

Elektryczność i magnetyzm

Plus Dodatni

Rozwiązanie każdego zadania zapisz na oddzielnej, podpisanej kartce z wyraźnie zaznaczonym numerem zadania.

1 Zadanie – Łamigłówka z elektrostatyki

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-elektrodynamika-0000100, diff: 1

Do dyspozycji masz uziemienie oraz trzy jednakowe metalowe kule, dwie z nich naładowane są ładunkiem Q , a trzecia ładunkiem $-Q$. Otrzymaj na jednej z nich ładunek $\frac{3}{8}Q$. Możesz łączyć kule ze sobą oraz z uziemieniem.

Odpowiedź: Najszybsza droga do uzyskania na jednej kuli ładunku o wartości $\frac{3}{8}Q$:

I połączenie kul o ładunkach Q i $-Q$

II połączenie kul o ładunkach 0 i Q

III połączenie kul o ładunkach $\frac{1}{2}Q$ i 0

IV połączenie kul o ładunkach $\frac{1}{2}Q$ i $\frac{1}{4}Q$

V i w ten sposób uzyskaliśmy ładunek $\frac{3}{8}Q$.

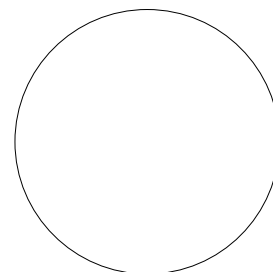
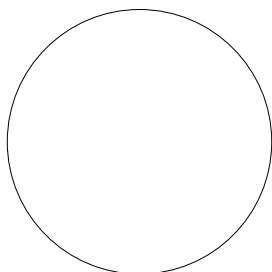
Uwaga! Za każdym razem łączymy kule na tyle długo, aby uzyskać taki sam ładunek na obydwu kulach.

2 Zadanie – Naładowane kule

Zofia Drabek, update: 2018-07-21, id: pl-elektrodynamika-0000200, diff: 1

Powierzchnie dwóch jednakowych plastikowych kul naładowano jednorodnie: pierwszej kuli ładunkiem $-2q$, a drugiej ładunkiem $+q$. Środki kul na początku były w odległości d od siebie, następnie przemieszczono jedną z kul i ta odległość wynosiła $0,25d$.

a) Uzupełnij luki i skreśl wyrazy tak, aby tabela zawierała prawdziwe informacje o siłach działających na kule przedstawione na rysunku.



| kula 1 | | kula 2 | |
|---------------------------------------|----------------|---------------------------------------|----------------|
| przed zsunięciem | | | |
| zwrot siły działającej na kulę 1: | w prawo/w lewo | zwrot siły działającej na kulę 2: | w prawo/w lewo |
| wyrażenie opisujące wartość tej siły: | | wyrażenie opisujące wartość tej siły: | |
| po zsunięciu | | | |
| zwrot siły działającej na kulę 1: | w prawo/w lewo | zwrot siły działającej na kulę 2: | w prawo/w lewo |
| wyrażenie opisujące wartość tej siły: | | wyrażenie opisujące wartość tej siły: | |

b) Oblicz stosunek wartości siły działającej po zsunięciu do tej, która działała na początku.

Wskazówka: Aby ustalić zwrot siły, zwróć uwagę na znaki ładunków.

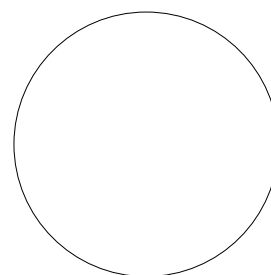
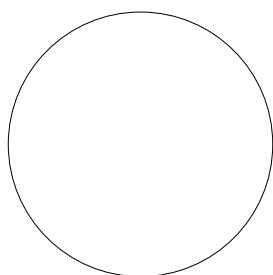
Wskazówka: Wartość działającej siły jest taka sama dla obu kul (III zasada dynamiki Newtona). Można ją obliczyć za pomocą zależności wynikającej z prawa Coulomba:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{d^2},$$

gdzie q_1 i q_2 są wartościami ładunków odpowiednio na kuli 1 i na kuli 2, d to odległość między kulami, a k to stała elektryczna.

Wskazówka: Aby obliczyć stosunek sił, należy podzielić przez siebie wyznaczone już wartości.

Odpowiedź: a)



| kula 1 | | kula 2 | |
|---------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|
| przed zsunięciem | | | |
| zwrot siły działającej na kulę 1: | w prawo/ w lewo | zwrot siły działającej na kulę 2: | w prawo /w lewo |
| wyrażenie opisujące wartość tej siły: | $F = k \frac{2q^2}{d^2}$ | wyrażenie opisujące wartość tej siły: | $F = k \frac{2q^2}{d^2}$ |
| po zsunięciu | | | |
| zwrot siły działającej na kulę 1: | w prawo/ w lewo | zwrot siły działającej na kulę 2: | w prawo /w lewo |
| wyrażenie opisujące wartość tej siły: | $F = k \frac{2q^2}{(0,25d)^2}$ | wyrażenie opisujące wartość tej siły: | $F = k \frac{2q^2}{(0,25d)^2}$ |

b) Stosunek sił wynosi $\frac{1}{(0,25)^2} \approx 16$.

3 Zadanie – Natężenie pola elektrycznego

Piotr Nieżurawski, update: 2017-05-16, id: pl-elektrodynamika-0001000, diff: 1

Oblicz wartość natężenia pola elektrycznego w odległości 22 nm od jądra atomowego o liczbie atomowej 9. Opisz również kierunek i zwrot wektora natężenia pola elektrycznego względem jądra. Pomiń wpływ innych obiektów.

Wskazówka: Ile protonów znajduje się w jądrze?

Wskazówka: Jaki jest ładunek elektryczny protonu?

Odpowiedź: Wartość natężenia pola elektrycznego $|\vec{E}| = kne/r^2 \approx 26,8 \cdot 10^6$ N/C, gdzie n jest liczbą atomową, e ładunkiem protonu, a k stałą elektryczną. Kierunek wektora natężenia pola elektrycznego \vec{E} jest taki sam jak prosta przechodząca przez jądro i punkt, w którym określamy pole. Zwrot \vec{E} jest *od jądra*.

4 Zadanie – Przyciągnięty elektron

Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-19, id: pl-elektrodynamika-0002000, diff: 1

Oblicz pracę siły elektrostatycznej ciężkiego jonu o wypadkowym ładunku $+6e$, gdzie e jest ładunkiem protonu, podczas przyciągania elektronu z odległości 8 mm do 5 nm. Przyjmij, że elektron na początku i na końcu procesu spoczywa. Wynik wyraż w elektronowoltach oraz w dżulach.

Wskazówka: Pracę siły zachowawczej można wyrazić jako różnicę energii potencjalnych.

Wskazówka: Praca podczas przyciągania z odległości r_1 do r_2 jest równa $W_{1 \rightarrow 2} = E_{p1} - E_{p2}$, gdzie E_{p1} oznacza energię potencjalną układu jon-elektron na początku, a E_{p2} na końcu ruchu.

Odpowiedź: Praca

$$W_{1 \rightarrow 2} = -k n e e \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \approx 1,73 \text{ eV} \approx 277 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

gdzie $n = +6$.

5 Zadanie – Praca nad ładunkiem w polu dipola elektrycznego

Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-19, id: pl-elektrodynamika-0003500, diff: 1

Oblicz pracę, jaką wykonała zewnętrzna siła, przemieszczając proton po półokręgu w polu trwałego, nieruchomego dipola elektrycznego o wartości momentu dipolowego $6,2 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$. Początkowo proton spoczywał na symetralnej dipola w odległości 1,3 nm od tego dipola. Na końcu proton również spoczywał na symetralnej dipola, ale w odległości 2,9 nm od tego dipola i po jego drugiej stronie.

Wskazówka: Pracę siły zachowawczej można wyrazić jako różnicę energii potencjalnych.

Wskazówka: Ile pracy wykona zewnętrzna siła, przesuując ładunek wzdłuż symetralnej dipola, jeśli na końcu i na początku ładunek spoczywa?

Albo:

Ile pracy wykona zewnętrzna siła, przesuując jednostajnie ładunek wzdłuż symetralnej dipola?

Wskazówka: Jak jest skierowane natężenie pola elektrycznego na symetralnej dipola?

Odpowiedź: Praca zewnętrznej siły jest równa 0.

6 Zadanie – Obrót molekuly w polu innej cząsteczki

Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-04, id: pl-elektrodynamika-0004000, diff: 1

Oblicz, ile energii zostanie przekazane otoczeniu, gdy molekula posiadająca moment dipolowy o wartości $4,1 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$ ustawi się tak, by jej moment dipolowy był skierowany przeciwnie do momentu dipolowego drugiej, unieruchomionej molekuly znajdującej się w odległości 2,3 nm. Wartość momentu dipolowego drugiej molekuly jest równa $15,9 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$. Początkowo momenty dipolowe są ustawione równolegle i mają zgodne zwroty. Momenty dipolowe są prostopadłe do wektora względnego położenia molekuł. Przyjmij, że molekuly są trwałymi dipolami punktowymi. Energia potencjalna dwóch dipoli punktowych jest równa

$$E_p = k \left(\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - 3 \frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{r}}{r} \frac{\vec{p}_2 \cdot \vec{r}}{r} \right) \frac{1}{r^3}$$

gdzie k jest stałą elektryczną, \vec{p}_i momentem dipolowym, a \vec{r} wektorem względnego położenia dipoli. Korzystając z tego wzoru, uzasadnij, które jego składowe są istotne w rozważanym problemie. Wynik wyraż w elektronowoltach oraz w dżulach.

Wskazówka: Pracę siły zachowawczej można wyrazić jako różnicę energii potencjalnych.

Wskazówka: Momenty dipolowe w początkowym i końcowym ustawieniu są prostopadłe do wektora względnego położenia, więc $\vec{p}_i \cdot \vec{r} = 0$. Istotny jest tylko składnik $k \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 / r^3$.

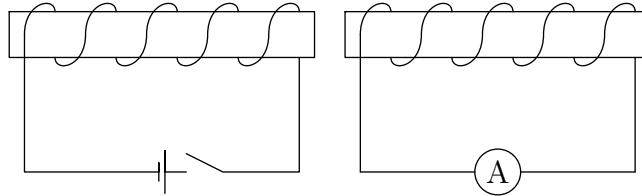
Odpowiedź: Energia przekazana otoczeniu

$$W_{A \rightarrow B} = E_{pA} - E_{pB} = 2 k p_1 p_2 / r^3 \approx 601 \mu\text{eV} \approx 963 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

7 Zadanie – Zwojnica

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-elektrodynamika-0007000, diff: 2

Na schemacie przedstawiono dwie zwojnice. W pierwszym obwodzie znajduje się bateria i włącznik, w drugim amperomierz. Po otworzeniu zamkniętego obwodu po lewej stronie w obwodzie po prawej stronie amperomierz zarejestrował przepływ prądu.



- Jak wyjaśnisz przepływ prądu w obwodzie po prawej stronie?
- Zaznacz na rysunku, w którym kierunku będzie płynął prąd w obwodzie po prawej stronie. Odpowiedź uzasadnij.

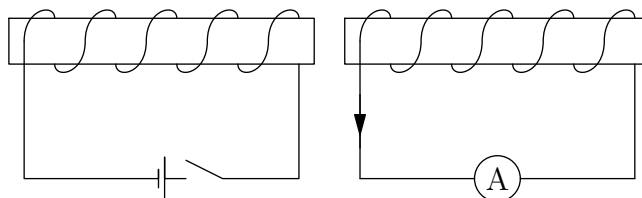
Wskazówka: Gdy otwieramy obwód, zmieniamy pole magnetyczne wokół zwojnicy.

Wskazówka: Zmiana pola magnetycznego powoduje przepływ prądu w drugiej zwojnicy.

Wskazówka: Prąd płynie w taki sposób, aby przeciwdziałać przyczynie, która go wywołała (reguła Lenza).

Odpowiedź:

- Tuż po otworzeniu obwodu po lewej stronie wzrasta w nim natężenie prądu, co powoduje zmianę pola magnetycznego wokół zwojnicy po lewej stronie, a więc także pola magnetycznego w otoczeniu zwojnicy po prawej stronie. Znajdzie zjawisko indukcji elektromagnetycznej.
- Zgodnie z regułą Lenza w obwodzie po prawej stronie popłynie prąd wyindukowany, taki żeby przeciwdziałać przyczynie wywołującej go. Gdy otwieramy obwód, zmniejszamy strumień pola elektromagnetycznego wokół zwojnicy, więc prąd w zwojnicy po prawej stronie popłynie w taki sposób, że bieguny elektromagnesu, jakim jest zwojnica, ustawią się tak samo, jak w zwojnicy po lewej stronie.



8 Zadanie – Cewka i magnes

Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-26, id: pl-elektrodynamika-0008000, diff: 1

Układ składa się z wykonanej z miedzianego drutu, podłączonej tylko do amperomierza cewki oraz trwałego, silnego magnesu. Cewka i magnes mogą być niezależnie przesuwane wzdłuż prostej, która jest jednocześnie osią cewki i magnesu (bieguny magnesu leżą na tej prostej). W poniższej tabeli, w wymienionych trzech przypadkach opisz zachowanie wartości bezwzględnej natężenia prądu, $|I|$, płynącego przez cewkę (*maleje, rośnie, stała i różna od 0, równa 0*) oraz wypadkowe oddziaływanie elektromagnetyczne między cewką a magnesem (*przyciągają się, odpychają się, nie oddziałują*).

| opis | $ I $ | oddziaływanie |
|---|-------|---------------|
| Cewka jest ze stałą prędkością oddalana od nieruchomego magnesu | | |
| Cewka jest ze stałą prędkością zbliżana do nieruchomego magnesu | | |
| Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki | | |

Odpowiedź:

| opis | $ I $ | oddziaływanie |
|---|--------|-----------------|
| Cewka jest ze stałą prędkością oddalana od nieruchomego magnesu | maleje | przyciągają się |
| Cewka jest ze stałą prędkością zbliżana do nieruchomego magnesu | rośnie | odpychają się |
| Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki | rośnie | odpychają się |

9 Zadanie – Rodzaje magnetyków

Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-05, id: pl-magnetyzm-0004000, diff: 1

Zaobserwowano, że próbka materiału umieszczona w pobliżu cewki, przez którą płynął prąd elektryczny, była przyciągana do cewki. Po wyłączeniu prądu płynącego przez cewkę magnetyzacja próbki zmniejszyła się do zera. Podkreśl nazwę opisującą rodzaj magnetyka, z którego wykonana jest próbka: diamagnetyk, paramagnetyk.

Odpowiedź: Próbkę wykonano z paramagnetyka.

10 Zadanie – Rozładowanie akumulatora

Piotr Nieżurawski, update: 2017-07-04, id: pl-obwody-elektryczne-0000500, diff: 1

Przez 45 godzin rozładowywano akumulator, mierząc płynący prąd amperomierzem. Średnie natężenie prądu podczas rozładowania było równe 61 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez amperomierz. Wynik podaj w kulombach.

Wskazówka: $I = Q/t$

Wskazówka: $1\text{ C} = 1\text{ A} \cdot 1\text{ s}$

Odpowiedź: Przepłynął ładunek równy $Q = It \approx 9880\text{ C}$.

11 Zadanie – Alarm samochodowy

Piotr Nieżurawski, Andrzej Twardowski, update: 2018-01-31, id: pl-obwody-elektryczne-0000510, diff: 1

Przez pewien alarm samochodowy w trybie czuwania przepływa prąd o średnim natężeniu 10 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez ten układ w trakcie 25 dób. Wynik podaj w kulombach i amperogodzinach.

Wskazówka: $I = Q/t$

Wskazówka: $1\text{ Ah} = 1\text{ A} \cdot 1\text{ h}$

Wskazówka: $1\text{ C} = 1\text{ A} \cdot 1\text{ s}$

Odpowiedź: Przepłynął ładunek równy $Q = It \approx 6\text{ Ah} \approx 21600\text{ C}$.

12 Zadanie – Opornik

Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-24, id: pl-obwody-elektryczne-0001000, diff: 1

Gdy przez opornik płynął stały prąd o natężeniu 20 mA, napięcie mierzone między końcówkami opornika było równe 1,68 V.

a) Oblicz opór opornika.

b) Zakładając, że opornik spełnia prawo Ohma, oblicz natężenie prądu płynącego przez opornik, gdy napięcie mierzone między jego końcówkami jest równe 6,72 V.

Wskazówka: $U = RI$

Wskazówka: $I_1/U_1 = I_2/U_2$

Odpowiedź:

a) Opór $R = U_1/I_1 = 84\ \Omega$.

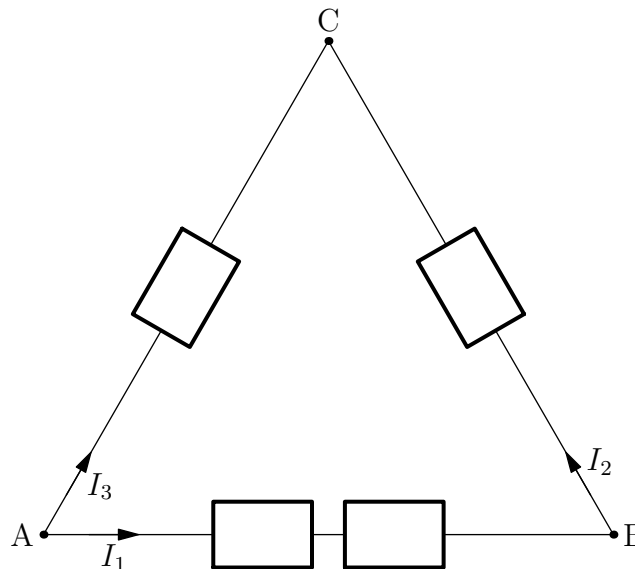
b) Natężenie prądu $I_2 = U_2/R = I_1U_2/U_1 = 80\text{ mA}$.

13 Zadanie – Opór zastępczy

Zofia Drabek, update: 2018-05-31, id: pl-obwody-elektryczne-0002000, diff: 2

Cztery oporniki o takich samych oporach $R = 20 \Omega$ połączono w sposób przedstawiony na rysunku. Napięcie U między punktami A i C wynosi 3 V.

- Oblicz opór zastępczy między zaciskami A i C.
- Oblicz natężenia prądów I_1 , I_2 i I_3 zaznaczonych na rysunku.
- Oblicz spadek napięcia między punktami B i C.



Wskazówka: a) Zastanów się, w jaki sposób połączone są oporniki. Spróbuj narysować ten układ w prostszy sposób.

Wskazówka: Gdy rozrysujemy podany układ w postaci, w której będzie bardziej przejrzysty, otrzymamy dwie gałęzie połączone równolegle. W pierwszej znajdzie się jeden opornik, a w drugiej trzy oporniki połączone szeregowo. W takim razie opór zastępczy w pierwszej gałęzi wynosi R , a w drugiej $3R$. Ponieważ opisane fragmenty obwodu połączone są równolegle, to opór zastępczy obliczymy w następujący sposób:

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R},$$

$$R_z = \frac{3R}{4}.$$

Wskazówka: b) Do obliczenia natężenia można wykorzystać wzór

$$I = \frac{U}{R}.$$

Należy go zastosować dla każdej gałęzi opisanej w poprzedniej wskazówce oddzielnie. Zwróć uwagę, że $I_1 = I_2$.

Wskazówka: c) Napięcie obliczymy z zależności $U_{BC} = I_2 R$.

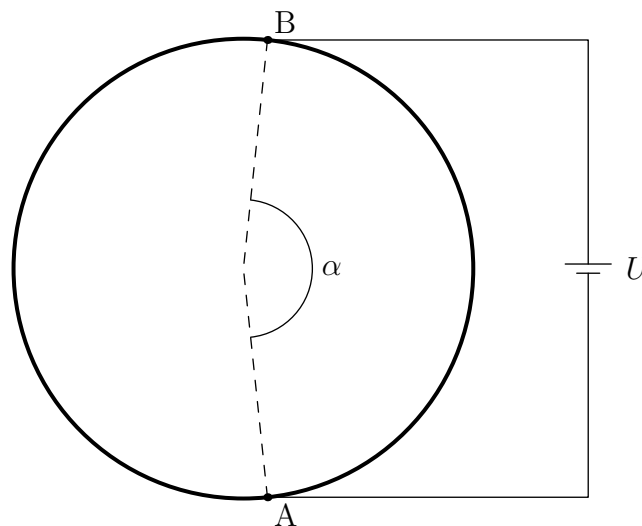
Odpowiedź:

- a) Opór zastępczy takiego układu wynosi 15Ω .
- b) Natężenia poszczególnych prądów wynoszą $I_1 = I_2 = 50 \text{ mA}$, a $I_3 = 150 \text{ mA}$.
- c) Spadek napięcia między punktami B i C wynosi 1 V .

14 Zadanie – Obwód elektryczny w kształcie okręgu

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-obwody-elektryczne-0003000, diff: 2

Kawałek drutu o długości 15 cm wykonany z jednorodnego przewodnika wygięto w kształt okręgu. Pomiędzy punktami A i B włączono baterię. Położenie punktów A i B przedstawia rysunek, $\alpha = 168^\circ$. Napięcie U na baterii wynosi $1,4 \text{ V}$. Oblicz moc wydzielaną w tym obwodzie. Opór właściwy zastosowanej substancji wynosi $\rho = 2,82 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Pole powierzchni przekroju poprzecznego drutu wynosi $S = 3,1 \text{ mm}^2$. Pomiń opór elektryczny przewodów połączeniowych oraz opór wewnętrzny baterii.



Wskazówka: Do obliczenia mocy wydzielonej w tym obwodzie wykorzystamy wzór:

$$P = IU,$$

gdzie P jest mocą, I natężeniem prądu, U napięciem źródła.

Wskazówka: Po zastosowaniu prawa Ohma wzór na moc będzie wyglądał następująco:

$$P = \frac{U^2}{R_z} = U^2 \cdot \frac{1}{R_z},$$

gdzie R_z jest oporem zastępczym. Zauważmy, że nasz układ jest układem dwóch oporników połączonych równolegle, a opór każdego z nich można obliczyć z zależności $R = \frac{\rho l_i}{S}$, gdzie l_i jest długością przewodnika, a S polem powierzchni przekroju poprzecznego.

Wskazówka: Długość przewodnika l_i jest równa długości łuku, czyli długości całego drutu (okręgu) l przemnożonego przez $\frac{\alpha}{360^\circ}$ lub odpowiednio $\frac{360^\circ - \alpha}{360^\circ}$. Odwrotność oporu zastępczego obliczymy więc następująco:

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{S}{\rho l \frac{\alpha}{360^\circ}} + \frac{S}{\rho l \frac{360^\circ - \alpha}{360^\circ}} = \frac{S \cdot (360^\circ)^2}{\rho l (360^\circ - \alpha) \alpha},$$

gdzie przez R_1 i R_2 oznaczam opory poszczególnych fragmentów obwodu. Ostateczny wzór na moc to:

$$P = \frac{U^2 S \cdot (360^\circ)^2}{\rho l (360^\circ - \alpha) \alpha}$$

Odpowiedź: Moc wydzielana w układzie wynosi ok. 5770 W.