

Drgania

O. Harmoniczny

Dobrej fazy!

1 Zadanie – Zegar

Pewien zegar, posiadający wahadło z mosiądzu, odmierza dokładnie czas w temperaturze 25°C . Temperatura spadła do 2°C . O ile więcej wahań w ciągu doby wykona zegar w niższej temperaturze? Przyjmij, że współczynnik rozszerzalności cieplnej mosiądzu wynosi $19 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$. Jeden koniec pręta z mosiądzu zamocowany jest w taki sposób, by mógł obracać się w płaszczyźnie pionowej. Do drugiego końca pręta przymocowany jest ciężarek. Długość pręta jest znacznie większa od rozmiarów ciężarka. Pręt z mosiądzu jest znacznie lżejszy niż przyczepiony do niego ciężarek.

2 Zadanie – Sprężyna

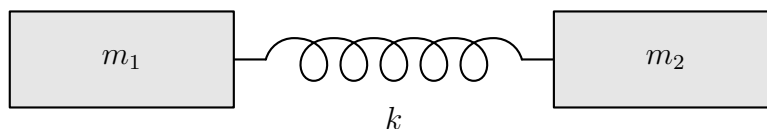
Do wiszącej pionowo w polu grawitacyjnym sprężyny, podwieszono odważnik o masie $0,5 \text{ kg}$ i zauważono, że wydłużyła się ona o $0,9 \text{ cm}$.

a) Oblicz okres pionowych drgań wahadła sprężynowego, zbudowanego z opisanej sprężyny i podwieszonej kulki o masie $1,5 \text{ kg}$.

b) Sprężynę przecięto tak, że powstały dwie identyczne sprężyny i do jednej z nich podwieszono klocek o masie $2,25 \text{ kg}$. Oblicz okres drgań takiego wahadła sprężynowego.

3 Zadanie – Dwa ciężarki połączone sprężyną

Wyznacz okres drgań układu składającego się z dwóch ciężarków o masach m_1 i m_2 połączonych bardzo lekką sprężyną o współczynniku sprężystości k . Rozważ tylko drgania, przy których sprężyna nie wygina się na boki. Pomiń wpływ innych ciał. Uzyskaj również wynik liczbowy dla $k = 49 \text{ N/m}$, $m_1 = 3 \text{ kg}$ oraz $m_2 = 6 \text{ kg}$.

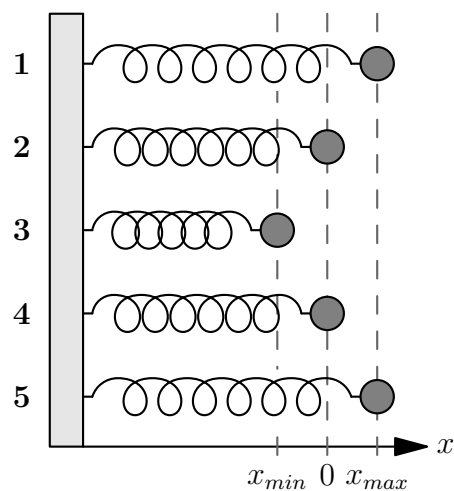


4 Zadanie – Oscylator harmoniczny

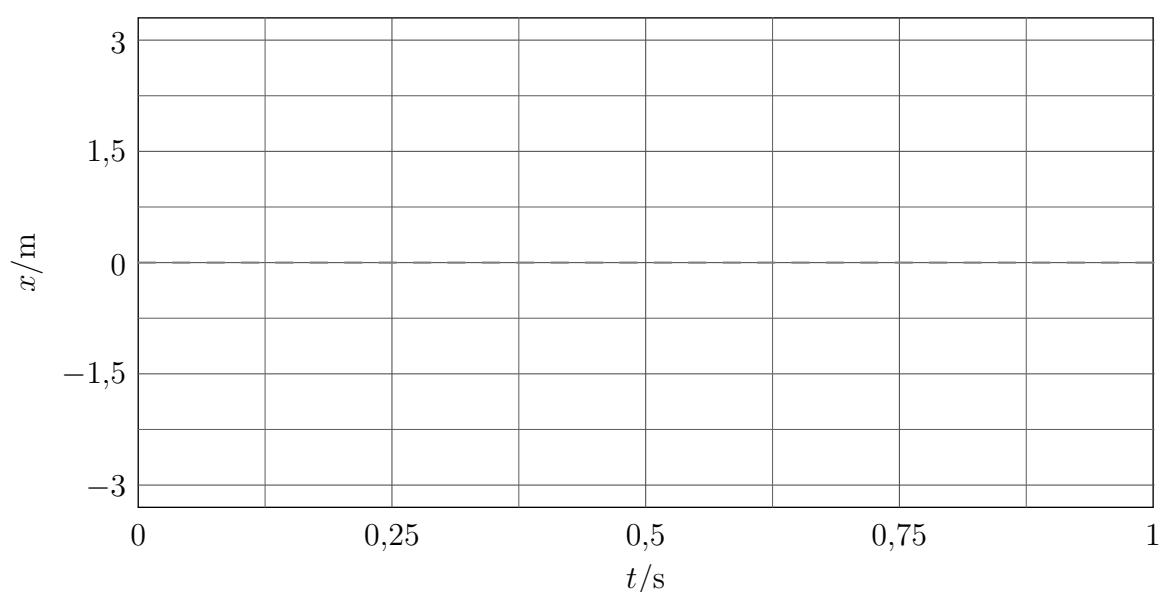
Przyjrzyjmy się prostemu układowi drgającemu, którego równanie ruchu ma postać:

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

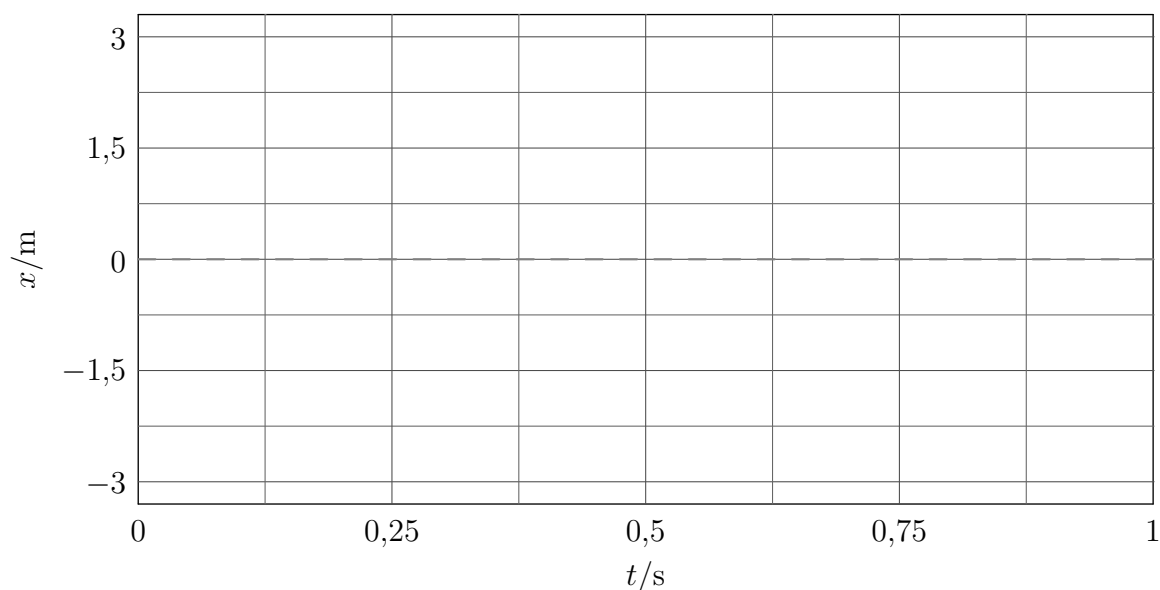
gdzie x_m , ω i ϕ są stałymi. Na rysunku można dostrzec ekstremalne momenty ruchu kulki: 1 i 5 odpowiadają maksymalnemu wychyleniu kulki, 3 minimalnemu. W momentach 2 i 4 kulka przechodzi przez położenie równowagi.



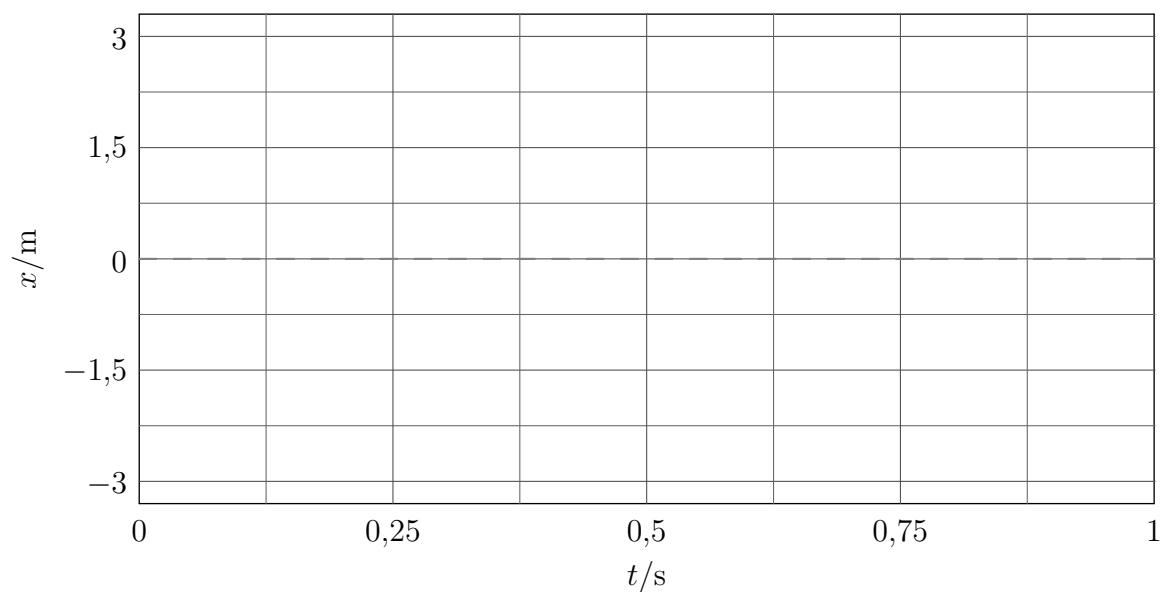
a) Narysuj wykres przedstawiający zależność położenia kulki od czasu od momentu 1 do 5.



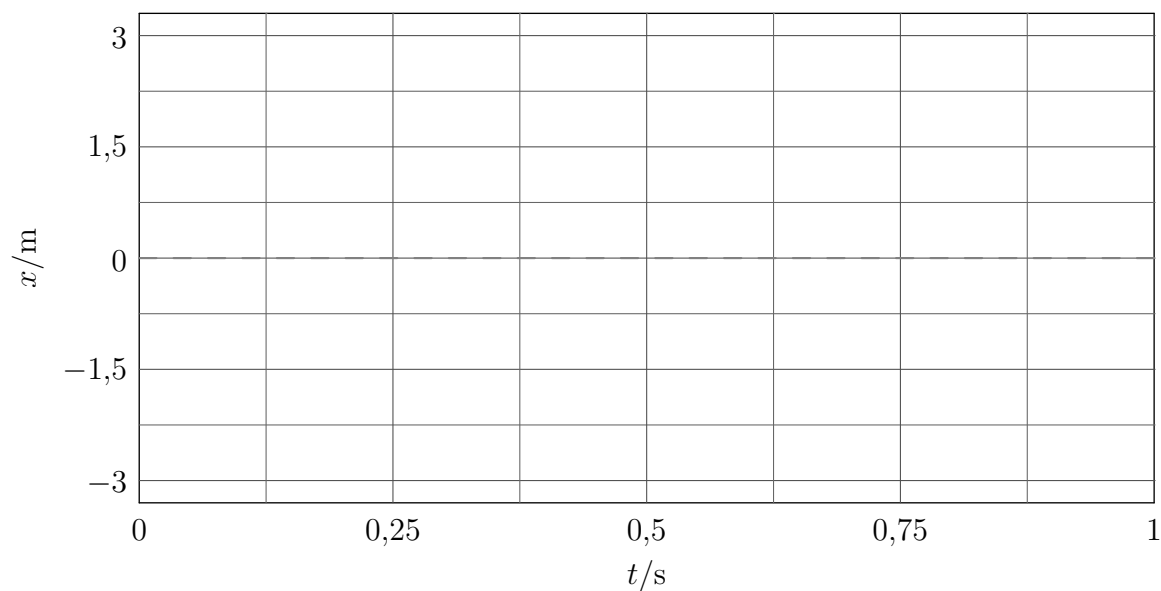
b) Narysuj wykres, na którym amplituda jest dwukrotnie mniejsza niż w podpunkcie a).



c) Narysuj wykres, na którym okres drgań jest dwukrotnie większy niż w podpunkcie a).

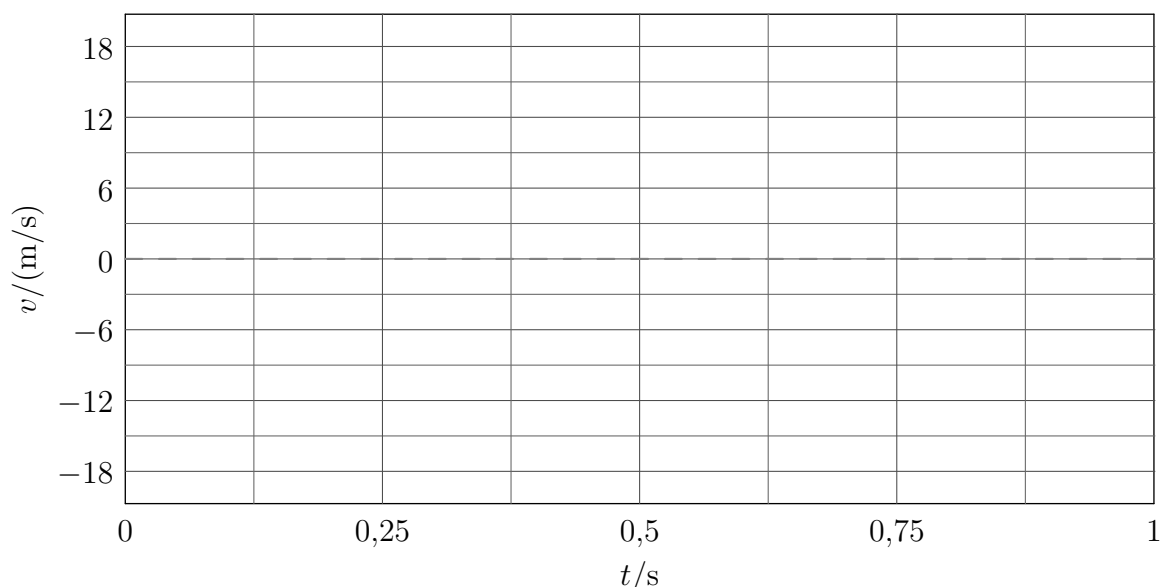


d) Narysuj wykres, na którym częstotliwość drgań jest dwukrotnie większa niż w podpunkcie a).



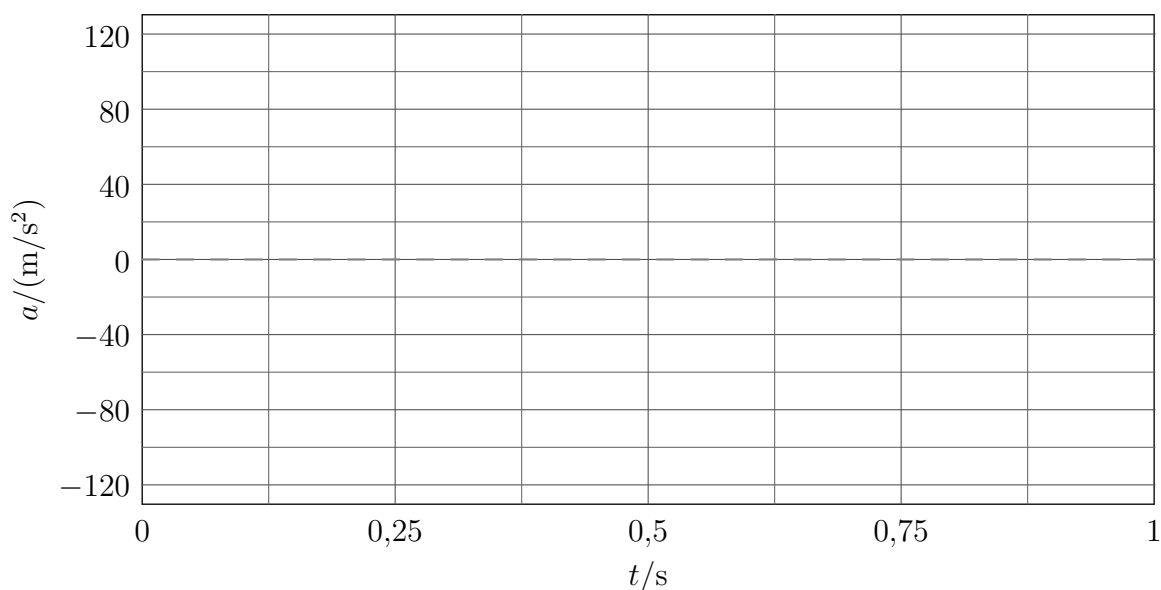
e) Jaką postać ma równanie opisujące prędkość kulki?

Narysuj wykres zależności prędkości kulki od czasu zgodny z wykresem z podpunktu a).



f) Jaką postać ma równanie opisujące przyspieszenie kulki?

Narysuj wykres zależności przyspieszenia kulki od czasu zgodny z wykresem z podpunktu a).



5 Zadanie – Kulka na sprężynie

Po idealnie gładkim stole porusza się kulka o masie 680 g, która umocowana jest na sprężynie o stałej sprężystości $65 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Kulkę odciągnięto na odległość 12 cm od położenia równowagi, a następnie puszczono swobodnie. Pomiń opory ruchu.

- Wyznacz amplitudę.
- Wyznacz okres drgań.
- Wyznacz częstotliwość
- Wyznacz częstość kołową.
- Wyznacz maksymalną prędkość kulki i określ, w którym punkcie zostaje osiągnięta.
- Wyznacz maksymalne przyspieszenie kulki i określ, w którym punkcie zostaje osiągnięte.
- Wyznacz maksymalną energię potencjalną kulki i określ, w którym punkcie zostaje osiągnięta.
- Wyznacz maksymalną energię kinetyczną kulki i określ, w którym punkcie zostaje osiągnięta.

6 Zadanie – Drgająca ciecz

Jaś nalał pewną ciecz o objętości 12 cm^3 do pionowo ustawionej U-rurki, której przekrój poprzeczny wynosił $0,5 \text{ cm}^2$. Następnie dmuchnął do jednego z ramion tak mocno, że poziom wody podniósł się w drugim ramieniu. Zmiany poziomu cieczy zachodzą jedynie w prostych fragmentach ramion rurki. Pomiń opory ruchu cieczy.

- Wykaż, że siła, która dąży do przywrócenia stanu równowagi, to siła harmoniczna.
- Oblicz częstotliwość, z jaką będzie drgała ciecz.

7 Zadanie – Wahadło na planecie

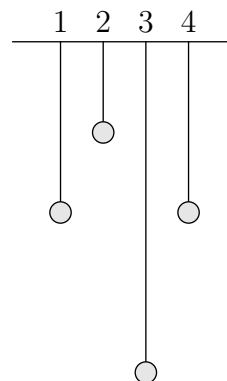
Na pewnej planecie mała kulka o masie 45 g została zawieszona na nitce o długości 22 cm . Kulka waha się z okresem wynoszącym $0,6 \text{ s}$ oraz amplitudą znacznie mniejszą od długości nici. Opory ruchu można pominąć.

- Czy na podstawie tych danych jesteśmy w stanie wyznaczyć przyspieszenie grawitacyjne tej planety? Jeśli tak, to ile ono wynosi?
- Jak zmieni się okres wahań kulki, jeżeli zwiększymy jej masę trzykrotnie?
- Jaka musi być długość nici, aby ta sama kulka wahała się z okresem równym $1,2 \text{ s}$?

8 Zadanie – Rezonans mechaniczny

Na rozciągniętej poziomo lince zawieszamy cztery wahadła. W poniższej tabeli zestawiono wartości ich długości oraz mas zawieszonych ciężarków, gdzie l i m są jednostkami odpowiednio długości i masy.

numer wahadła	1	2	3	4
długość	l	$0,5l$	$2l$	l
masa	m	$2m$	m	$3m$



Pierwsze wahadło wprawiono w ruch. Po pewnym czasie zaobserwowano ruch pozostałych wahadeł. Które z nich miało największe wychylenie? Drugie, ponieważ znajduje się najbliżej? Trzecie, ponieważ ma taką samą masę? Czy może czwarte, ponieważ ma taką samą długość nici?

9 Zadanie – Zanurzone wahadło [do dokończenia]

Na nieważkiej nici o długości $L = 1 \text{ m}$ zawieszono kulkę o promieniu $R = 1 \text{ cm}$ zrobioną z korka o gęstości $\rho_k = 250 \text{ kg/m}^3$. Całość zanurzono w powietrzu o współczynniku lepkości $\eta = 0,000018 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ i gęstości $\rho_s = 12 \text{ kg/m}^3$. Następnie kulkę wychylono z położenia równowagi o kąt $\alpha_0 = 3^\circ$ i swobodnie puszczono. Kulka, przemieszczając się, ciągnie ze sobą lepka ciecz. Chcąc uwzględnić ten efekt w obliczeniach, musisz przyjąć, że oprócz kulki na wahadle znajduje się tzw. masa dołączona (wirtualna) równa masie cieczy o objętości równej połowie objętości wahającej się kulki. Oblicz jaką drogę przebędzie kulka do momentu zatrzymania się. W obliczeniach przyjmij, że siła oporu wyraża się wzorem Stokesa: $F = -6\pi\eta Rv$.