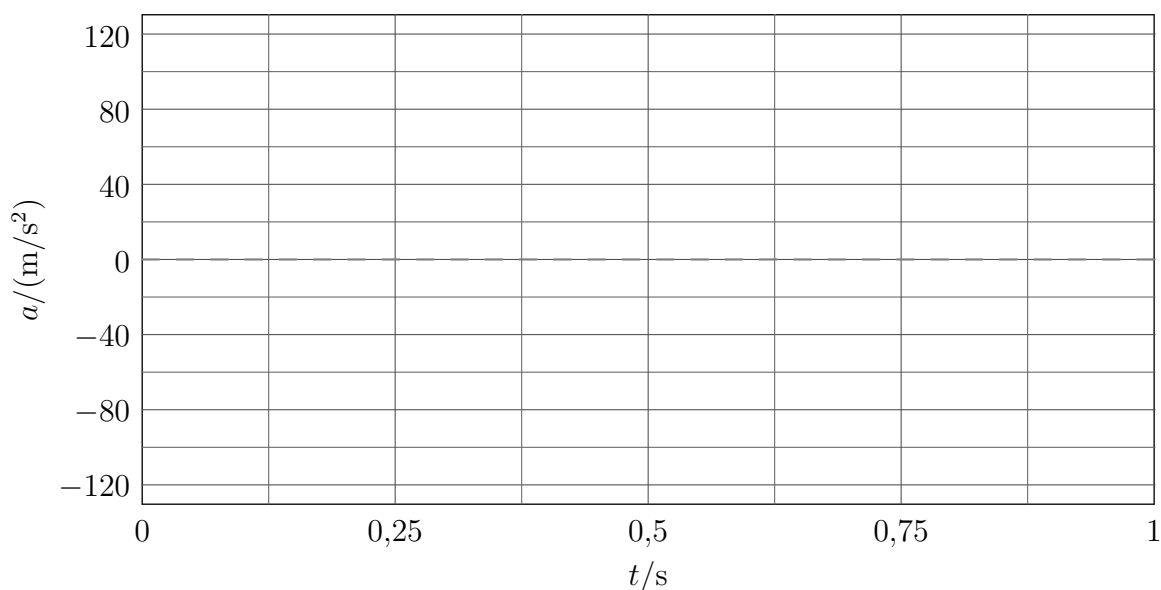
e) Jaką postać ma równanie opisujące prędkość kulki?

Narysuj wykres zależności prędkości kulki od czasu zgodny z wykresem z podpunktu a).



f) Jaką postać ma równanie opisujące przyspieszenie kulki?

Narysuj wykres zależności przyspieszenia kulki od czasu zgodny z wykresem z podpunktu a).



### 63 Zadanie – Kulka na sprężynie

Po idealnie gładkim stole porusza się kulka o masie 670 g, która umocowana jest na sprężynie o stałej sprężystości  $63 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Kulkę odciągnięto na odległość 12 cm od położenia równowagi, a następnie puszczono swobodnie. Pomiń opory ruchu.

- Wyznacz amplitudę.
- Wyznacz okres drgań.
- Wyznacz częstotliwość
- Wyznacz częstość kołową.
- Wyznacz maksymalną prędkość kulki i określ, w którym punkcie zostaje osiągnięta.
- Wyznacz maksymalne przyspieszenie kulki i określ, w którym punkcie zostaje osiągnięte.
- Wyznacz maksymalną energię potencjalną kulki i określ, w którym punkcie zostaje osiągnięta.
- Wyznacz maksymalną energię kinetyczną kulki i określ, w którym punkcie zostaje osiągnięta.

## 64 Zadanie – Drgająca ciecz

Jaś nalał pewną ciecz o objętości  $11 \text{ cm}^3$  do pionowo ustawionej U-rurki, której przekrój poprzeczny wynosił  $0,4 \text{ cm}^2$ . Następnie dmuchnął do jednego z ramion tak mocno, że poziom wody podniósł się w drugim ramieniu. Zmiany poziomu cieczy zachodzą jedynie w prostych fragmentach ramion rurki. Pomiń opory ruchu cieczy.

- Wykaż, że siła, która dąży do przywrócenia stanu równowagi, to siła harmoniczna.
- Oblicz częstotliwość, z jaką będzie drgała ciecz.

## 65 Zadanie – Wahadło na planecie

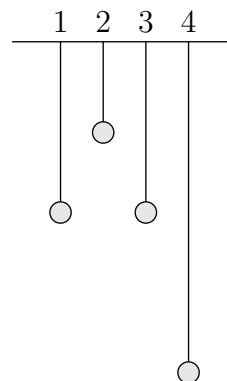
Na pewnej planecie mała kulka o masie  $45 \text{ g}$  została zawieszona na nitce o długości  $18 \text{ cm}$ . Kulka waha się z okresem wynoszącym  $0,5 \text{ s}$  oraz amplitudą znacznie mniejszą od długości nici. Opory ruchu można pominąć.

- Czy na podstawie tych danych jesteśmy w stanie wyznaczyć przyspieszenie grawitacyjne tej planety? Jeśli tak, to ile ono wynosi?
- Jak zmieni się okres wahań kulki, jeżeli zwiększymy jej masę trzykrotnie?
- Jaka musi być długość nici, aby ta sama kulka wahała się z okresem równym  $1 \text{ s}$ ?

## 66 Zadanie – Rezonans mechaniczny

Na rozciągniętej poziomo lince zawieszamy cztery wahadła. W poniższej tabeli zestawiono wartości ich długości oraz mas zawieszonych ciężarków, gdzie  $l$  i  $m$  są jednostkami odpowiednio długości i masy.

numer wahadła	1	2	3	4
długość	$l$	$0,5l$	$l$	$2l$
masa	$m$	$2m$	$3m$	$m$



Pierwsze wahadło wprowadzono w ruch. Po pewnym czasie zaobserwowano ruch pozostałych wahadeł. Które z nich miało największe wychylenie? Drugie, ponieważ znajduje się najbliżej? Trzecie, ponieważ ma taką samą długość nici? Czy może czwarte, ponieważ ma taką samą masę?

## 67 Zadanie – Łamigłówka z elektrostatyki

Do dyspozycji masz uziemienie oraz trzy jednakowe metalowe kule, dwie z nich naładowane są ładunkiem  $Q$ , a trzecia ładunkiem  $-Q$ . Otrzymaj na jednej z nich ładunek  $\frac{3}{8}Q$ . Możesz łączyć kule ze sobą oraz z uziemieniem.

## 68 Zadanie – Naładowane kule

Powierzchnie dwóch jednakowych plastikowych kul naładowano jednorodnie: pierwszej kuli ładunkiem  $-q$ , a drugiej ładunkiem  $-2q$ . Środki kul na początku były w odległości  $d$  od siebie, następnie przemieszczono jedną z kul i ta odległość wynosiła  $0,3d$ .

a) Uzupełnij luki i skreśl wyrazy tak, aby tabela zawierała prawdziwe informacje o siłach działających na kule przedstawione na rysunku.



kula 1		kula 2	
przed zsunieniem			
zwrot siły działającej na kulę 1:	w prawo/w lewo	zwrot siły działającej na kulę 2:	w prawo/w lewo
wyrażenie opisujące wartość tej siły:		wyrażenie opisujące wartość tej siły:	
po zsunieniu			
zwrot siły działającej na kulę 1:	w prawo/w lewo	zwrot siły działającej na kulę 2:	w prawo/w lewo
wyrażenie opisujące wartość tej siły:		wyrażenie opisujące wartość tej siły:	

b) Oblicz stosunek wartości siły działającej po zsunieniu do tej, która działała na początku.

## 69 Zadanie – Natężenie pola elektrycznego

Oblicz wartość natężenia pola elektrycznego w odległości 14 nm od jądra atomowego o liczbie atomowej 12. Opisz również kierunek i zwrot wektora natężenia pola elektrycznego względem jądra. Pomiń wpływ innych obiektów.

## 70 Zadanie – Przyciągnięty elektron

Oblicz pracę siły elektrostatycznej ciężkiego jonu o wypadkowym ładunku  $+3e$ , gdzie  $e$  jest ładunkiem protonu, podczas przyciągania elektronu z odległości 7 mm do 4 nm. Przyjmij, że elektron na początku i na końcu procesu spoczywa. Wynik wyraż w elektronowoltach oraz w dżulach.

## 71 Zadanie – Praca nad ładunkiem w polu dipola elektrycznego

Oblicz pracę, jaką wykonała zewnętrzna siła, przemieszczając proton po półokręgu w polu trwałego, nieruchomego dipola elektrycznego o wartości momentu dipolowego  $2,1 \cdot 10^{-30}$  Cm. Początkowo proton spoczywał na symetrycznej dipola w odległości 1,1 nm od tego dipola. Na końcu proton również spoczywał na symetrycznej dipola, ale w odległości 2,4 nm od tego dipola i po jego drugiej stronie.

## 72 Zadanie – Obrót molekuly w polu innej cząsteczki

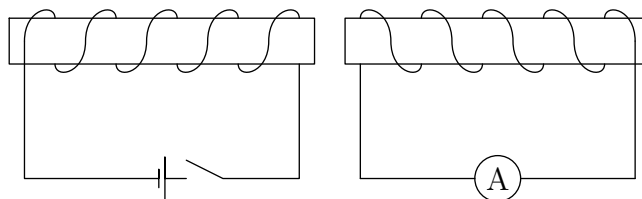
Oblicz, ile energii zostanie przekazane otoczeniu, gdy molekula posiadająca moment dipolowy o wartości  $3,5 \cdot 10^{-30}$  Cm ustawi się tak, by jej moment dipolowy był skierowany przeciwnie do momentu dipolowego drugiej, unieruchomionej molekuly znajdującej się w odległości 1,9 nm. Wartość momentu dipolowego drugiej molekuly jest równa  $17,6 \cdot 10^{-30}$  Cm. Początkowo momenty dipolowe są ustawione równolegle i mają zgodne zwroty. Momenty dipolowe są prostopadłe do wektora względnego położenia molekuł. Przyjmij, że molekuly są trwałymi dipolami punktowymi. Energia potencjalna dwóch dipoli punktowych jest równa

$$E_p = k \left( \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - 3 \frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{r}}{r} \frac{\vec{p}_2 \cdot \vec{r}}{r} \right) \frac{1}{r^3}$$

gdzie  $k$  jest stałą elektryczną,  $\vec{p}_i$  momentem dipolowym, a  $\vec{r}$  wektorem względnego położenia dipoli. Korzystając z tego wzoru, uzasadnij, które jego składowe są istotne w rozważanym problemie. Wynik wyraż w elektronowoltach oraz w dżulach.

## 73 Zadanie – Zwojnica

Na schemacie przedstawiono dwie zwojnice. W pierwszym obwodzie znajduje się bateria i włącznik, w drugim amperomierz. Po zamknięciu obwodu po lewej stronie w obwodzie po prawej stronie amperomierz zarejestrował przepływ prądu.



- Jak wyjaśnisz przepływ prądu w obwodzie po prawej stronie?
- Zaznacz na rysunku, w którym kierunku będzie płynął prąd w obwodzie po prawej stronie. Odpowiedź uzasadnij.

## 74 Zadanie – Cewka i magnes

Układ składa się z wykonanej z miedzianego drutu, podłączonej tylko do amperomierza cewki oraz trwałego, silnego magnesu. Cewka i magnes mogą być niezależnie przesuwane wzdłuż prostej, która jest jednocześnie osią cewki i magnesu (bieguny magnesu leżą na tej prostej). W poniższej tabeli, w wymienionych trzech przypadkach opisz zachowanie wartości bezwzględnej natężenia prądu,  $|I|$ , płynącego przez cewkę (*maleje, rośnie, stała i różna od 0, równa 0*) oraz wypadkowe oddziaływanie elektromagnetyczne między cewką a magnesem (*przyciągają się, odpychają się, nie oddziałują*).

opis	$ I $	oddziaływanie
Magnes jest ze stałą prędkością oddalany od nieruchomej cewki		
Cewka jest ze stałą prędkością oddalana od nieruchomego magnesu		
Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki		

## 75 Zadanie – Generator fal

Uczeń nalał wody do wanny. Na powierzchni wody położył drewnianą listewkę połączoną z generatorem drgań. Generator poruszał listewkę pionowo, ze stałą częstotliwością tak, że listewka cały czas była w kontakcie z wodą. W górnym położeniu znajdowała się co 0,24 s. Uczeń wytworzył w ten sposób na powierzchni wody falę płaską. Jej prędkość wynosi  $0,38 \frac{m}{s}$ . Oblicz częstotliwość wytwarzanych fal oraz odległość między kolejnymi grzbietami.

## 76 Zadanie – Dźwięk w piaskowcu

Prędkość dźwięku w piaskowcu jest równa 2600 m/s. Oblicz okres oraz częstotliwość fali rozchodzącej się w płycie z tego piaskowca, jeśli długość fali jest równa 0,8 km.

## 77 Zadanie – Częstotliwość światła

Wiązka światła o długości fali 700 nm w próżni pada na powierzchnię szkła o bezwzględnym współczynniku załamania tego światła równym 1,74. Oblicz częstotliwość i długość fali tego światła w szkle. Przyjmij wartość prędkości światła w próżni  $3 \cdot 10^8$  m/s.

## 78 Zadanie – Fala biegnąca

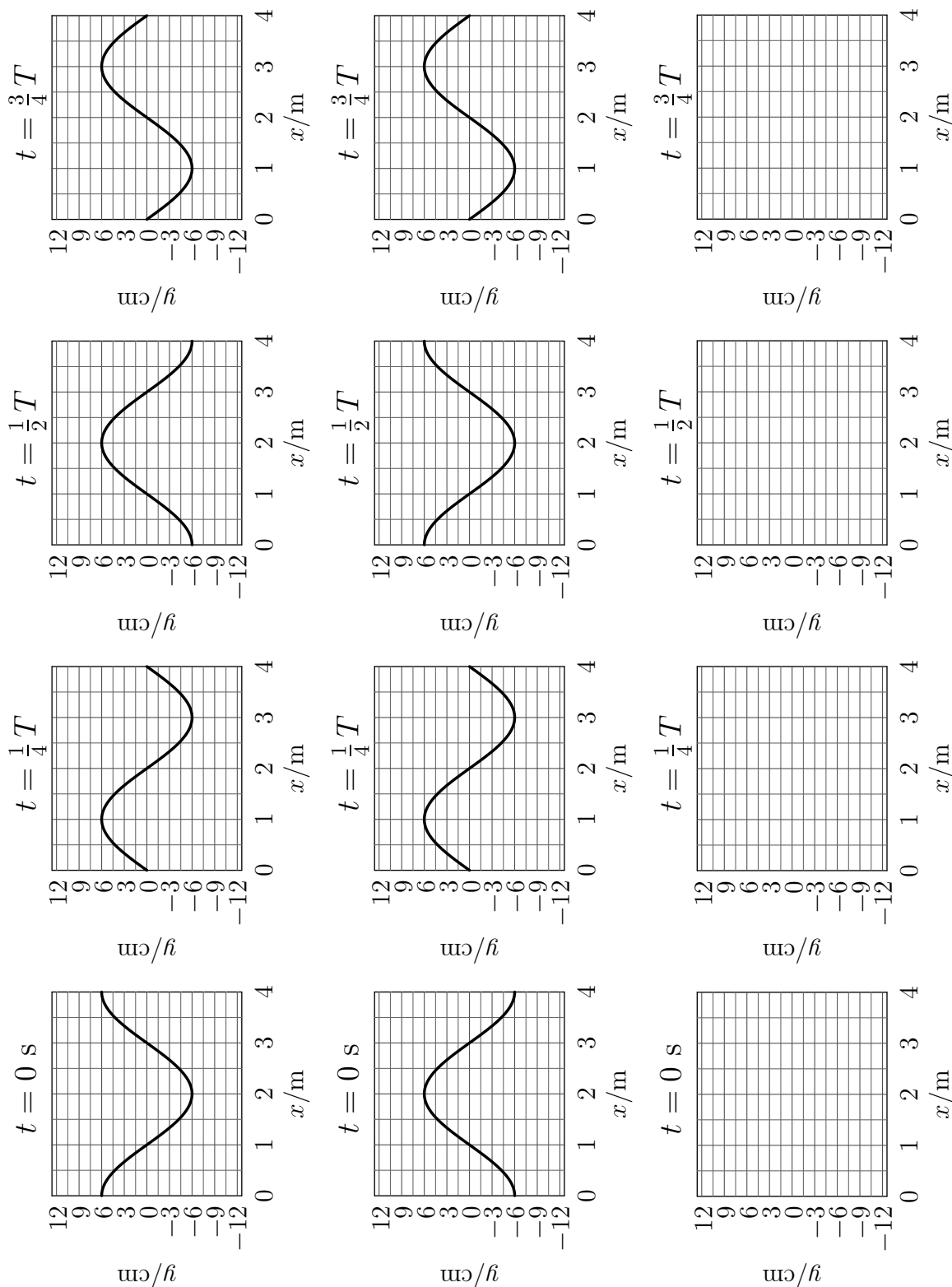
Wzdłuż sznurka biegnie fala, która opisana jest wzorem:  $y(x,t) = A \cos(Bx - Ct + D)$ , gdzie  $x$  to położenie, a  $t$  to czas. Stałe numeryczne wynoszą odpowiednio:  $A = 7$  mm,  $B = 74$  rad/m,  $C = 37$  rad/s,  $D = 1$  rad.

- Wyznacz amplitudę fali.
- Wyznacz długość fali.
- Wyznacz okres fali.
- Wyznacz częstotliwość fali.
- Wyznacz prędkość fali.
- Wyznacz przemieszczenie sznurka w punkcie  $x = 12,5$  cm w chwili  $t = 8,9$  s.

## 79 Zadanie – Fale przeciwbieżne

Na poniższym rysunku umieszczono zależności wychylenia  $y$  od położenia  $x$  w wyróżnionych chwilach  $t$  dla dwóch fal: dla pierwszej fali w pierwszym rzędzie i dla drugiej fali w drugim rzędzie. Jak będzie wyglądała ich suma (superpozycja)? Narysuj odpowiednie zależności  $y(x)$  w trzecim rzędzie.





## 80 Zadanie – Kuter rybacki

Dwóch rybaków wypłynęło kutrem rybackim na morze w poszukiwaniu ławicy ryb. Płynęli z prędkością 18 km na godzinę względem dna. Fale morskie, płynące w przeciwną stronę, uderzały w przednią część kadłuba około 70 razy w ciągu minuty. Odległość między kolejnymi grzbietami fal wynosiła 5 m.

W celu znalezienia ławicy ryb, rybacy wykorzystali sonar, czyli urządzenie, które wysyłało pionowo w głąb wody fale ultradźwiękowe o częstotliwości 160 kHz i długości 9 mm. Od chwili

wysłania impulsu do chwili jego powrotu po odbiciu się od ławicy ryb upłynęło 60 ms.

- Ile wynosi szybkość przemieszczania się fal morskich względem dna?
- Ile wynosi szybkość rozchodzenia się fal ultradźwiękowych emitowanych przez sonar?
- Jaka jest głębokość, na której znajduje się ławica ryb?

## 81 Zadanie – Struna

Rozważmy gitarową strunę o długości 0,662 m, która rozpięta jest pomiędzy dwoma zaciskami. Przy częstościach rezonansowych, w wyniku interferencji, w strunie powstaje fala stojąca. Drganie własne o najniższej częstości rezonansowej nazywamy modem podstawowym lub pierwszą harmoniczną. W przypadku powyższej struny częstotliwość modu podstawowego wynosi 325 Hz.

- Z jaką prędkością rozchodzi się fala w strunie?
- Jaką częstotliwość ma druga harmoniczna?

## 82 Zadanie – Prędkość dźwięku w stali

Paweł i Gawęł stoją na szynach kolejowych w odległości 726 m od siebie. Paweł uderzył młotkiem w szynę. Gawęł, przykładając ucho do szyny, usłyszał dźwięk o 2 sekundy wcześniej niż dźwięk, który doleciał w powietrzu. Oblicz prędkość, z jaką rozchodzi się dźwięk w stali, z której zrobiono szyny. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi  $339 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

## 83 Zadanie – Radiowóz policyjny

Syrena radiowozu policyjnego wydaje dźwięk o częstotliwości 950 Hz. Samochód zbliża się ze stałą prędkością z oddali do ludzi stojących na przystanku, którzy odbierają dźwięk o częstotliwości 1040 Hz. Prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu wynosi  $341 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- Ile wynosi prędkość radiowozu?
- Znając prędkość radiowozu, oblicz częstotliwość dźwięku, jaką usłyszą ludzie na przystanku, gdy radiowóz znajdzie się w znacznej odległości, oddalając się od nich.

## 84 Zadanie – Nietoperz

Nietoperz orientuje się w przestrzeni, wysyłając i odbierając odbite fale dźwiękowe. Spoczywający nietoperz wysłał dźwięki o częstotliwości 85 kHz. Wydając ten sam dźwięk, osobnik leciał z prędkością  $13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , prostopadle do pionowej ściany jaskini. Jaką częstotliwość miała odbierana przez nietoperza fala dźwiękowa, która wróciła do niego po odbiciu? Prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu wynosi  $339 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

## 85 Zadanie – Odkurzacz

Natężenie fali dźwiękowej  $I$  to moc fali przypadająca na jednostkę powierzchni, przez którą przechodzi fala. Poziom natężenia dźwięku  $\beta$  definiujemy jako  $\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$ , gdzie  $I_0$  to standardowe natężenie odniesienia,  $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ . Jednostką natężenia dźwięku jest decybel. Poziom natężenia szeptu wynosi 21 dB, a odpowiadające mu natężenie  $I_1$  jest 10000 razy mniejsze niż natężenie  $I_2$  pracującego odkurzacza. Oblicz poziom natężenia dźwięku w decybelach pracującego odkurzacza.

## 86 Zadanie – Fala podłużna w pręcie

Oblicz prędkość rozchodzenia się podłużnej fali w długim, metalowym pręcie. Długość fali jest znacznie większa od średnicy pręta. Gęstość metalu, z którego wykonano pręt, jest równa  $8800 \text{ kg/m}^3$ , a moduł Younga tego metalu jest równy  $272 \text{ GPa}$ . Jeśli nie pamiętasz zależności prędkości fali od modułu Younga i gęstości, to w opisanym przypadku możesz ją uzyskać, rozważając wymiary tych wielkości.

## 87 Zadanie – Interferencja fal dźwiękowych

W jednorodnym ośrodku umieszczono dwa głośniki. Pierwszy głośnik znajduje się w odległości  $11,72 \text{ m}$ , a drugi w odległości  $3,72 \text{ m}$  od mikrofonu. Każdy z głośników oddzielnie wytwarzał w okolicy mikrofonu falę o takiej samej amplitudzie, a w obszarze między tym głośnikiem a mikrofonem zmiany ciśnienia można było w przybliżeniu opisać jako falę płaską o długości fali  $200 \text{ cm}$ . Następnie włączono oba głośniki. Drgają one w taki sam sposób, czyli w zgodnej fazie. Na podstawie odpowiednich obliczeń określ, czy w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon, nastąpi wzmocnienie czy osłabienie dźwięku w porównaniu z sytuacją, gdy był włączony tylko jeden z głośników.

## 88 Zadanie – Siatka dyfrakcyjna

Wiązka monochromatycznego światła oświetla siatkę dyfrakcyjną posiadającą  $500$  rys na jednym milimetrze. Na ekranie zaobserwowano prążek pierwszego rzędu pod kątem  $16^\circ$ .

- Jaka jest długość fali światła?
- Jaka to barwa światła?

## 89 Zadanie – Doświadczenie Younga

Zielone światło o długości fali  $550 \text{ nm}$  oświetla dwie bardzo wąskie szczeliny odległe o  $1,1 \text{ mm}$ . Ekran, na którym obserwujemy obraz interferencyjny, jest odległy od szczelin o  $5,6 \text{ m}$ . Ile wynosi odległość między jasnymi prążkami?

## 90 Zadanie – Czy to fala?

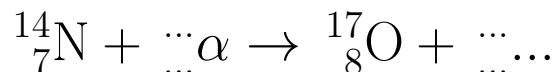
W otoczeniu strefy subdukcji wychylenie powierzchni Ziemi opisano następującą funkcją zależną od położenia  $x$  oraz czasu  $t$ :

$$f(x, t) = N \cdot \sin \left( \frac{x}{L} + \left( \frac{t}{T} \right)^2 \right)$$

gdzie  $N$ ,  $L$ ,  $T$  są stałymi. Funkcja opisywała wychylenie dla  $x \in (0, L)$  oraz  $t \in (0, T)$ . Sprawdź, czy ta funkcja spełnia równanie falowe, a więc czy opisywane wychylenie było falą.

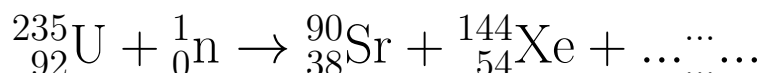
## 91 Zadanie – Zderzenie z $\alpha$

Z jądrem  $^{14}_7\text{N}$  zderza się cząstka  $\alpha$ . Uzupełnij zapis tej reakcji, wpisując właściwe liczby lub symbole w 5 miejscach oznaczonych wielokropkiem. Symbol pierwiastka chemicznego oznacza tylko jądro atomowe, bez elektronów.



## 92 Zadanie – Procesy jądrowe

Uzupełnij zapis reakcji jądrowej, wpisując właściwe liczby lub symbole w miejscach oznaczonych wielokropkiem. Symbol pierwiastka chemicznego oznacza tylko jądro atomowe, bez elektronów.



## 93 Zadanie – Czas połowicznego rozpadu

W próbce po  $900 \cdot 10^3$  latach liczba radioaktywnych jąder atomowych pewnego izotopu zmniejszyła się 64 razy. Oblicz czas połowicznego rozpadu tego izotopu.

## 94 Zadanie – Wiek próbki

Czas połowicznego rozpadu pewnego izotopu jest równy  $1,54 \cdot 10^6$  s. Oblicz wiek próbki, jeśli wiadomo, że 85% jąder tego izotopu w próbce już się rozpadło. Wynik podaj w tygodniach.

## 95 Zadanie – Datowanie geologiczne

W pewnej próbce granitu znajduje się 1,24 mg argonu  $^{40}\text{Ar}$  i 1,74 mg potasu  $^{40}\text{K}$ . Wyznacz wiek tej próbki. Czas połowicznego rozpadu  $^{40}\text{K}$  wynosi  $1,25 \cdot 10^9$  lat. Wiadomo, że tylko ok. 11% rozpadających się jąder  $^{40}\text{K}$  zmienia się w jądra  $^{40}\text{Ar}$ . Przyjmij, że wszystkie jądra  $^{40}\text{Ar}$  w próbce powstały z rozpadu  $^{40}\text{K}$  i że poza tym rozpadem inne procesy nie wpływały na zmianę składu tych dwóch pierwiastków w próbce granitu.

## 96 Zadanie – Wzbudzone atomy wodoru

Próbka składa się z wielu atomów wodoru, a każdy z nich na początku znajduje się w stanie wzbudzonym o głównej liczbie kwantowej  $n = 6$ .

a) Narysuj schemat przedstawiający poziomy energetyczne atomu wodoru wraz z wartościami odpowiadającej im głównej liczby kwantowej  $n$  (odległości między poziomami mogą być dowolne). Zaznacz na rysunku wszystkie możliwe bezpośrednie i pośrednie przejścia elektronów, których skutkiem jest emisja fotonu z atomów próbki.

b) Oblicz liczbę linii emisyjnych, które można zaobserwować, mierząc promieniowanie badanej próbki.

c) Napisz, dla którego przejścia emitowane fotony mają najmniejszą częstotliwość spośród wszystkich emitowanych przez próbkę.

### 97 Zadanie – Liczby kwantowe atomu wodoru

Opisz wszystkie kombinacje liczb kwantowych orbitalnej  $l$  i magnetycznej  $m$  określające możliwe stany elektronu w atomie wodoru, jeśli wiadomo, że elektron znajduje się w stanie o głównej liczbie kwantowej  $n = 4$ .

### 98 Zadanie – Liczba fotonów

Impuls monochromatycznego światła o długości fali 770 nm w próżni padł na ciemną płytkę, która pochłania 65% energii padającego na nią promieniowania. Oblicz liczbę fotonów w tym impulsie, jeśli wiadomo, że na skutek oświetlenia energia płytki zwiększyła się o 37 mJ. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s i stałej Plancka  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J · s.

### 99 Zadanie – Efekt fotoelektryczny

Metalową płytkę oświetlono promieniowaniem elektromagnetycznym o długości fali 210 nm. Maksymalna energia kinetyczna wybijanych z płytki elektronów jest równa 1,18 eV. Oblicz pracę wyjścia elektronu z powierzchni tego metalu. Wynik podaj w eV. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, ładunku elementarnego  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C, stałej Plancka  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J · s =  $4,136 \cdot 10^{-15}$  eV · s.

### 100 Zadanie – Gęstość prawdopodobieństwa na środku studni

Cząstka jest uwięziona w jednowymiarowej, nieskończenie głębokiej studni potencjału. Studnia ma szerokość  $L$ . Położenie cząstki opisujemy zmienną  $x \in [0, L]$ . Oblicz gęstość prawdopodobieństwa znalezienia tej cząstki na środku studni, czyli dla  $x = L/2$ . Kwantowa funkcja falowa opisująca cząstkę jest równa

$$\Psi(x) = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right)$$

gdzie  $n = 7$ ,  $L = 38 \cdot 10^{-10}$  m. Wynik podaj w jednostkach  $\text{nm}^{-1}$ .

### 101 Zadanie – Gęstość prawdopodobieństwa w atomie wodoru

Dla każdego ze stanów opisanych następującymi funkcjami falowymi oblicz gęstość prawdopodobieństwa znalezienia elektronu na jądrze atomu wodoru:

a)

$$\Psi_{100}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

b)

$$\Psi_{210}(x, y, z) = \frac{z}{4\sqrt{2\pi}a_0^{5/2}} e^{-r/(2a_0)}$$

gdzie  $a_0 \approx 0,529 \cdot 10^{-10}$  m. Wyniki podaj w jednostkach  $\text{nm}^{-3}$ . Funkcje falowe określone są w układzie kartezjańskim  $XYZ$ , jądro spoczywa w środku tego układu, a  $r$  jest odległością od środka układu do punktu  $(x, y, z)$ .

## 102 Zadanie – Elektron i najmniejsze prawdopodobieństwo

Elektron znajduje się w układzie, w którym położenie opisujemy zmienną  $x$ . Kwantowa funkcja falowa opisująca elektron jest równa

$$\Psi(x) = N \cdot \exp(-x/L) \cdot \sin\left(2\pi\frac{x}{L} + \frac{\pi}{4}\right)$$

gdzie  $N$  oraz  $L = 8$  nm są stałymi. Zmienna  $x$  przyjmuje wartości od 0 do  $\frac{3}{2}L$ . Wypisz wszystkie wartości  $x$  w tym zakresie, w pobliżu których prawdopodobieństwo znalezienia elektronu jest najmniejsze. Argumentami funkcji trygonometrycznych są liczby, np.  $\sin(\pi/2) = 1$ ,  $\cos(\pi/2) = 0$ .

## 103 Zadanie – Cząstka w sześcianie - pomiar energii

Cząstka o masie  $m$  jest uwięziona w sześcianie o krawędzi  $L$ . Energia potencjalna cząstki wewnątrz sześcianu jest równa 0. Cząstka nie może przebywać poza sześcianem. Gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki powinna dążyć do 0 przy zbliżaniu się do dowolnej ze ścian. Zagadnienie rozważ w układzie kartezjańskim, którego dodatnie półosie zawierają 3 krawędzie sześcianu.

- Wyznacz unormowane funkcje falowe opisujące stany o określonej energii cząstki.
- Zapisz formułę określającą możliwe wartości energii cząstki.
- Dla cząstki znajdującej się w stanie opisywanym funkcją falową

$$\Psi_s(x,y,z,t) = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{3} \sin(kx) \left(1 - 4\sqrt{2} \cos(kx)e^{-i3\omega t}\right) \sin(ky) \sin(kz)e^{-i3\omega t}$$

gdzie  $k \equiv \frac{\pi}{L}$  oraz  $\omega \equiv \frac{\hbar}{2m}k^2$ , wyznacz możliwe mierzone wartości energii.

- Oblicz prawdopodobieństwo pomiaru największej możliwej wartości energii dla cząstki znajdującej się w stanie opisanym w poprzednim punkcie.

*Wskazówka.* Dla dodatnich liczb całkowitych  $p$  i  $r$

$$\int_0^L \sin\left(p\frac{\pi}{L}x\right) \sin\left(r\frac{\pi}{L}x\right) dx = \frac{L}{2} \delta_{pr}$$

## 104 Zadanie – Jednostki masy

Przelicz kilogramy na gramy:

5 kg to ..... g

64 kg to ..... g

Przelicz tony na kilogramy:

3 t to ..... kg

1001000 t to ..... kg

Przelicz gramy na dekagramy:

170 g to ..... dag

2005 g to ..... dag

### 105 Zadanie – Gęstość

Pytanie 1. Jaką masę ma sześcienny klocek o krawędzi 4 cm, jeśli gęstość materiału, z którego został wykonany, wynosi  $9 \text{ g/cm}^3$ ?

Pytanie 2. Jaką gęstość ma kula o objętości 1 litra, jeśli jej masa to 4 kg?

Pytanie 3. Jaką objętość musi mieć klocek wykonany z materiału o gęstości  $25 \text{ kg/m}^3$ , który ma masę 75 kg?

### 106 Zadanie – Gęstość na Marsie

Gęstość pewnej skały na powierzchni Marsa to  $3,29 \text{ g/cm}^3$ . Łazik marsjański pobrał próbkę tej skały o objętości  $14 \text{ cm}^3$ . Jaką masę miała pobrana próbka skały?

### 107 Zadanie – Gęstość zaludnienia

Na pewnej planecie są trzy kontynenty, każdy w kształcie innej figury geometrycznej.

Pierwszy kontynent jest w kształcie kwadratu o boku 2000 km. Mieszka tu 40000000 osób.

Drugi kontynent to prostokąt o bokach 4000 km i 7000 km. Mieszka tu 196000000 osób.

Trzeci kontynent to trapez o wysokości 1000 km i podstawach o długości 400 km i 200 km.

Mieszka na nim 1800000 osób.

Oblicz gęstość zaludnienia na każdym z kontynentów.

### 108 Zadanie – Rura z przewężeniem

Całym wnętrzem poziomo umieszczonej rury płynie woda. Rura posiada przewężenie, przez które woda przepływa z szybkością  $62 \text{ cm/s}$ . Przed przewężeniem woda płynie z szybkością  $49 \text{ cm/s}$ . Pomiń efekty związane z lepkością i ściśliwością. Przepływ jest laminarny. Gęstość wody jest równa  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

a) Oblicz zmianę ciśnienia między dwoma punktami znajdującymi się na osi rury, z czego pierwszy punkt znajduje się przed przewężeniem, a drugi w przewężeniu.

b) Napisz, w którym z punktów ciśnienie jest większe.

### 109 Zadanie – Startujący samolot

Samolot, stojący początkowo na lotnisku, ruszył wzdłuż pasa startowego ze stałym przyspieszeniem  $5,71 \text{ m/s}^2$ . Jaką prędkość osiągnie po czasie równym 9 s?

### 110 Zadanie – W ile sekund do setki?

Samochód, ruszając z miejsca ruchem jednostajnie przyspieszonym po linii prostej, osiągnął po pierwszej sekundzie ruchu szybkość  $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Jaką drogę przebędzie ten samochód w drugiej sekundzie ruchu, a jaką w piątej? Ile czasu potrzebuje ten samochód, aby rozpędzić się do  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?

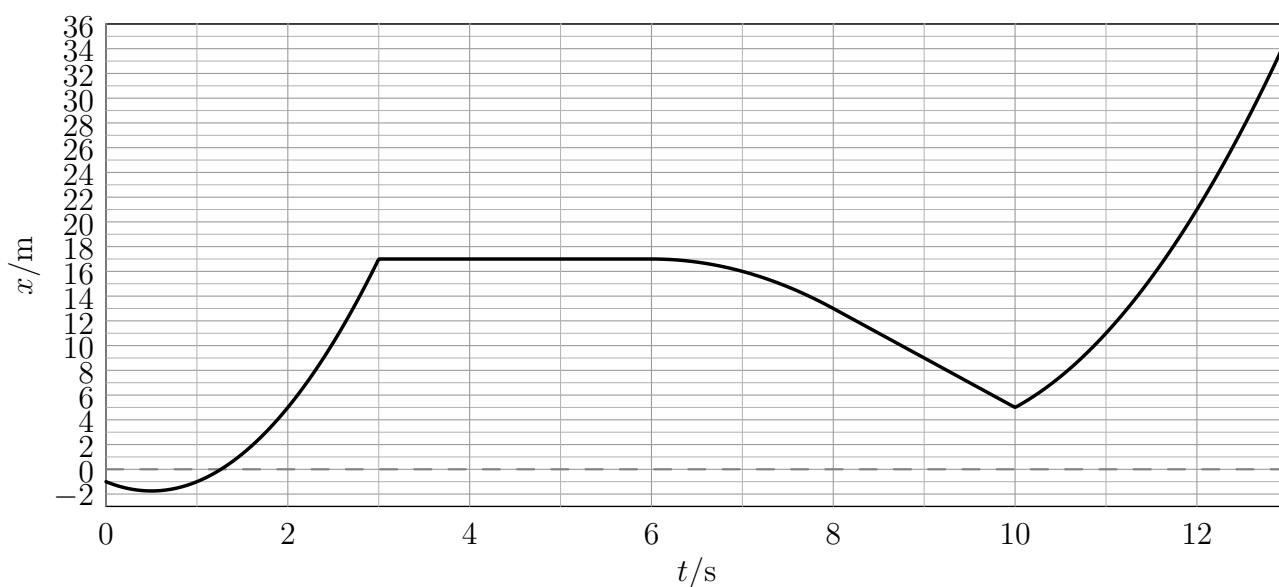
## 111 Zadanie – Kolumna wojskowa

Pieszka kolumna wojskowa o długości 9 km porusza się cały czas ze stałą szybkością 4 km/h. Z tyłu kolumny został wysłany żołnierz na rowerze, aby przekazać ważną informację dowódcy, który znajduje się na czele kolumny. Jego zadanie polegało na tym, aby dojechać do dowódcy, przekazać mu meldunek i wrócić na swoją początkową pozycję. Sama rozmowa z dowódcą zajęła mu 2 min. Podczas przekazywania informacji rowerzysta porusza się z prędkością kolumny wojskowej. Poza czasem składania meldunku średnia szybkość jadącego żołnierza wynosiła 26 km/h.

- Ile czasu zajmie mu wykonanie zadania?
  - Oblicz drogę, jaką pokona podczas wykonywania zadania.
- Pomiń moment zawracania rowerzysty po przekazaniu meldunku.

## 112 Zadanie – Niezdecydowany punkt materialny

Punkt materialny porusza się wzdłuż osi  $X$ . Na wykresie przedstawiono zależność jego położenia  $x$  od czasu  $t$ .

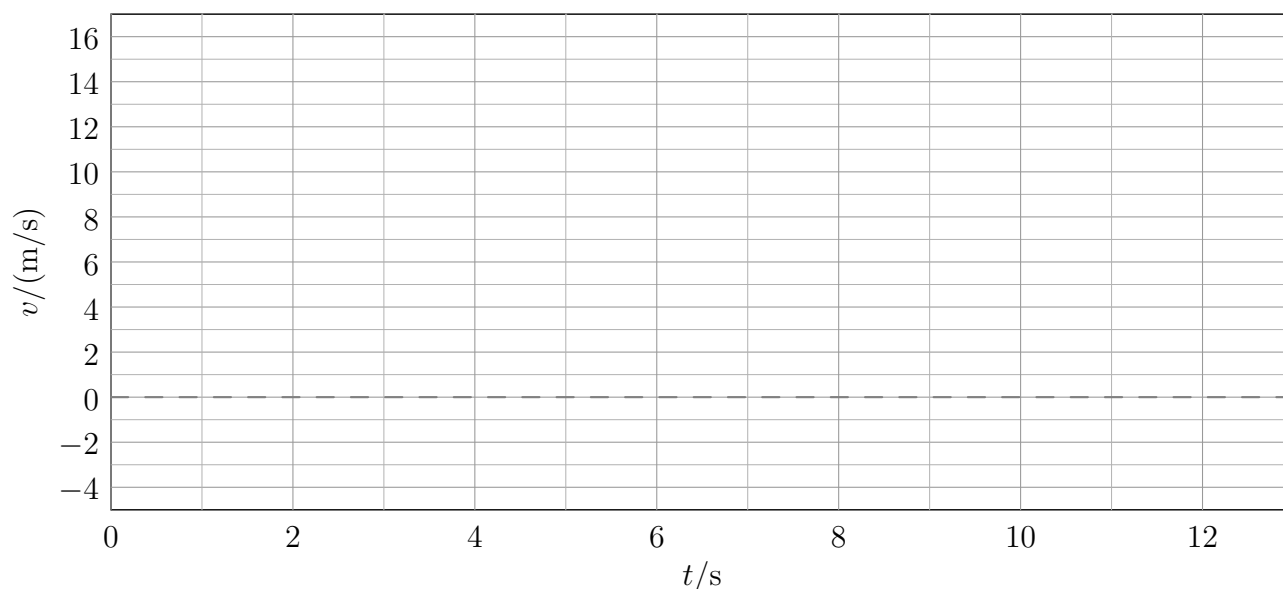


W tabeli podano przyspieszenie  $a$  punktu materialnego w poszczególnych interwałach czasu.

$t/s$	[0, 3[	]3, 6[	]6, 8[	]8, 10[	]10, 13]
$a/(m/s^2)$	6	0	-2	0	4

Wykonaj wykres zależności prędkości  $v$  od czasu dla tego punktu materialnego dla  $t \in [0, 13]$  s.





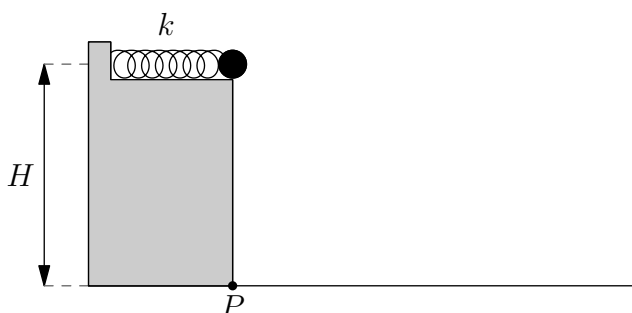
### 113 Zadanie – Na zakręcie

Samochód jedzie po łuku o promieniu 45 m ze stałą wartością prędkości 48,6 km/h.

- Narysuj fragment toru samochodu, zaznacz jego przykładowe położenie i narysuj wektor jego prędkości oraz wektor jego przyspieszenia, opisz elementy rysunku.
- Oblicz wartość przyspieszenia samochodu w  $\text{m/s}^2$ .

### 114 Zadanie – Rzut poziomy

Sprężynę o współczynniku sprężystości  $k = 10 \text{ N/m}$ , ścisnięto o 10 cm, naciskając ją kulką o masie równej 160 g. Jaka będzie odległość kulki od punktu  $P$  do miejsca, w którym kulka uderzy w poziomą podłogę, jeśli kulce nadano tylko prędkość poziomą? Sprężyna znajduje się na wysokości  $H = 3,7 \text{ m}$  nad powierzchnią ziemi. Opory powietrza, masę sprężyny i tarcie pomijają. Rysunek przedstawia sytuację przed ściśnięciem sprężyny.

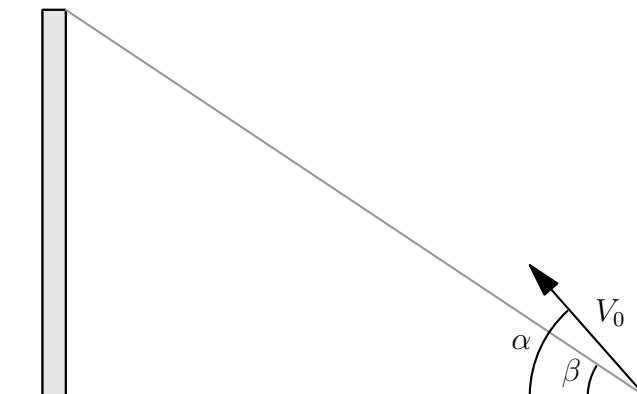


### 115 Zadanie – Strzelec

Antyterrorysta strzelił z poziomo ustawionego karabinu do pionowej tarczy oddalonej od niego o 150 m. Pocisk opuścił lufę z szybkością 920 m/s. Pomijając opory powietrza i przyjmując wartość przyspieszenia ziemskiego  $9,8 \text{ m/s}^2$ , oblicz o ile opadł pocisk w pionie podczas lotu. Wynik wyraż w centymetrach.

### 116 Zadanie – Rzut ukośny

Marcin chce kopnąć małą piłkę z powierzchni ziemi pod kątem  $\alpha = 65^\circ$  do poziomu tak, aby uderzyła w wierzchołek słupa znajdujący się na wysokości równej 12 m, a widoczny, z punktu wyrzutu, pod kątem  $\beta = 45^\circ$  względem powierzchni ziemi. Jaka wartość prędkości  $V_0$  powinien nadać piłce? Opory powietrza pominać.



### 117 Zadanie – Przecięcie torów?

Mały, metalowy ciężarek wisi na bardzo lekkim sznurku. Sznurek zaczepiony jest jednym końcem w środku masy ciężarka, a drugim w taki sposób, że po nadaniu ciężarkowi prędkości o odpowiednio dużej wartości ciężarek może poruszać się po okręgu leżącym w płaszczyźnie pionowej. Udowodnij, że tor ciężarka, gdy porusza się on po takim okręgu, nie przecina się z torem, po jakim poruszałby się, gdyby sznurek zwolniono w momencie, gdy ciężarek znajduje się w najwyższym punkcie okręgu. Pomiń opory ruchu.

### 118 Zadanie – Prędkość i przyspieszenie punktu materialnego

Oblicz prędkość i przyspieszenie punktu materialnego w chwili  $t_1 = 1,3$  s, którego położenie na osi  $X$  jest opisane równaniem

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) + B t^2$$

gdzie  $A = 2,4$  m,  $\omega = 1,6$  s<sup>-1</sup>,  $\phi = 1,4$  oraz  $B = 1,4$  m/s<sup>2</sup>.

### 119 Zadanie – Prędkość i przyspieszenie punktu materialnego 2D

Tor punktu materialnego zawarty jest w płaszczyźnie. W wybranym układzie kartezjańskim wektor położenia tego punktu jest równy

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} A \cos(\omega t) \\ B \sin(\omega t) \end{bmatrix}$$

gdzie  $t$  oznacza czas, a wartości stałych wynoszą odpowiednio:

$A$	$B$	$\omega$
2 m	5 m	4 s <sup>-1</sup>

Oblicz prędkość i przyspieszenie tego punktu materialnego w chwili  $t_1 = 6$  s.

## 120 Zadanie – Prędkość i przyspieszenie punktu materialnego 3D

Punkt materialny porusza się w przestrzeni. W wybranym układzie kartezjańskim wektor położenia tego punktu jest równy

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} f_x t^2 + g_x t + h_x \\ g_y t + h_y \\ e_z t^3 + f_z t^2 + g_z t \end{bmatrix}$$

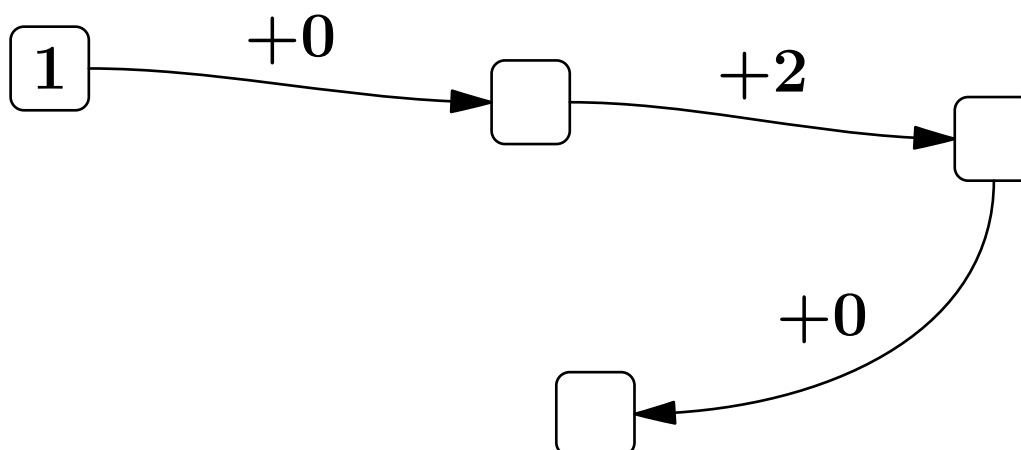
gdzie  $t$  oznacza czas, a wartości stałych wynoszą odpowiednio:

$f_x$	$g_x$	$h_x$	$g_y$	$h_y$	$e_z$	$f_z$	$g_z$
$-2 \text{ m/s}^2$	$-4 \text{ m/s}$	$16 \text{ m}$	$-5 \text{ m/s}$	$-20 \text{ m}$	$-2 \text{ m/s}^3$	$4 \text{ m/s}^2$	$-5 \text{ m/s}$

Oblicz prędkość i przyspieszenie tego punktu materialnego w chwili  $t_1 = 5 \text{ s}$ .

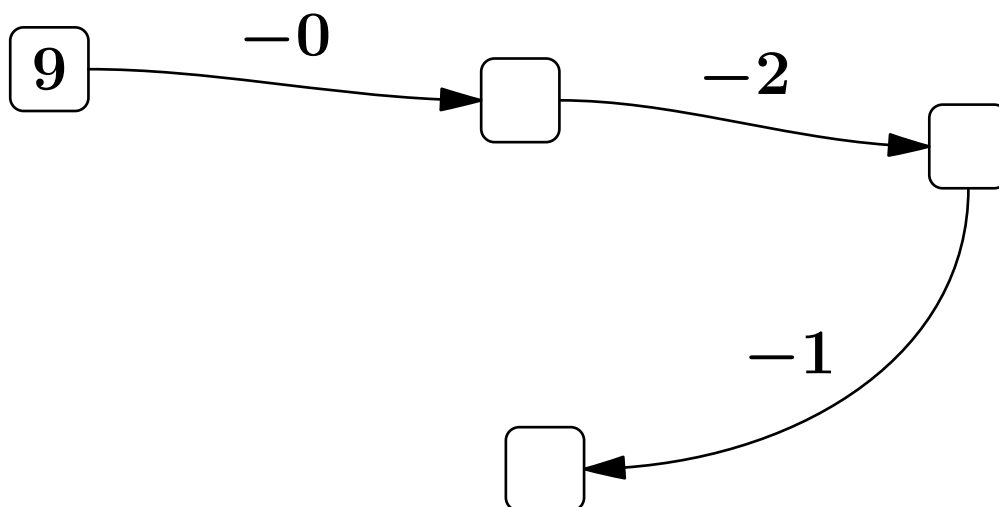
## 121 Zadanie – Wąż liczbowy, dodawanie, 0–10

W poniższym węź liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

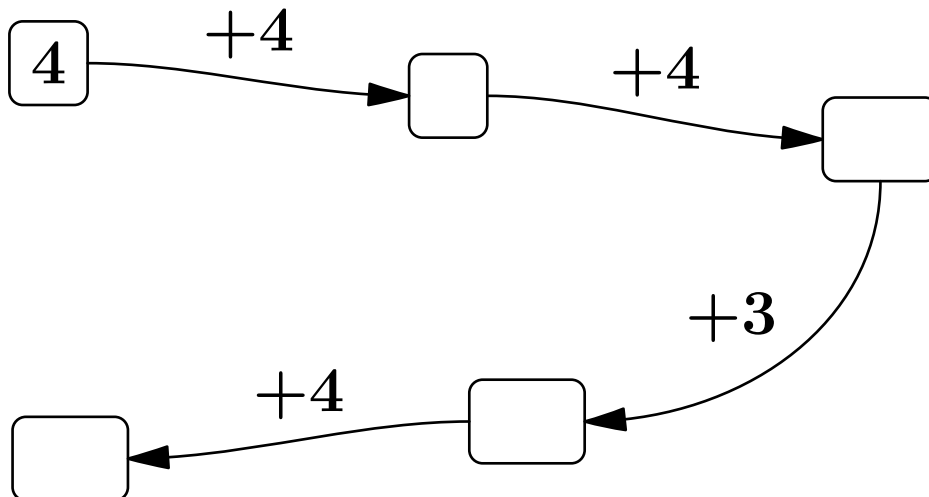


**122 Zadanie – Wąż liczbowy, odejmowanie, 0–10**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

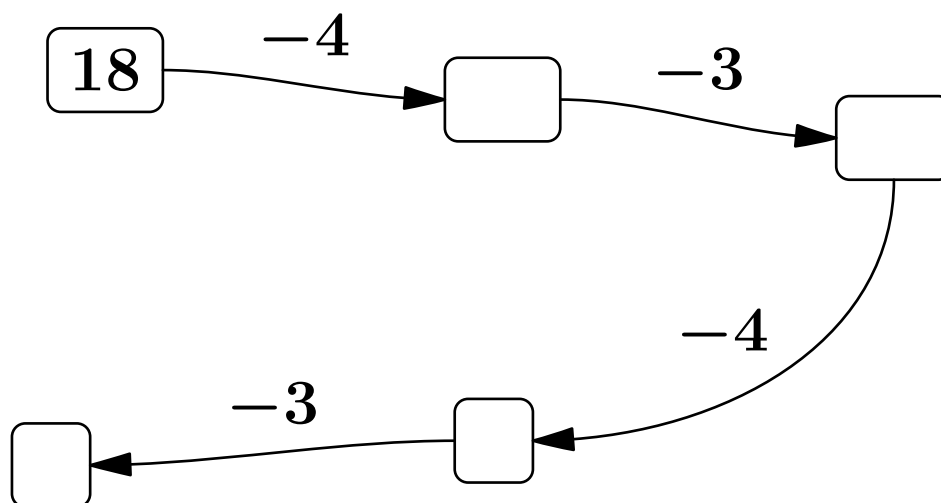
**123 Zadanie – Wąż liczbowy, dodawanie 0–4, 0–20**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

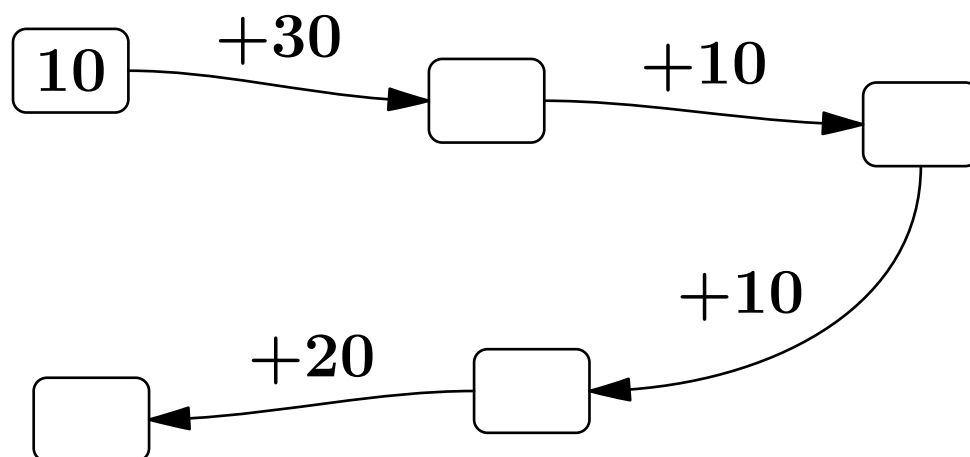


**124 Zadanie – Wąż liczbowy, odejmowanie 0–4, 0–20**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

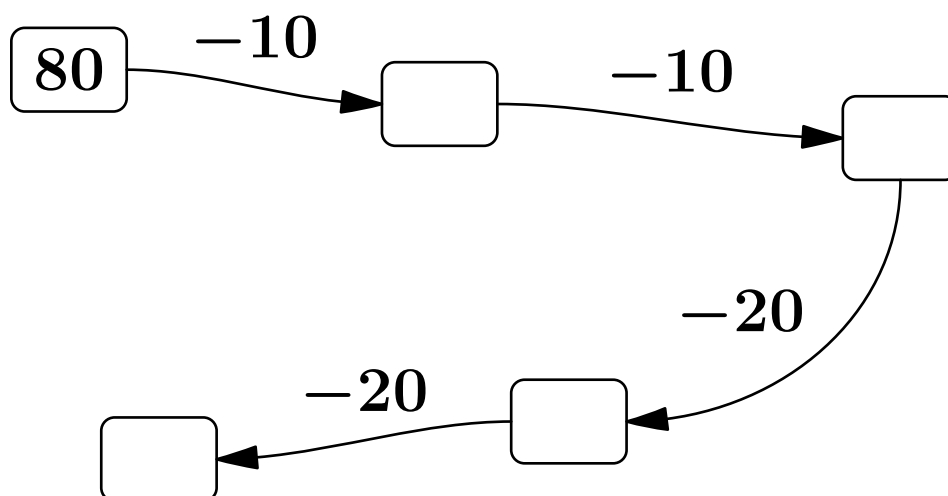
**125 Zadanie – Wąż liczbowy, dodawanie wielokrotności 10, 0–100**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

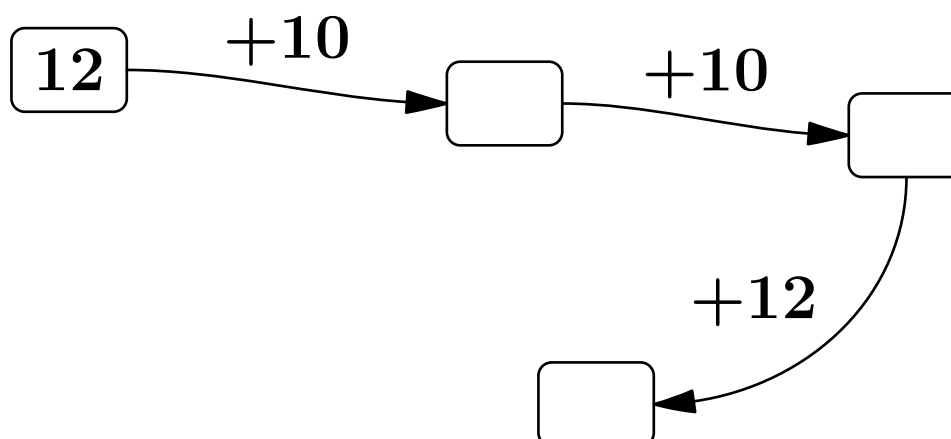


**126 Zadanie – Wąż liczbowy, odejmowanie wielokrotności 10, 0–100**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

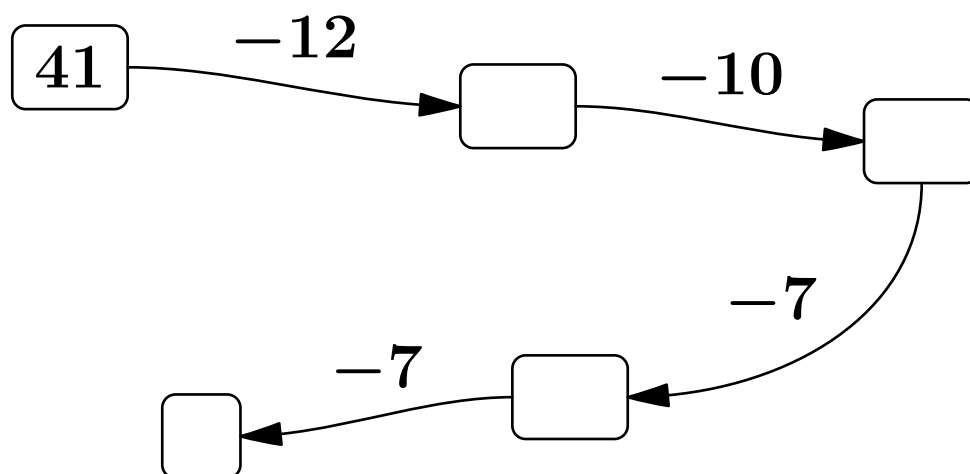
**127 Zadanie – Wąż liczbowy, dodawanie 5–12, 0–45**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

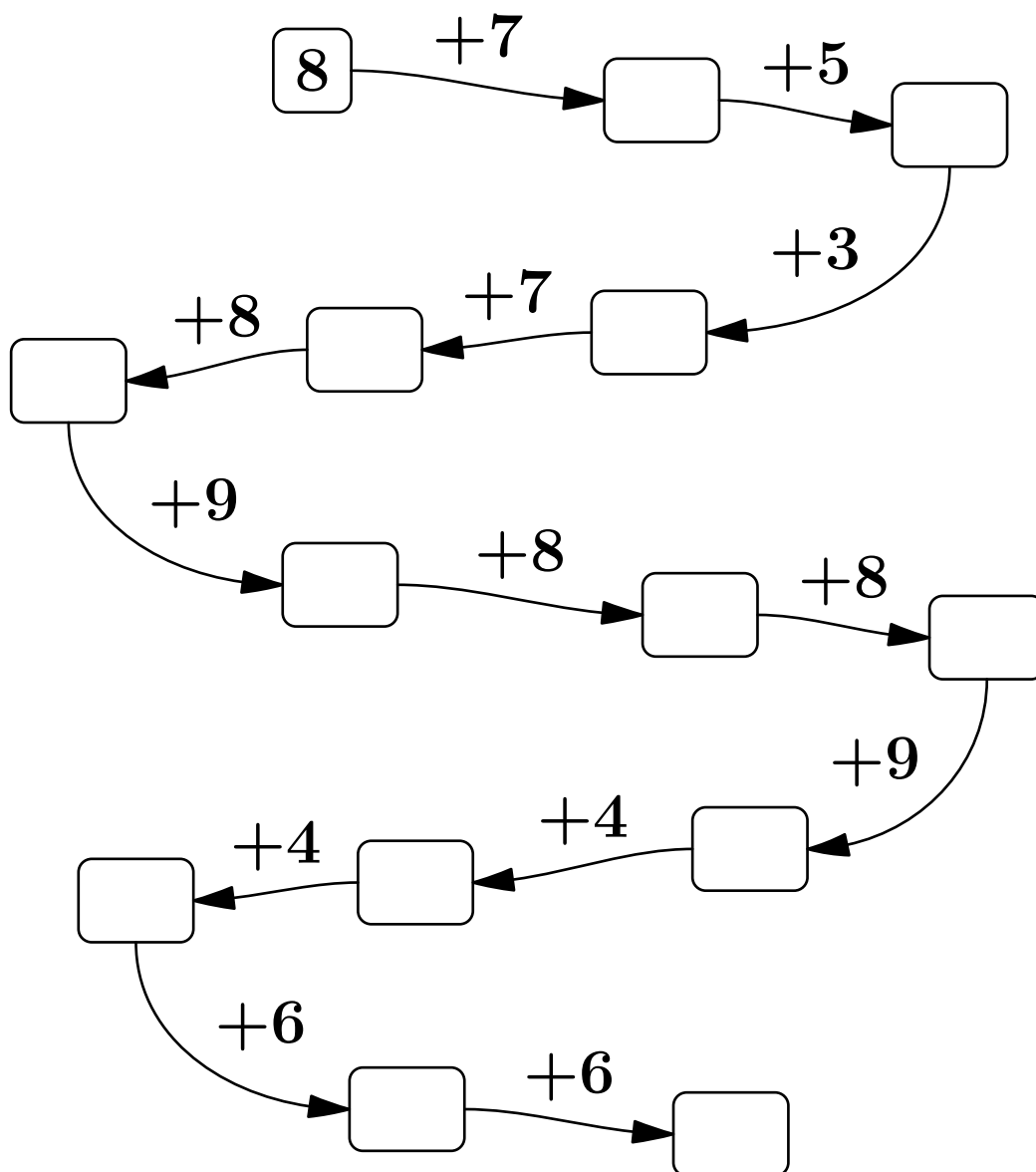


**128 Zadanie – Wąż liczbowy, odejmowanie 5–12, 0–45**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

**129 Zadanie – Wąż liczbowy, dodawanie 2–9, 0–100**

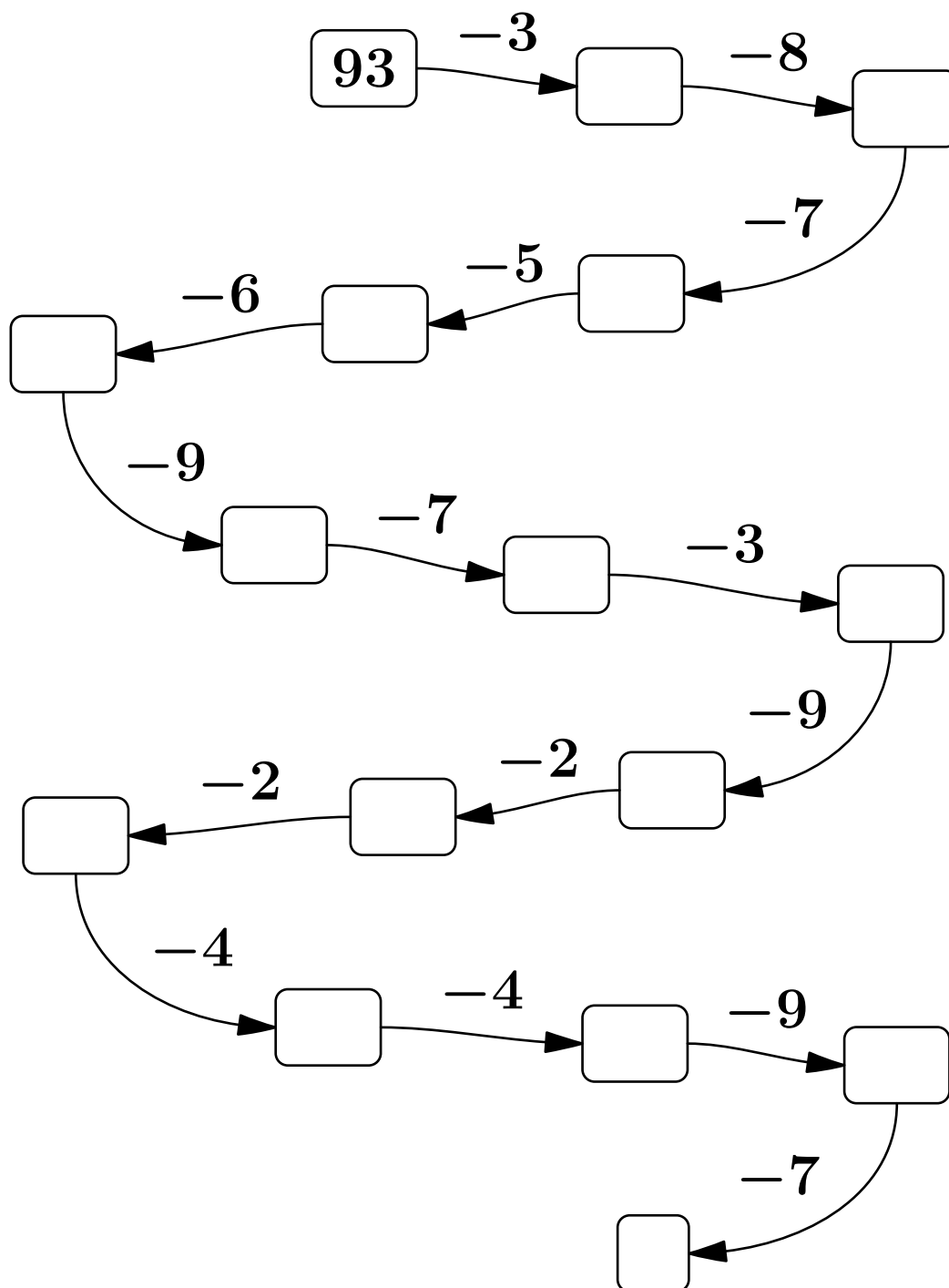
W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.





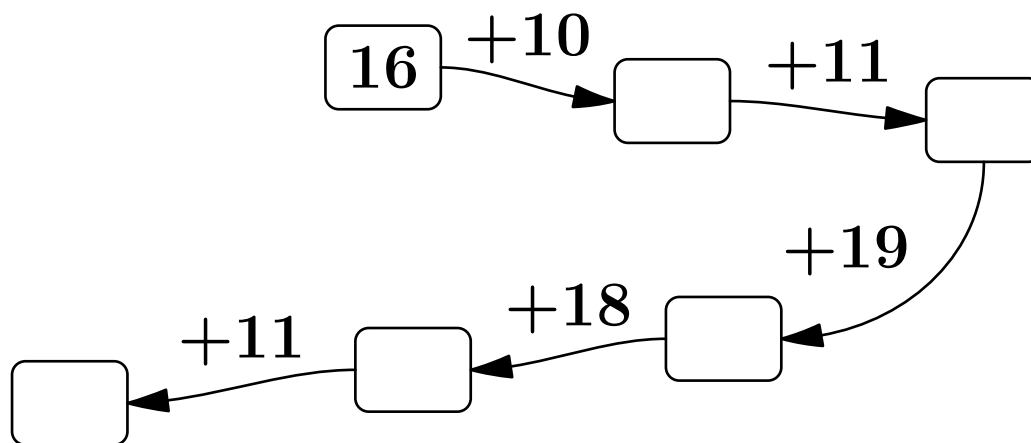
**130 Zadanie – Wąż liczbowy, odejmowanie 2–9, 0–100**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

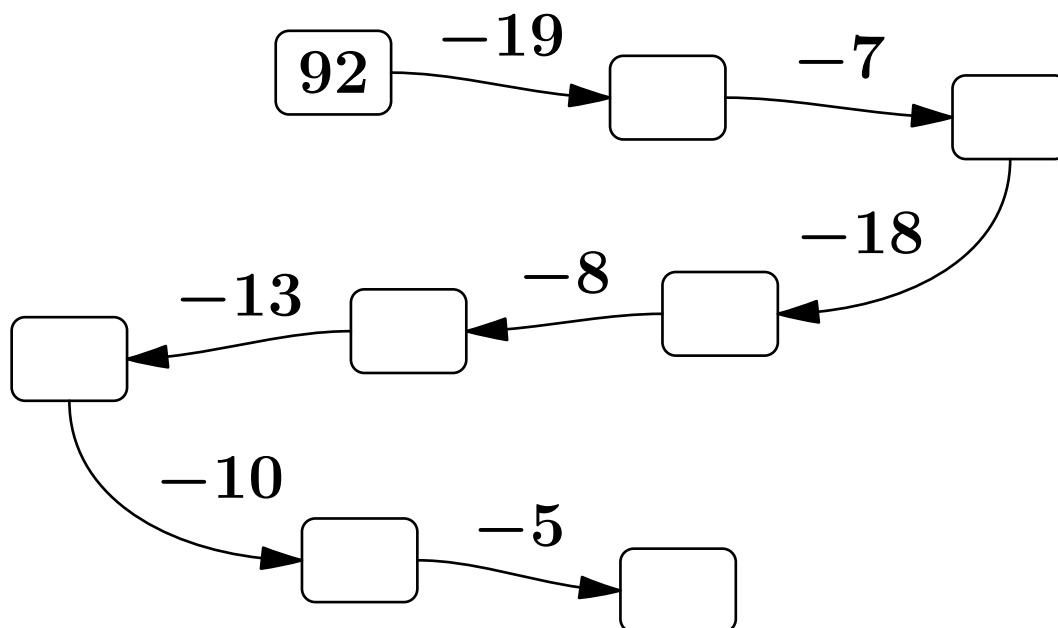


**131 Zadanie – Wąż liczbowy, dodawanie 5–20, 0–100**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

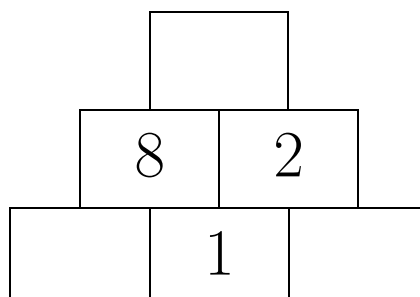
**132 Zadanie – Wąż liczbowy, odejmowanie 5–20, 0–100**

W poniższym węźu liczbowym w każdym okienku poza pierwszym musi znajdować się liczba równa liczbie z poprzedniego okienka zmodyfikowanej zgodnie z opisem przy strzałce. W puste okienka wpisz odpowiednie liczby.

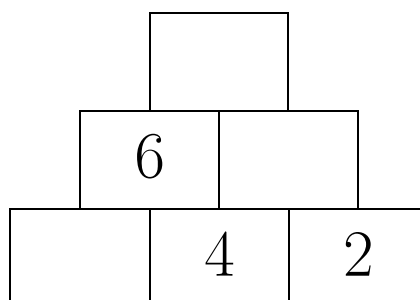


**133 Zadanie – Trójkąt liczbowy, dodawanie, 1–10**

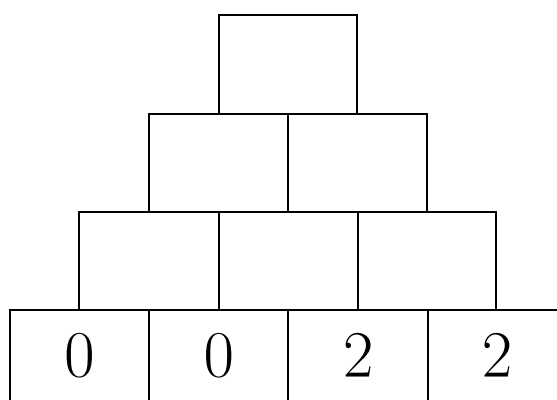
W poniższym trójkącie liczbowym w każdym prostokącie poza najniższym wierszem musi znajdować się liczba będąca sumą liczb z dwóch najbliższych prostokątów z niższego wiersza. W puste prostokąty wpisz odpowiednie liczby.

**134 Zadanie – Trójkąt liczbowy, odejmowanie, 1–10**

W poniższym trójkącie liczbowym w każdym prostokącie poza najniższym wierszem musi znajdować się liczba będąca różnicą liczb z dwóch najbliższych prostokątów z niższego wiersza: od liczby w lewym prostokącie odejmowana jest liczba w prawym prostokącie. W puste prostokąty wpisz odpowiednie liczby.

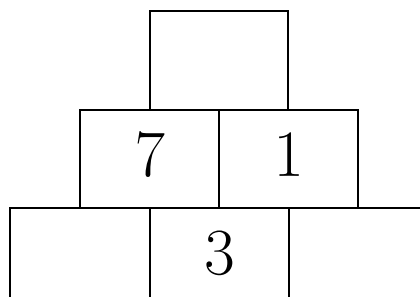
**135 Zadanie – Trójkąt liczbowy, dodawanie, 0–10**

W poniższym trójkącie liczbowym w każdym prostokącie poza najniższym wierszem musi znajdować się liczba będąca sumą liczb z dwóch najbliższych prostokątów z niższego wiersza. W puste prostokąty wpisz odpowiednie liczby.

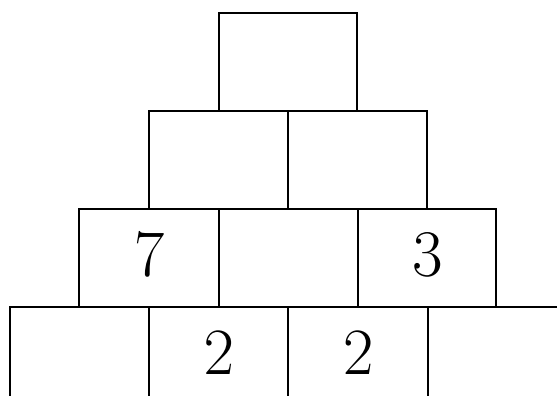


**136 Zadanie – Trójkąt liczbowy, odejmowanie, 0–10**

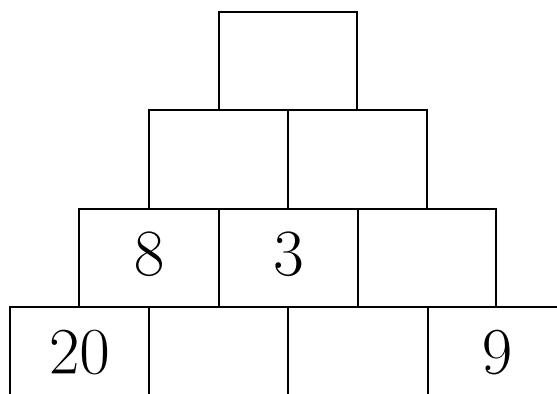
W poniższym trójkącie liczbowym w każdym prostokącie poza najniższym wierszem musi znajdować się liczba będąca różnicą liczb z dwóch najbliższych prostokątów z niższego wiersza: od liczby w lewym prostokącie odejmowana jest liczba w prawym prostokącie. W puste prostokąty wpisz odpowiednie liczby.

**137 Zadanie – Trójkąt liczbowy, dodawanie, 0–20**

W poniższym trójkącie liczbowym w każdym prostokącie poza najniższym wierszem musi znajdować się liczba będąca sumą liczb z dwóch najbliższych prostokątów z niższego wiersza. W puste prostokąty wpisz odpowiednie liczby.

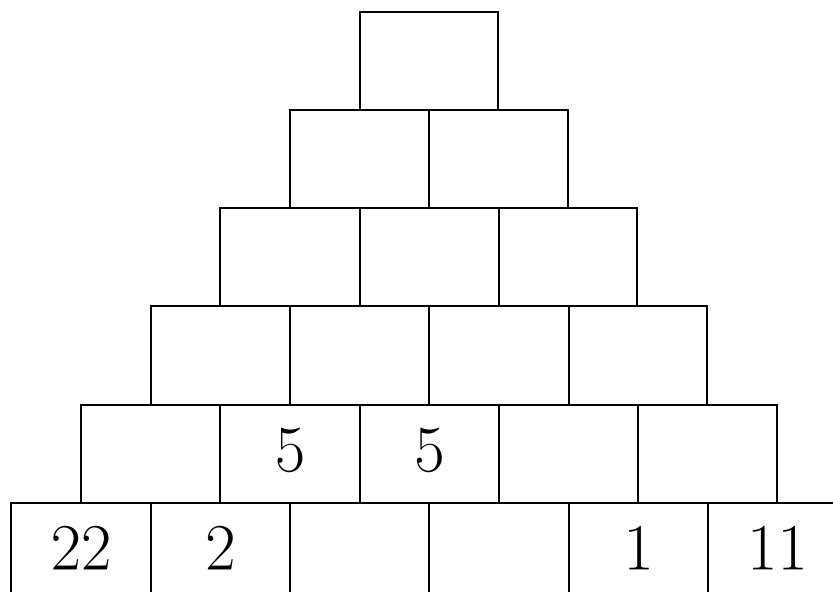
**138 Zadanie – Trójkąt liczbowy, odejmowanie, 0–20**

W poniższym trójkącie liczbowym w każdym prostokącie poza najniższym wierszem musi znajdować się liczba będąca różnicą liczb z dwóch najbliższych prostokątów z niższego wiersza: od liczby w lewym prostokącie odejmowana jest liczba w prawym prostokącie. W puste prostokąty wpisz odpowiednie liczby.



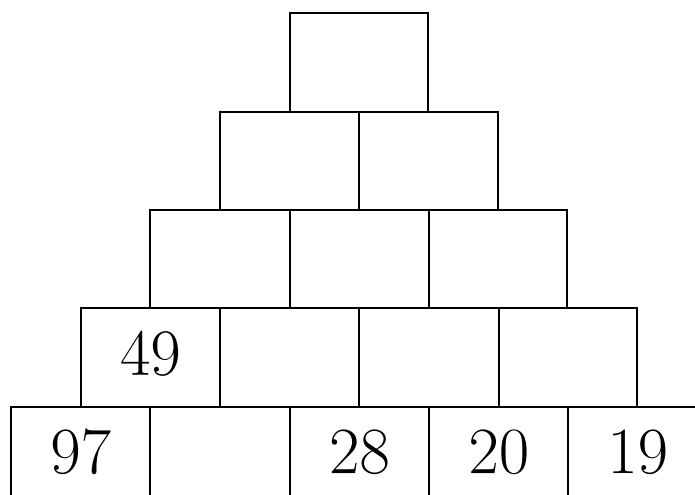
### 139 Zadanie – Trójkąt liczbowy, dodawanie, 0–100

W poniższym trójkącie liczbowym w każdym prostokącie poza najniższym wierszem musi znajdować się liczba będąca sumą liczb z dwóch najbliższych prostokątów z niższego wiersza. W puste prostokąty wpisz odpowiednie liczby.



### 140 Zadanie – Trójkąt liczbowy, odejmowanie, 0–100

W poniższym trójkącie liczbowym w każdym prostokącie poza najniższym wierszem musi znajdować się liczba będąca różnicą liczb z dwóch najbliższych prostokątów z niższego wiersza: od liczby w lewym prostokącie odejmowana jest liczba w prawym prostokącie. W puste prostokąty wpisz odpowiednie liczby.



**141 Zadanie – Dodawanie pisemne, 35**

Oblicz poniższe sumy.

a) 

	1	7
+		7

b) 

	1	7
+	1	6

**142 Zadanie – Dodawanie pisemne, 55**

Oblicz poniższe sumy.

a) 

	2	8
+	1	8

b) 

	3	3
+	2	1

**143 Zadanie – Dodawanie pisemne, 100**

Oblicz poniższe sumy.

a) 

	5	6
+	3	2

b) 

	5	6
+	4	0

**144 Zadanie – Dodawanie pisemne, 150**

Oblicz poniższe sumy.

a)

	4	7
+	7	0

b)

	8	9
+	5	4

**145 Zadanie – Dodawanie pisemne, 1500**

Oblicz poniższe sumy.

a)

	5	2	3
+	4	4	1

b)

	7	9	3
+	7	0	4

**146 Zadanie – Liczba stron**

Wanda rozpoczęła czytanie książki od początku 16 strony, a po dwóch godzinach skończyła czytać na końcu 83 strony.

a) Ile stron przeczytała Wanda?

b) Ile średnio stron czytała Wanda przez jedną godzinę?

**147 Zadanie – Śliwki**

Jaś miał 15 śliwek. Następnie zjadł jedną trzecią śliwek. Ile śliwek zostało Jasiowi?

**148 Zadanie – Jabłka**

Jaś policzył posiadane przez Maćka jabłka – było ich 30 – a następnie wziął połowę posiadanych przez Maćka jabłek i dodał je do swoich zapasów jabłek. Wtedy okazało się, że Jaś posiada 6 razy tyle jabłek, co Maciek. Ile jabłek posiadają razem Jaś i Maciek?

### 149 Zadanie – Kamyki

Daria i Nela zebrały na plaży kamyki. Jeśli Daria dałaby Neli 8 kamyków, to miałyby po tyle samo kamyków. A jeśli Nela dałaby Darii 5 kamyków, to Daria miałaby 3 razy tyle kamyków, co Nela. Ile kamyków ma każda z dziewczynek?

### 150 Zadanie – Działania na liczbach ujemnych

Oblicz:

a)  $-2 + (-36) =$

b)  $-3 - (-118) =$

c)  $38 + (-31) =$

d)  $-29 - 8 + 11 =$

### 151 Zadanie – Winda

W wysokim bloku z wielopoziomowym parkingiem podziemnym jest winda, która porusza się między piętrami. Winda ruszyła z parteru (piętro 0) 12 pięter do góry, a następnie 8 pięter w dół. Po chwili zjechała 5 pięter w dół, a następnie pojechała 16 pięter w górę. Na którym piętrze jest teraz winda, jeśli przed chwilą zjechała 8 pięter w dół?

### 152 Zadanie – Ślimak

Ślimak, aby wspiąć się na szczyt wieży, musi jeszcze przebyć w pionie odległość 2880 cm. Za każdym razem przez 6 godz. ślimak sunie do góry, a następnie odpoczywa przez 3 godz. Wspinając się pokonuje 20 mm na minutę w górę muru, a odpoczywając zsuwa się o 10 mm na minutę w dół. Po ilu godzinach ślimak dotrze na szczyt wieży, jeśli właśnie zaczął się wspinać?

### 153 Zadanie – Rodzaje magnetyków

Zaobserwowano, że próbka materiału umieszczona w pobliżu cewki, przez którą płynął prąd elektryczny, była przyciągana do cewki. Po wyłączeniu prądu płynącego przez cewkę magnetyzacja próbki zmniejszyła się do zera. Podkreśl nazwę opisującą rodzaj magnetyka, z którego wykonana jest próbka: diamagnetyk, paramagnetyk.

### 154 Zadanie – Jednostki objętości

Przelicz  $m^3$  na  $km^3$ :

$80000000 m^3$  to .....  $km^3$

$1400000 m^3$  to .....  $km^3$

Przelicz  $m^3$  na  $cm^3$ :

$3 m^3$  to .....  $cm^3$

$19 m^3$  to .....  $cm^3$

Przelicz  $mm^3$  na  $cm^3$ :

$29000 mm^3$  to .....  $cm^3$

$300200 mm^3$  to .....  $cm^3$



### 155 Zadanie – Rozładowanie akumulatora

Przez 17 godzin rozładowywano akumulator, mierząc płynący prąd amperomierzem. Średnie natężenie prądu podczas rozładowania było równe 22 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez amperomierz. Wynik podaj w kulombach.

### 156 Zadanie – Alarm samochodowy

Przez pewien alarm samochodowy w trybie czuwania przepływa prąd o średnim natężeniu 40 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez ten układ w trakcie 18 dób. Wynik podaj w kulombach i amperogodzinach.

### 157 Zadanie – Opornik

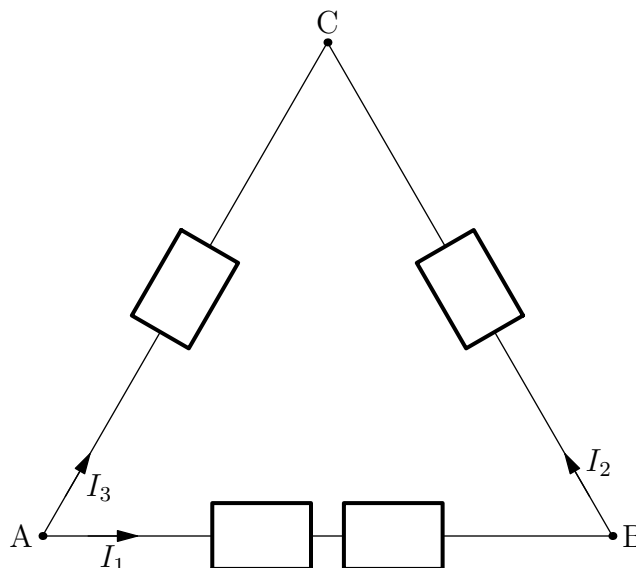
Gdy przez opornik płynął stały prąd o natężeniu 20 mA, napięcie mierzone między końcówkami opornika było równe 1,28 V.

- Oblicz opór opornika.
- Zakładając, że opornik spełnia prawo Ohma, oblicz natężenie prądu płynącego przez opornik, gdy napięcie mierzone między jego końcówkami jest równe 5,12 V.

### 158 Zadanie – Opór zastępczy

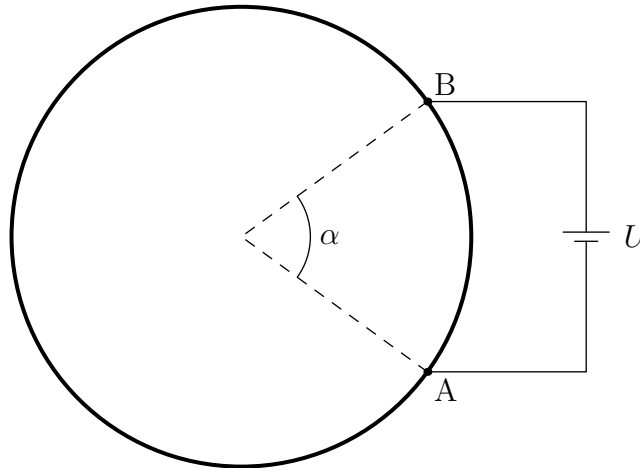
Cztery oporniki o takich samych oporach  $R = 8 \Omega$  połączono w sposób przedstawiony na rysunku. Napięcie  $U$  między punktami A i C wynosi 2 V.

- Oblicz opór zastępczy między zaciskami A i C.
- Oblicz natężenia prądów  $I_1$ ,  $I_2$  i  $I_3$  zaznaczonych na rysunku.
- Oblicz spadek napięcia między punktami B i C.



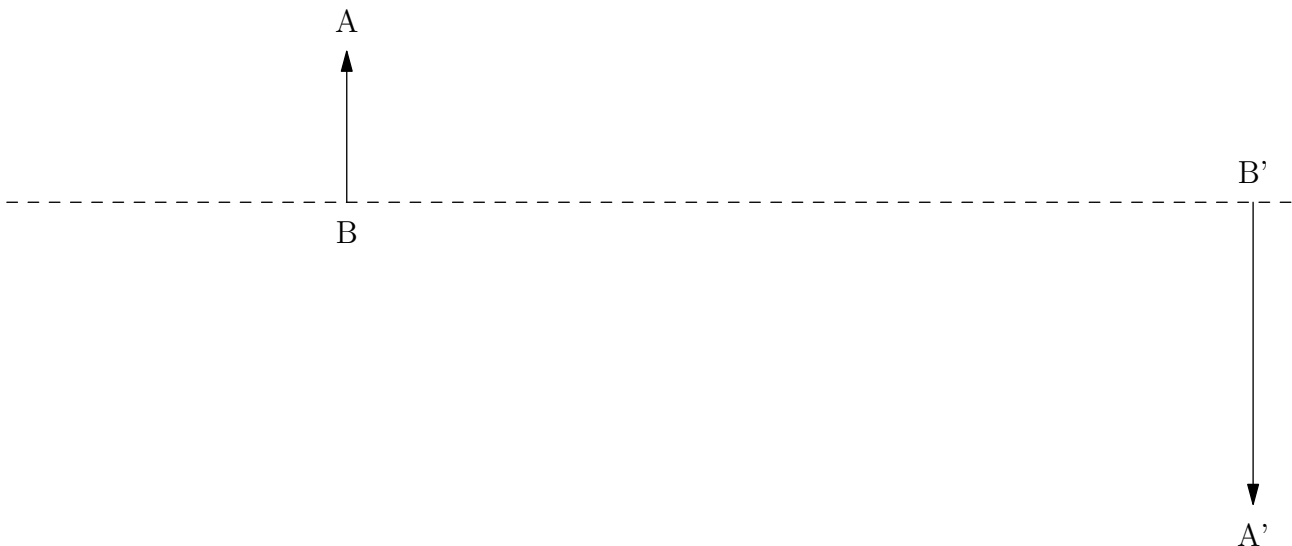
### 159 Zadanie – Obwód elektryczny w kształcie okręgu

Kawałek drutu o długości 11 cm wykonany z jednorodnego przewodnika wygięto w kształt okręgu. Pomiędzy punktami A i B włączono baterię. Położenie punktów A i B przedstawia rysunek,  $\alpha = 72^\circ$ . Napięcie  $U$  na baterii wynosi 1,3 V. Oblicz moc wydzielaną w tym obwodzie. Opór właściwy zastosowanej substancji wynosi  $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . Pole powierzchni przekroju poprzecznego drutu wynosi  $S = 27 \text{ mm}^2$ . Pomiń opór elektryczny przewodów połączeniowych oraz opór wewnętrzny baterii.



### 160 Zadanie – Gdzie ta soczewka?

Poniższy rysunek przedstawia w schematyczny sposób przedmiot AB oraz obraz A'B' powstały po przejściu przez ciekłą soczewkę światła emitowanego przez przedmiot AB. Zaznaczono też oś optyczną BB'. Wypisz 3 cechy obrazu. Znajdź położenie soczewki oraz rozstrzygnij, czy użyto soczewki skupiającej, czy rozpraszającej.



### 161 Zadanie – Odległość do diody

Cienka soczewka o ogniskowej 3 cm musi być odsunięta na odległość 4 cm od ekranu, aby uzyskać na nim ostry obraz świecącej diody znajdującej się na osi optycznej soczewki.

- Oblicz odległość od soczewki do diody.
- Oblicz stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu.

## 162 Zadanie – Płytką równoległościenna

Wiązka światła pada na szklaną płytkę równoległościenną znajdującą się w powietrzu. Promień padający tworzy z powierzchnią graniczną kąt  $50^\circ$ . Bezwzględne współczynniki załamania światła dla powietrza i szklanej płytki wynoszą odpowiednio:  $n_1 = 1,003$  i  $n_2 = 1,662$ .

- Ile wynosi kąt odbicia przy pierwszej powierzchni?
- Ile wynosi kąt załamania przy pierwszej powierzchni?
- Ile wynosi kąt odbicia przy drugiej powierzchni?
- Ile wynosi kąt załamania przy drugiej powierzchni?
- Czy wychodząca wiązka jest równoległa do wchodzącej?

## 163 Zadanie – Kij w basenie

Z poziomego dna basenu, prostopadle do dna, wystaje kij o długości 1,9 m. Ponad powierzchnią wody znajduje się 25% jego długości. Padają na niego promienie słoneczne pod kątem  $55^\circ$  do powierzchni wody. Ile wynosi długość cienia kija na dnie basenu? Współczynnik załamania wody wynosi 1,33, a powietrza 1.

## 164 Zadanie – Polaryzacja odbitego światła

Studenci powinni określić materiał, z którego została wykonana sześcienna bryła. Mają tego dokonać tylko na podstawie badania polaryzacji odbitego od jej ściany światła. Dysponują wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskali, gdy kąt między normalną do ściany a odbitą wiązką był równy  $60,5^\circ$ . Na podstawie odpowiednich obliczeń wskaż, z którego z następujących materiałów najprawdopodobniej wykonano bryłę (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): fluorek sodu (1,33), diament (2,42), korund (1,77). Bryła znajduje się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

## 165 Zadanie – Polaryzacja i geolog

Młoda geolog podczas wycieczki w Sudetach znalazła fragment kryształu. W celu jego identyfikacji badała polaryzację odbitego od ściany kryształu światła. Dysponowała wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskała, gdy kąt między normalną do ściany kryształu a odbitą wiązką był równy  $55^\circ$ . Na podstawie odpowiednich obliczeń określ najbardziej prawdopodobny minerał, którego fragment był badany. Wybierz spośród (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): cyrkon (1,92), fluoryt (1,43), korund (1,77). Kryształ znajdował się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

## 166 Zadanie – Jednostki powierzchni

Przelicz  $\text{km}^2$  na  $\text{m}^2$ :

137  $\text{km}^2$  to .....  $\text{m}^2$

364  $\text{km}^2$  to .....  $\text{m}^2$

Przelicz  $\text{m}^2$  na  $\text{cm}^2$ :

12  $\text{m}^2$  to .....  $\text{cm}^2$

201  $\text{m}^2$  to .....  $\text{cm}^2$

Przelicz  $\text{mm}^2$  na  $\text{cm}^2$

1700  $\text{mm}^2$  to .....  $\text{cm}^2$

5030  $\text{mm}^2$  to .....  $\text{cm}^2$

### 167 Zadanie – Prostokąty

O ile zmieni się pole prostokąta o bokach 14 cm i 48 cm, jeśli pierwszy bok zwiększymy 10 razy, a drugi bok zmniejszymy 6 razy?

### 168 Zadanie – Boki prostokątów

Oblicz długość:

a) boku kwadratu o polu powierzchni 16  $\text{m}^2$ .

b) boku prostokąta o polu powierzchni 12  $\text{m}^2$ , którego drugi z boków jest równy 4 m.

c) boku kwadratu o obwodzie 12 m.

d) boku prostokąta o obwodzie 24 m, którego drugi z boków jest równy 3 m.

### 169 Zadanie – Jednostki długości

Przelicz kilometry na metry:

268 km to ..... m

550 km to ..... m

Przelicz metry na centymetry:

11 m to ..... cm

1002 m to ..... cm

Przelicz milimetry na centymetry:

300 mm to ..... cm

10101 mm to ..... cm

### 170 Zadanie – Jednostki czasu

Przelicz minuty na sekundy:

15 min. to ..... s

147 min. to ..... s

Przelicz godziny na minuty:

11 godz. to ..... min.

14 godz. to ..... min.

Przelicz sekundy na godziny:

39600 s to ..... godz.

46800 s to ..... godz.

### 171 Zadanie – Prędkość człowieka

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 67650 metrów w ciągu 165 minut?

### 172 Zadanie – Echo

Anna słyszy dwa jednakowe dźwięki oddzielnie, jako echo, jeśli docierają do niej w odstępie czasu nie mniejszym niż 80 ms. Oblicz, w jakiej najmniejszej odległości od pionowej ściany odbijającej dźwięk powinna znajdować się Anna, aby po klaśnięciu w dłonie usłyszała echo. Przyjmij wartość prędkości dźwięku w powietrzu 331 m/s.

### 173 Zadanie – Prędkość jazdy rowerem

Jaś wyruszył rowerem z linii startu i jechał ze średnią prędkością 8,5 m/s. Maciek, który wyruszył 13 s po Jasiu z linii startu, ukończył wyścig 52 s przed Jasiem. Oba chłopcy przebyli tę samą odległość. Z jaką średnią prędkością jechał Maciek, jeśli całą trasę przejechał w trakcie 1105 s?

### 174 Zadanie – Sztafeta żółwi

Pałeczka niesiona przez trzy żółwie poruszała się ze średnią szybkością 200 cm/s przez 13 minut. Pierwszy żółw niosący pałeczkę w sztafecie poruszał się z szybkością 230 cm/s przez 3,5 minuty, po czym natychmiast pałeczkę przejął drugi żółw poruszający się z szybkością 180 cm/s przez 5,5 minuty, a potem przekazał ją błyskawicznie trzeciemu żółwiowi. Z jaką średnią szybkością poruszał się trzeci żółw?

### 175 Zadanie – Droga do szkoły

Jaś pokonuje swoją drogę do szkoły ze średnią szybkością 25 km/h. Pierwszą część drogi pokonuje rowerem miejskim, a drugą autobusem. Oba odcinki drogi są sobie równe. Rowerem porusza się ze średnią szybkością 20 km/h. Oblicz średnią szybkość jazdy autobusem. Wynik podaj z dokładnością do 2 cyfr znaczących.

### 176 Zadanie – Samochód

Samochód pana Krzysztofa spala 5 litrów benzyny na sto kilometrów, a litr benzyny kosztuje 4 zł. Ile **pełnych** kilometrów przejedzie pan Krzysztof samochodem za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej, czyli za 2 zł?

### 177 Zadanie – Koło ratunkowe

Wioślarz płynął łodzią w górę szerokiej, prostej i równomiernie płynącej rzeki. Gdy przepływał pod kładką, z jego łodzi wypadło koło ratunkowe. Po 14,7 min. wioślarz zauważył zgubę. Natychmiast zaczął płynąć w dół rzeki i dopędził koło w odległości 1470 m od kładki. Oblicz prędkość prądu rzeki względem brzegu w km/h, jeżeli wioślarz cały czas wiosłował z jednakowym wysiłkiem i w jednakowy sposób, a koło od chwili, gdy wypadło z łodzi, nie poruszało się względem wody.

## 178 Zadanie – Przejazdźka metrem

Uczeń wsiadł do metra na początku pociągu. Postanowił przejść podczas jazdy na jego koniec korytarzem o długości  $l = 115$  m. Gdy tam dotarł, pociąg wjechał na kolejną stację. Uczeń szedł ze średnią szybkością  $v_p = 4,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  względem pociągu. Pociąg przejechał drogę  $s = 1100$  m. Oblicz średnią szybkość, z jaką jechał pociąg względem stacji metra  $u$ , oraz średnią szybkość ucznia względem ziemi  $v_z$ .

## 179 Zadanie – Wąż ogrodowy

Gumowy wąż ogrodowy o wewnętrznej średnicy 15 mm zakończony jest otworem o średnicy 7 mm. Z jaką szybkością wylatuje woda z otworu, jeśli w wężu porusza się ona z szybkością 50 cm/s?

## 180 Zadanie – Odcinki

Odcinek w skali 1:16 ma 18 cm długości. Jaką długość ma ten odcinek w skali 18:1?

## 181 Zadanie – Fotografia

Łazik marsjański przesłał zdjęcie znalezionej obiektu do analizy. Na zdjęciu w skali 1:20 obiekt miał 4,5 mm. Aby go dokładniej zbadać, powiększono zdjęcie. Jaką wielkość będzie miał ten obiekt w skali 6:1?

## 182 Zadanie – Sonda

Sonda wykonała zdjęcia powierzchni Marsa. Po analizie obrazów stwierdzono, że na zdjęciach krater wulkanu miał średnicę 14 cm, a wysokość wulkanu była równa 1,4 cm. Jakie były rzeczywiste rozmiary tego wulkanu w kilometrach, jeśli zdjęcia zostały wykonane w skali 1:15000?

## 183 Zadanie – Przyssawka

Oblicz maksymalną masę odważnika, który może wisieć przyczepiony do okrągłej przyssawki przylegającej do poziomego sufitu. Średnica przyssawki jest równa 11 cm. Przyjmij, że między przyssawką a sufitem jest próżnia, ciśnienie atmosferyczne jest równe 1010 hPa, a przyspieszenie ziemskie  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

## 184 Zadanie – Pod wodą

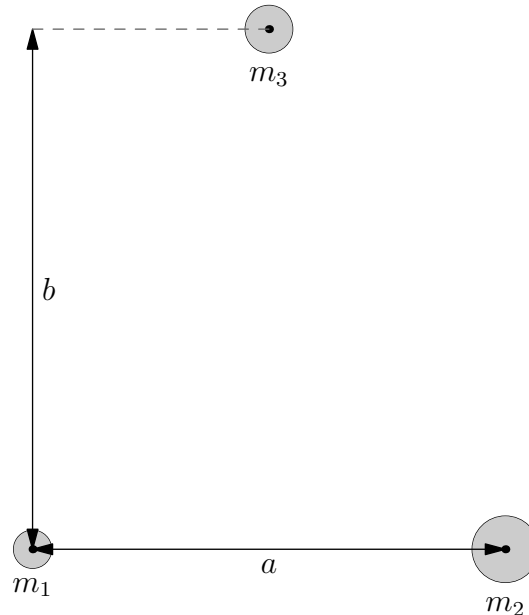
Oblicz ciśnienie wody działające na nurka znajdującego się na głębokości 15 m. Przyjmij gęstość wody  $1026 \text{ kg/m}^3$  oraz natężenie pola grawitacyjnego  $9,8 \text{ N/kg}$ .

## 185 Zadanie – Prasa hydrauliczna

Dwa walcowe tłoki prasy hydraulicznej mogą poruszać się w pionie. Gdy są nieobciążone, znajdują się na tym samym poziomie. Mniejszy tłok ma średnicę 5 cm, a duży średnicę 49 cm. Jaki odważnik trzeba umieścić na małym tłoku, by utrzymać bryłę o masie 300 kg leżącą na dużym tłoku?

### 186 Zadanie – Środek masy

Środki mas pokazanych na rysunku tworzą trójkąt równoramienny, gdzie:  $m_1 = 0,4$  kg,  $m_2 = 1,2$  kg,  $m_3 = 0,8$  kg. Podstawa trójkąta równoramiennego to  $a = 7$  cm, a wysokość to  $b = 10,5$  cm. Znajdź środek masy układu. Jako początek układu współrzędnych przyjmij środek masy  $m_1$ .



### 187 Zadanie – Lot mionu

Mion leci ze stałą prędkością  $1,9 \cdot 10^8$  m/s względem laboratorium. W układzie związanym z mionem rozpadł się on po czasie  $2,4 \mu\text{s}$  od początku lotu. Ile czasu trwał lot mionu w układzie związanym z laboratorium? Przyjmij wartość prędkości światła w próżni  $3 \cdot 10^8$  m/s.

### 188 Zadanie – Jednostki temperatury

Przelicz temperatury wyrażone w stopniach Celsjusza na skalę Kelwina:

$-12^\circ\text{C}$  to ..... K.

$-16^\circ\text{C}$  to ..... K.

Przelicz temperatury wyrażone w stopniach Fahrenheita na skalę Kelwina:

$5^\circ\text{F}$  to ..... K.

$-4^\circ\text{F}$  to ..... K.

### 189 Zadanie – Temperatury

W różnych krajach stosuje się inne skale temperatur, np. w Polsce temperaturę podaje się w skali Celsjusza, a w USA w skali Fahrenheita. Naukowcy używają najczęściej skali Kelwina. Aby dowiedzieć się, jak przeliczyć temperatury, zapoznaj się z poniższymi wzorami, w których  $T_K$  oznacza temperaturę podaną w skali Kelwina,  $T_C$  oznacza temperaturę podaną w stopniach Celsjusza, a  $T_F$  oznacza temperaturę podaną w stopniach Fahrenheita.

$$T_K = 273,15 + T_C \qquad T_C = (T_F - 32) \cdot \frac{5}{9}$$

Dwaj chłopcy, Adaś z Polski i John z USA, mierzyli codziennie temperaturę przed domem, otrzymując następujące wyniki:

Adaś:  $-11^{\circ}\text{C}$ ,  $-8^{\circ}\text{C}$ ,  $-12^{\circ}\text{C}$ ,  $-14^{\circ}\text{C}$ .

John:  $14^{\circ}\text{F}$ ,  $23^{\circ}\text{F}$ ,  $41^{\circ}\text{F}$ ,  $5^{\circ}\text{F}$ .

Obaj chłopcy biorą udział w konkursie badawczym i muszą przesłać wyniki swoich pomiarów w skali Kelwina.

Pytanie 1. Jakie będą wartości uzyskanych przez nich temperatur w skali Kelwina?

Pytanie 2. Ile wynosi średnia temperatura u każdego z chłopców? Odpowiedź podaj w skali Kelwina.

## 190 Zadanie – Średnia temperatura

Stacja meteorologiczna prowadziła przez tydzień pomiary średniej dobowej temperatury, uzyskując następujące wyniki:  $1^{\circ}\text{C}$ ,  $3^{\circ}\text{C}$ ,  $-1^{\circ}\text{C}$ ,  $2^{\circ}\text{C}$ ,  $-2^{\circ}\text{C}$ ,  $0^{\circ}\text{C}$ ,  $4^{\circ}\text{C}$ .

Ile wynosi średnia temperatura w tym tygodniu?

## 191 Zadanie – Zmiana energii wewnętrznej układu

W pewnym procesie dostarczyliśmy do układu ciepło o wartości  $340\text{ J}$ , wykonaliśmy pracę nad tym układem (np. sprężając go) o wartości  $100\text{ J}$  oraz odebraliśmy od układu ciepło o wartości  $170\text{ J}$ , a układ wykonał pracę o wartości  $110\text{ J}$ . Oblicz zmianę energii wewnętrznej tego układu wskutek opisanego procesu.

## 192 Zadanie – Szybkość średnia atomu

W pewnym ośrodku o temperaturze  $27^{\circ}\text{C}$ , poruszają się atomy argonu. Oblicz szybkość średnią kwadratową, z jaką poruszają się cząsteczki tego gazu, wiedząc, że jego masa molowa wynosi  $40\text{ g/mol}$ .

## 193 Zadanie – Pęcherzyk powietrza

Z dna jeziora o głębokości  $27,4\text{ m}$  odrywa się pęcherzyk powietrza o promieniu  $4,4\text{ mm}$ . Temperatura na dnie jeziora wynosi  $4,2^{\circ}\text{C}$ . Pęcherzyk po dotarciu na powierzchnię jeziora zmienił się w półsferyczną bańkę o promieniu  $10,1\text{ mm}$ . Jaka temperatura panuje na powierzchni jeziora, jeśli ciśnienie atmosferyczne wynosi  $100\text{ kPa}$ ? Przyjmij, że gęstość wody wynosi  $1000\text{ kg/m}^3$ , a gęstość powietrza w warunkach normalnych  $1,29\text{ kg/m}^3$ . Pomiń wpływ napięcia powierzchniowego na ciśnienie w pęcherzyku. Załóż, że temperatura powietrza w pęcherzyku jest zawsze równa temperaturze otoczenia.

## 194 Zadanie – Entropia i porcja wody

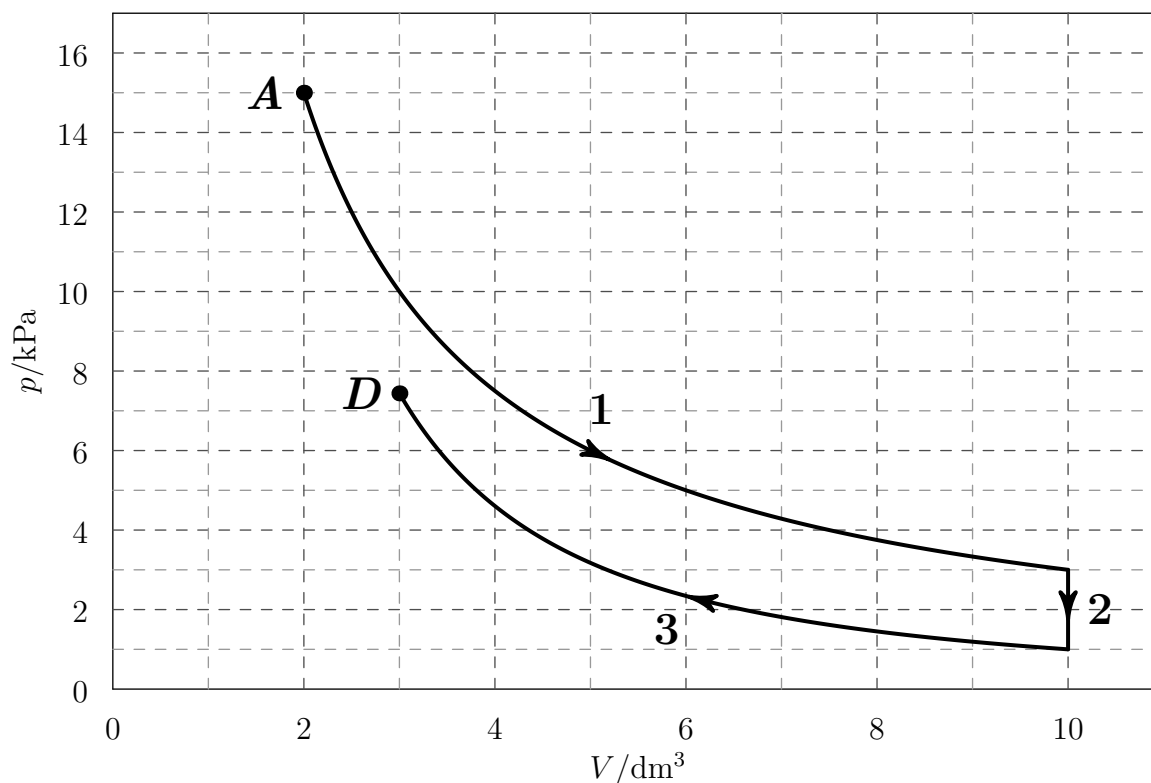
Oblicz zmianę entropii wody o masie  $52\text{ g}$  podczas przemiany jej stanu ze stałego (lód) w stan ciekły (płyn) w temperaturze topnienia pod ciśnieniem  $1\text{ atm}$ . Przyjmij ciepło topnienia równe  $334\text{ kJ/kg}$ .



## 195 Zadanie – Przemiany gazowe

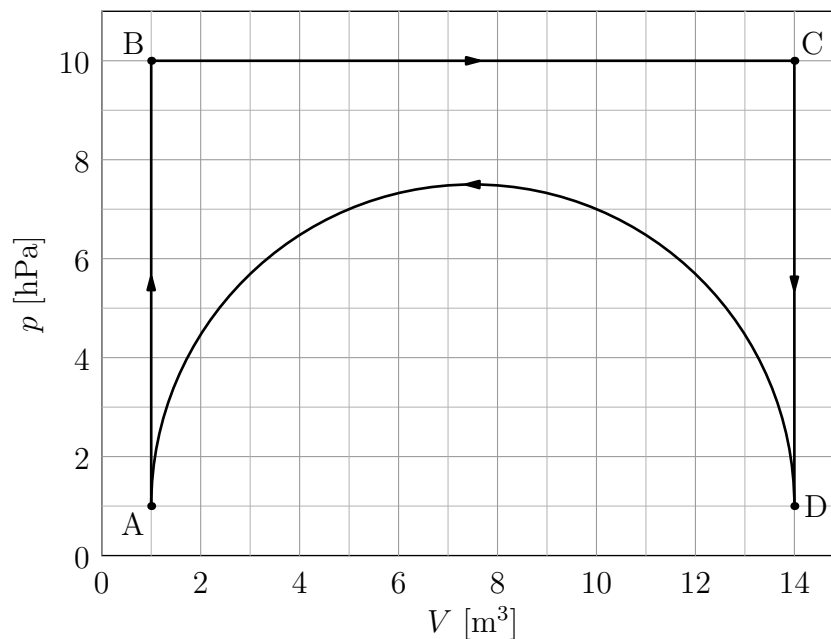
Ustalona porcja gazowego neonu przeszła przemiany 1, 2 i 3 przedstawione na poniższym wykresie, gdzie  $p$  oznacza ciśnienie gazu, a  $V$  jego objętość. Początkowo parametry gazu opisywał punkt  $A$ . Wiadomo, że przemiana 3 była adiabatyczna.

- Podaj nazwy przemian 1 i 2. W przypadku przemiany 1 swoją hipotezę dotyczącą rodzaju przemiany sprawdź w 3 różnych punktach.
- Dla każdej z przemian wskaż wielkości, które są zawsze równe 0 w trakcie tej przemiany.
- Czy gaz w punkcie  $D$  ma większą temperaturę niż w punkcie  $A$ ?
- Czy z punktu  $D$  może ta porcja gazu dotrzeć do punktu  $A$  w przemianie izobarycznej?



**196 Zadanie – Praca wykonana przez gaz**

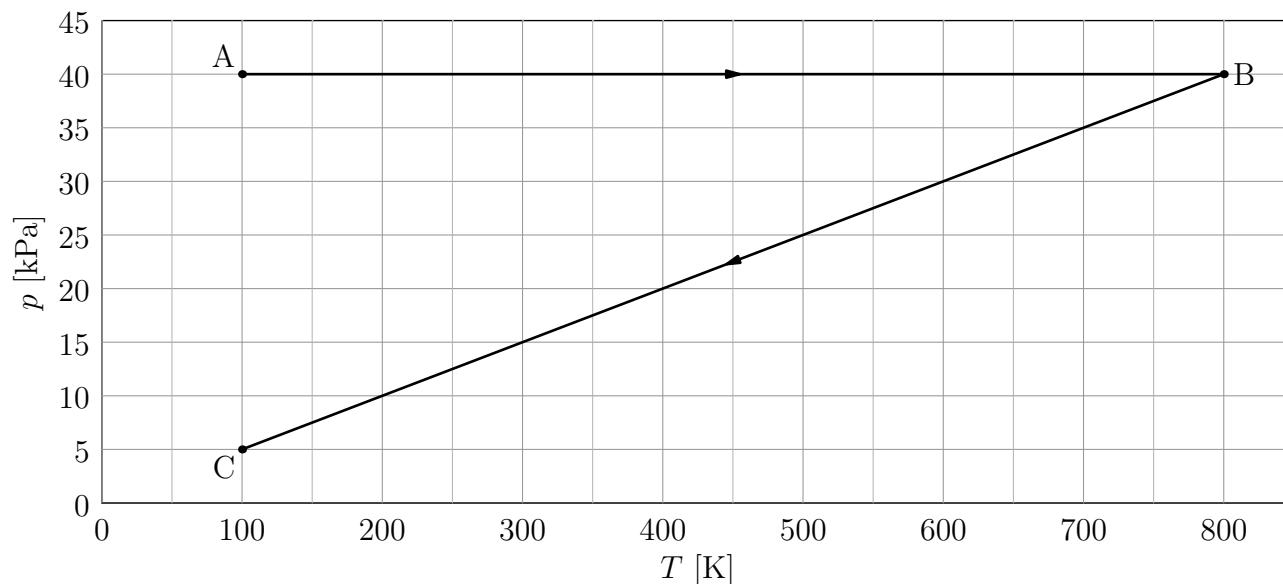
Oblicz pracę wykonaną przez gaz podczas jednego cyklu przedstawionego na wykresie poniżej. Fragment DA ma kształt półokręgu.

**197 Zadanie – Przemiany gazu doskonałego**

W szczelnym naczyniu, zamkniętym tłokiem, znajduje się argon. Masa gazu jest równa 2 kg, a początkowa temperatura 18°C. Gaz poddano przemianie izobarycznej, dostarczając mu 840 J ciepła. Jaką pracę wykonał argon podczas rozprężania? Przyjmij, że masa molowa gazu wynosi 40 g/mol.

## 198 Zadanie – Ciepło, energia wewnętrzna i praca w przemianach gazowych

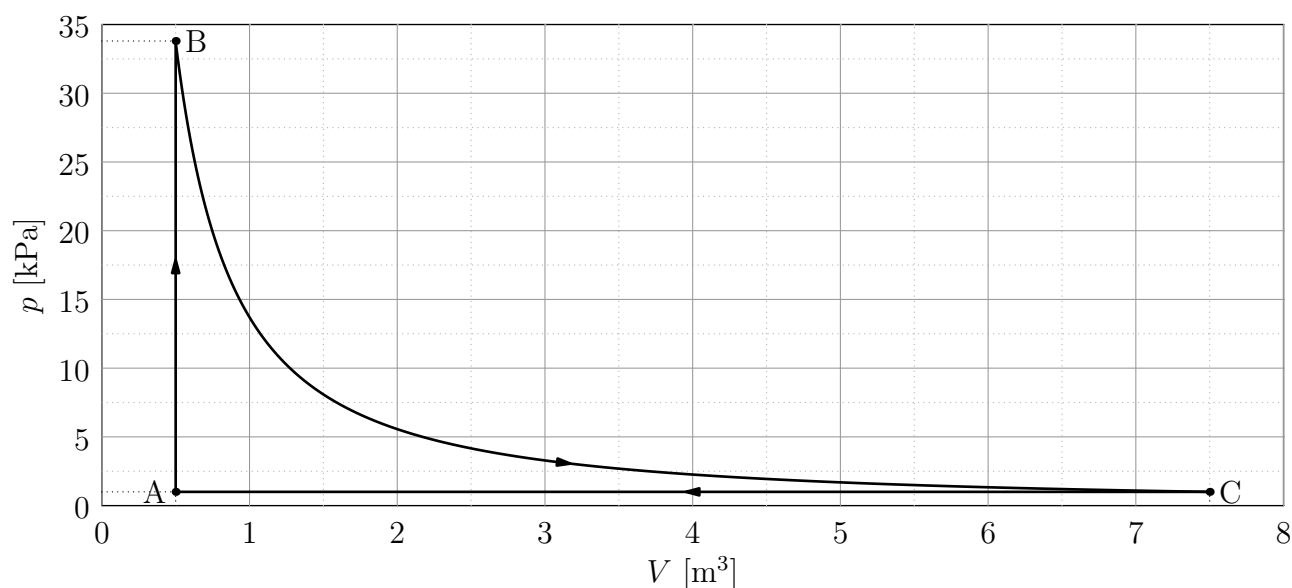
Oblicz zmianę energii wewnętrznej gazu doskonałego, pracę wykonaną przez gaz oraz ciepło wymienione z otoczeniem podczas przemiany przedstawionej na wykresie poniżej. Przyjmij, że zmiana objętości wyniosła  $0,21 \text{ m}^3$ .



## 199 Zadanie – Ciepło oddane i pobrane

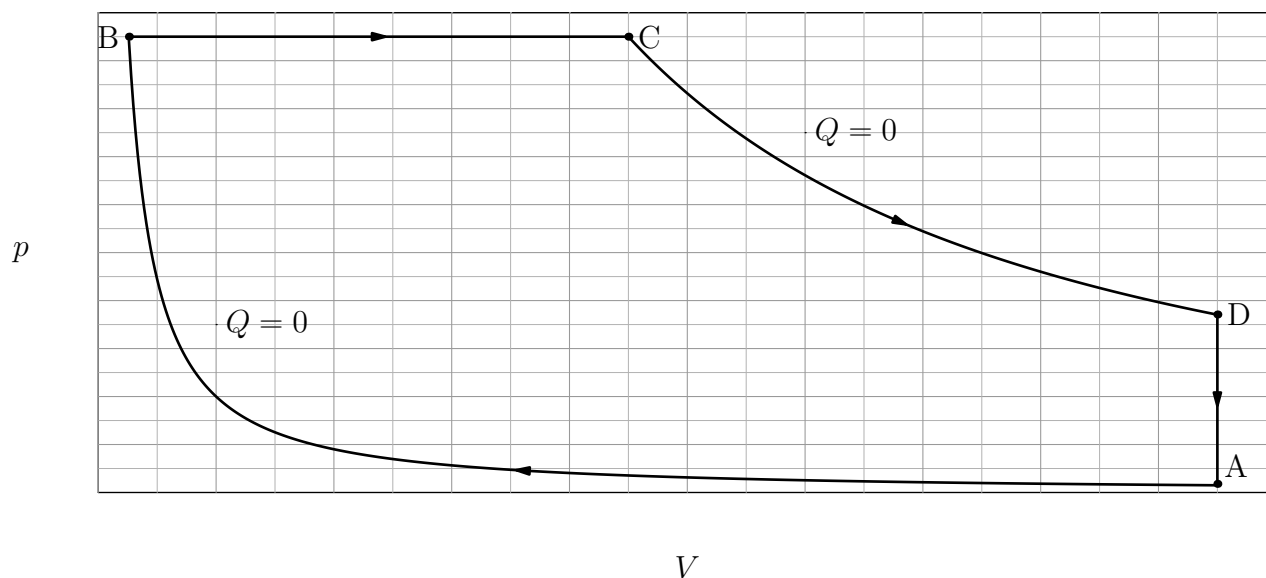
Jeden mol jednoatomowego gazu doskonałego jest poddawany przemianom przedstawionym na wykresie poniżej. Wiedząc, że przemiana B-C jest przemianą adiabatyczną oraz że ciśnienie w punkcie A jest równe  $1 \text{ kPa}$ , a w punkcie B ciśnienie wynosi  $33,8 \text{ kPa}$ , oblicz:

- energię pobraną przez gaz z grzejnika;
- energię oddaną chłodnicy;
- wypadkową pracę w jednym cyklu silnika cieplnego, w którym gaz poddawany jest opisanym przemianom;
- sprawność tego silnika.



## 200 Zadanie – Cykl przemian gazu

Wyznacz sprawność cyklu dla ustalonej porcji gazu doskonałego przedstawionego na rysunku poniżej. Wynik przedstaw tylko w zależności od temperatur oraz stosunku ciepła właściwego w przemianie izobarycznej do ciepła właściwego w przemianie izochorycznej. Przemiany A-B oraz C-D są adiabatyczne. Dane są temperatury w punktach A, B, C, D.



## 201 Zadanie – Przemiana adiabatyczna i izotermiczna

Porcję 2 kg argonu o temperaturze 613,7 K i ciśnieniu  $3 \cdot 10^5$  Pa sprężono adiabatycznie, a następnie rozprężono izotermicznie. Ilość ciepła pobrana w procesie izotermicznym jest równa przyrostowi energii wewnętrznej gazu w procesie adiabatycznym i wynosi 250 kJ. Oblicz objętość i ciśnienie gazu po przemianie

- adiabatycznej
- izotermicznej.

Przyjmij, że masa molowa gazu wynosi 40 g/mol, a wykładnik adiabaty 1,66.

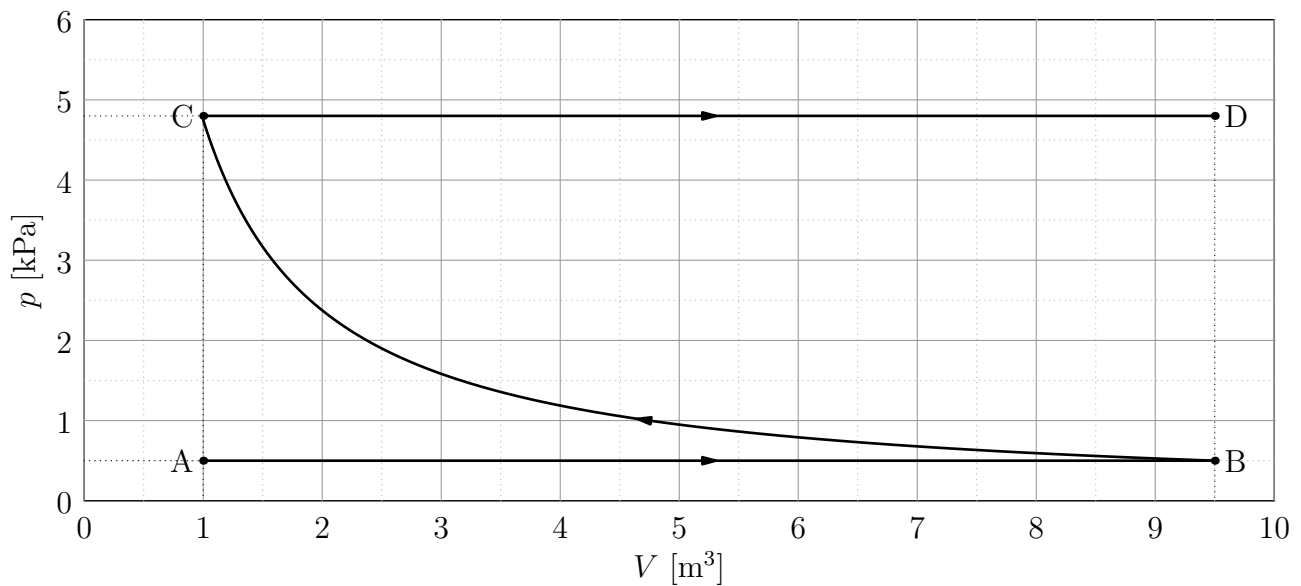
## 202 Zadanie – Entropia gazu

Zmianę entropii gazu doskonałego wyraża uniwersalny dla każdej przemiany wzór.

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_k}{V_p} + n \cdot C_v \cdot \ln \frac{T_k}{T_p}$$

$n$  - liczba moli,  $R$  - uniwersalna stała gazowa,  $V_k$  - objętość końcowa,  $V_p$  - objętość początkowa,  $C_v$  - ciepło molowe przy stałej objętości,  $T_k$  - temperatura końcowa,  $T_p$  - temperatura początkowa.

Jeden mol jednoatomowego gazu doskonałego został poddany przemianie izotermicznej i dwóm przemianom izobarycznym. Końcowe ciśnienie gazu jest równe 4,8 kPa. Korzystając z przedstawionego wzoru oraz wykresu poniżej, oblicz zmianę entropii dla każdego z trzech procesów. Zinterpretuj otrzymane wyniki.



### 203 Zadanie – Równanie van der Waalsa

Porcję 2 kg chloru ogrzano od temperatury 420 K do temperatury 510 K. Podczas przemiany objętość gazu wzrosła od 4 m<sup>3</sup> do 8 m<sup>3</sup>. Zakładając, że gaz spełnia równanie van der Waalsa, oblicz zmianę energii wewnętrznej gazu. Załóż, że masa molowa użytego gazu to 35 g/mol, ciepło molowe przy stałej objętości 12,8 J/(K·mol), a stałe występujące w równaniu van der Waalsa  $a = 0,658 \text{ J}\cdot\text{m}^3/(\text{mol})^2$ ,  $b = 0,056 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$ .

### 204 Zadanie – Wzory redukcyjne 1

Oblicz:

- $(-3 \sin 150^\circ + 4 \operatorname{tg} 225^\circ) \cdot 2 \cos 225^\circ =$
- $-3 \sin 225^\circ + 3 \cos 225^\circ =$
- $(3 \sin 45^\circ - \cos 150^\circ) \cdot (3 \sin 45^\circ + \cos 150^\circ) =$

### 205 Zadanie – Wzory redukcyjne 2

Oblicz:

- $(-3 \sin(-45^\circ) + 6 \operatorname{tg} 480^\circ) \cdot 3 \cos 930^\circ =$
- $6 \sin 930^\circ + 3 \cos(-150^\circ) =$
- $(3 \sin 480^\circ - \cos(-45^\circ)) \cdot (3 \sin(-150^\circ) + \cos(-150^\circ)) =$
- $\operatorname{tg} 930^\circ \cdot \sin 480^\circ + \sin 930^\circ \cdot \cos(-45^\circ) - \sin(-150^\circ) =$
- $(\operatorname{tg} 780^\circ)^2 - 3(\operatorname{ctg} 420^\circ)^2 =$
- $\sin^2(-45^\circ) + \cos^2(-45^\circ) =$

### 206 Zadanie – Wzory redukcyjne 3

Oblicz:

- $(\sin(-162^\circ) + 5 \cos(-162^\circ))^2 - 2 \cdot 5 \cos(-162^\circ) \sin(-162^\circ) =$
- $5 \sin 597^\circ + 2 \cos(-457^\circ) =$
- $(2 \sin 134^\circ - \cos(-162^\circ)) \cdot (2 \sin(-457^\circ) + \cos(-457^\circ)) =$
- $\operatorname{tg} 597^\circ \cdot \sin 134^\circ + \sin 597^\circ \cdot \cos(-162^\circ) - \sin(-457^\circ) =$

e)  $(\operatorname{tg} 780^\circ)^2 - 3(\operatorname{ctg} 420^\circ)^2 =$

f)  $\sin^2(-162^\circ) - \cos^2(-162^\circ) =$

## 207 Zadanie – Zbiory liczb naturalnych

Zbiory  $A$ ,  $B$  i  $C$  składają się z następujących elementów:

$$A = \{6, 7, 10, 12, 15, 19\}$$

$$B = \{2, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 22\}$$

$$C = \{2, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 21\}$$

Określ:

a) sumę  $A \cup B$ ,

b) sumę  $B \cup C$ ,

c) sumę  $A \cup B \cup C$ ,

d) różnicę  $A \setminus B$ ,

e) różnicę  $B \setminus C$ ,

f) różnicę  $A \setminus C$ ,

g) iloczyn (część wspólną)  $A \cap B$ ,

h) iloczyn  $B \cap C$ ,

i) iloczyn  $A \cap C$ ,

j) iloczyn  $A \cap B \cap C$ .

## 208 Zadanie – Działania na zbiorach

Uprość poniższe wyrażenia, w których występują zbiory  $A$  i  $B$ :

a)  $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$

b)  $(A \cup B) \cap (B \setminus A)$

c)  $A \cap (B \cup A)$

d)  $(B \cup B) \setminus A$