

## Elektryczność i magnetyzm

Plus Dodatni

Rozwiązanie każdego zadania zapisz na oddzielnej, podpisanej kartce z wyraźnie zaznaczonym numerem zadania.

### Założenia do zadań

*Kamil Murakowski, update: 2019-07-15, id: pl-elektrodynamika-0000000-Description-000010, diff: 0*

Wszystkie przewodniki są uznawane za cienkie, o ile treść zadania nie stanowi inaczej. Jako ramkę określono strukturę przypominającą kształtem obwód prostokąta, wzdłuż którego nawinięty jest przewód. Natomiast obwód oznacza przewodnik, przez który płynie prąd elektryczny. Powierzchnia ramki jest to fragment płaszczyzny ograniczony ramką. Za płaszczyznę obwodu uznajemy płaszczyznę zawierającą wszystkie elementy obwodu. Powodzenia!

### 1 Zadanie – Łamigłówek z elektrostatyki

*Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-elektrodynamika-0000100, diff: 1*

Do dyspozycji masz uziemienie oraz trzy jednakowe metalowe kule, dwie z nich naładowane są ładunkiem  $Q$ , a trzecia ładunkiem  $-Q$ . Otrzymaj na jednej z nich ładunek  $\frac{3}{8}Q$ . Możesz łączyć kule ze sobą oraz z uziemieniem.

**Odpowiedź:** Najszybsza droga do uzyskania na jednej kuli ładunku o wartości  $\frac{3}{8}Q$ :

I połączenie kul o ładunkach  $Q$  i  $-Q$

II połączenie kul o ładunkach  $0$  i  $Q$

III połączenie kul o ładunkach  $\frac{1}{2}Q$  i  $0$

IV połączenie kul o ładunkach  $\frac{1}{2}Q$  i  $\frac{1}{4}Q$

V i w ten sposób uzyskaliśmy ładunek  $\frac{3}{8}Q$ .

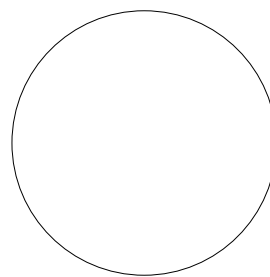
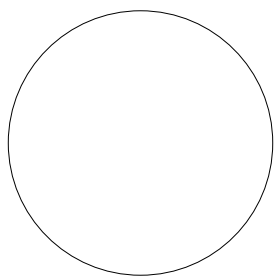
Uwaga! Za każdym razem łączymy kule na tyle długo, aby uzyskać taki sam ładunek na obydwu kulach.

### 2 Zadanie – Naładowane kule

*Zofia Drabek, update: 2018-07-21, id: pl-elektrodynamika-0000200, diff: 1*

Powierzchnie dwóch jednakowych plastikowych kul naładowano jednorodnie: pierwszej kuli ładunkiem  $-2q$ , a drugiej ładunkiem  $-3q$ . Środki kul na początku były w odległości  $d$  od siebie, następnie przemieszczono jedną z kul i ta odległość wynosiła  $4d$ .

a) Uzupełnij luki i skreśl wyrazy tak, aby tabela zawierała prawdziwe informacje o siłach działających na kule przedstawione na rysunku.



kula 1		kula 2	
przed rozsunięciem			
zwrot siły działającej na kulę 1:	w prawo/w lewo	zwrot siły działającej na kulę 2:	w prawo/w lewo
wyrażenie opisujące wartość tej siły:		wyrażenie opisujące wartość tej siły:	
po rozsunięciu			
zwrot siły działającej na kulę 1:	w prawo/w lewo	zwrot siły działającej na kulę 2:	w prawo/w lewo
wyrażenie opisujące wartość tej siły:		wyrażenie opisujące wartość tej siły:	

b) Oblicz stosunek wartości siły działającej po rozsunięciu do tej, która działała na początku.

**Wskazówka:** Aby ustalić zwrot siły, zwróć uwagę na znaki ładunków.

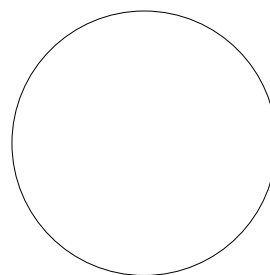
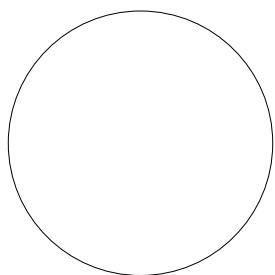
**Wskazówka:** Wartość działającej siły jest taka sama dla obu kul (III zasada dynamiki Newtona). Można ją obliczyć za pomocą zależności wynikającej z prawa Coulomba:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{d^2},$$

gdzie  $q_1$  i  $q_2$  są wartościami ładunków odpowiednio na kuli 1 i na kuli 2,  $d$  to odległość między kulami, a  $k$  to stała elektryczna.

**Wskazówka:** Aby obliczyć stosunek sił, należy podzielić przez siebie wyznaczone już wartości.

**Odpowiedź:** a)



kula 1		kula 2	
przed rozsunięciem			
zwrot siły działającej na kulę 1:	<del>w prawo</del> /w lewo	zwrot siły działającej na kulę 2:	w prawo/ <del>w lewo</del>
wyrażenie opisujące wartość tej siły:	$F = k \frac{6q^2}{d^2}$	wyrażenie opisujące wartość tej siły:	$F = k \frac{6q^2}{d^2}$
po rozsunięciu			
zwrot siły działającej na kulę 1:	<del>w prawo</del> /w lewo	zwrot siły działającej na kulę 2:	w prawo/ <del>w lewo</del>
wyrażenie opisujące wartość tej siły:	$F = k \frac{6q^2}{(4d)^2}$	wyrażenie opisujące wartość tej siły:	$F = k \frac{6q^2}{(4d)^2}$

b) Stosunek sił wynosi  $\frac{1}{(4)^2} \approx 0,0625$ .

### 3 Zadanie – Natężenie pola elektrycznego

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-05-16, id: pl-elektrodynamika-0001000, diff: 1*

Oblicz wartość natężenia pola elektrycznego w odległości 22 nm od jądra atomowego o liczbie atomowej 12. Opisz również kierunek i zwrot wektora natężenia pola elektrycznego względem jądra. Pomiń wpływ innych obiektów.

**Wskazówka:** Ile protonów znajduje się w jądrze?

**Wskazówka:** Jaki jest ładunek elektryczny protonu?

**Odpowiedź:** Wartość natężenia pola elektrycznego  $|\vec{E}| = kne/r^2 \approx 35,7 \cdot 10^6$  N/C, gdzie  $n$  jest liczbą atomową,  $e$  ładunkiem protonu, a  $k$  stałą elektryczną. Kierunek wektora natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$  jest taki sam jak prosta przechodząca przez jądro i punkt, w którym określamy pole. Zwrot  $\vec{E}$  jest *od jądra*.

### 4 Zadanie – Proton wewnątrz kondensatora

*Kamil Murakowski, update: 2019-07-01, id: pl-elektrodynamika-0001510, diff: 2*

Pomiędzy okładki płaskiego kondensatora próżniowego, równoległe do jego okładek, wpada proton poruszający się z prędkością 7700 m/s. Oblicz przyrost energii kinetycznej protonu po przejściu przez kondensator, jeżeli odległość między okładkami wynosi 7 mm, napięcie między nimi 2 V, a długość okładek 4 cm. Proton nie zetknął się z okładkami kondensatora. Pomiń oddziaływanie grawitacyjne. Przyjmij, że pole elektryczne między okładkami jest jednorodne.

**Wskazówka:** Jaka siła działa na proton znajdujący się pomiędzy okładkami kondensatora?

**Wskazówka:** Na proton działa siła Coulomba

$$F_C = qE$$

$q$  - ładunek protonu,  $E$  - natężenie pola elektrycznego.

Natężenie pola elektrycznego wyraża się wzorem

$$E = \frac{U}{d}$$

$U$  - napięcie między okładkami kondensatora,  $d$  - odległość między okładkami.

**Wskazówka:** Ruch protonu można potraktować jako rzut poziomy.

**Wskazówka:** Do wyznaczenia składowej prędkości prostopadłej do okładek kondensatora

$$v_y = at$$

Należy wyznaczyć czas przejścia protonu przez kondensator

$$t = \frac{l}{v}$$

$l$  - długość okładek,  $v$  - prędkość początkowa protonu.

**Wskazówka:** Końcowa składowa prędkości prostopadłej do okładek kondensatora

$$v_y = \frac{qUl}{dmv}$$

$m$  - masa protonu.

Końcowa prędkość protonu jest równa

$$v_k = \sqrt{v^2 + v_y^2}$$

**Wskazówka:** Przyrost energii kinetycznej protonu jest równy

$$\Delta E_k = \frac{m}{2}(v_k^2 - v^2) = \frac{m}{2}(v^2 + v_y^2 - v^2) = \frac{mq^2U^2l^2}{2d^2m^2v^2}$$

**Odpowiedź:** Przyrost energii kinetycznej wynosi około 106 eV.

## 5 Zadanie – Proton w polu magnetycznym

*Kamil Murakowski, update: 2019-06-11, id: pl-elektrodynamika-0001530, diff: 2*

W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 9,8 T porusza się proton po okręgu o promieniu 17 cm. Oblicz częstotliwość, z jaką porusza się proton.

**Wskazówka:** Jaka siła powoduje ruch po okręgu?

**Wskazówka:** Proton porusza się po okręgu, ponieważ siła Lorenza jest siłą dośrodkową

$$F_L = F_d$$

$F_L$  - siła Lorenza,  $F_d$  - siła dośrodkowa.

**Wskazówka:** Przekształcamy otrzymane równanie

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

$q$  - ładunek protonu,  $v$  - prędkość protonu,  $B$  - indukcja pola magnetycznego,  $m$  - masa protonu,  $R$  - promień, po którym porusza się proton.

$$qB = \frac{mv}{R}$$

$$qB = \frac{m \cdot 2\pi Rf}{R}$$

$f$  - częstotliwość, z jaką porusza się proton.

$$qB = 2\pi mf$$

**Wskazówka:** Częstotliwość, z jaką porusza się proton, jest równa

$$f = \frac{qB}{2\pi m}$$

**Odpowiedź:** Częstotliwość, z jaką porusza się proton, wynosi około  $149 \cdot 10^6$  Hz.

## 6 Zadanie – Skrzyżowanie pól

*Kamil Murakowski, update: 2019-06-24, id: pl-elektrodynamika-0001550, diff: 2*

W obszar pola elektrycznego skrzyżowanego z polem magnetycznym trafia cząstka  $\alpha$ . Cząstka wewnątrz tego obszaru porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością 550 m/s. Natężenie pola elektrycznego wynosi 700 N/C. Oblicz wartość indukcji pola magnetycznego wewnątrz tego obszaru.

**Wskazówka:** Jakie siły działają na cząstkę?

**Wskazówka:** Na cząstkę działają siła Lorentza i Coulomba. Porusza się ruchem jednostajnym, zatem działające siły równoważą się

$$F_L = F_C$$

**Wskazówka:** Podstawiamy wzory do równania

$$qvB = qE$$

**Wskazówka:** Indukcja pola magnetycznego jest równa

$$B = \frac{E}{v}$$

**Odpowiedź:** Wartość indukcji pola magnetycznego wynosi około 1,27 T.

## 7 Zadanie – Ruch po linii śrubowej

*Kamil Murakowski, update: 2019-07-01, id: pl-elektrodynamika-0001570, diff: 4*

Proton o energii kinetycznej  $4,9 \cdot 10^{-14}$  J wpada w obszar jednorodnego pola magnetycznego, którego wektor indukcji ma wartość 7,3 T. Kąt między kierunkiem wektora indukcji a kierunkiem prędkości protonu jest równy  $45^\circ$ . Ile wynosi skok linii śrubowej, po której porusza się proton? Przyjmij, że energia kinetyczna protonu jest stała.

**Wskazówka:** Skok linii śrubowej to przesunięcie równoległe do wektora indukcji magnetycznej w czasie jednego obiegu w płaszczyźnie prostopadłej do tego wektora.

**Wskazówka:** Wyznaczamy prędkość protonu

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

$E_k$  - energia kinetyczna protonu,  $m$  - masa protonu.

**Wskazówka:** Rozkładamy prędkość na składowe równoległą i prostopadłą do wektora indukcji magnetycznej

$v_{\perp} = v \sin(\alpha)$  - składowa prostopadła,

$v_{\parallel} = v \cos(\alpha)$  - składowa równoległa,

$\alpha$  - kąt między wektorem prędkości i indukcji magnetycznej.

**Wskazówka:** Wyznaczamy okres ruchu cząstki po okręgu pod wpływem siły Lorentza

$$F_L = F_d$$

$F_L$  - siła Lorentza,  $F_d$  - siła dośrodkowa.

$$qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{R}$$

$q$  - ładunek protonu,  $B$  - indukcja magnetyczna,  $m$  - masa protonu,  $R$  - promień okręgu. Podstawiamy  $v_{\perp} = \frac{2\pi R}{T}$  i po przekształceniu otrzymujemy

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$T$  - okres ruchu po okręgu.

**Wskazówka:** Skok linii śrubowej jest równy

$$x = v_{\parallel}T = \frac{\pi\sqrt{8E_k m} \cos(\alpha)}{qB}$$

**Odpowiedź:** Skok linii śrubowej wynosi około 4,87 cm.

## 8 Zadanie – Przyciągnięty elektron

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-19, id: pl-elektrodynamika-0002000, diff: 1*

Oblicz pracę siły elektrostatycznej ciężkiego jonu o wypadkowym ładunku  $+5e$ , gdzie  $e$  jest ładunkiem protonu, podczas przyciągania elektronu z odległości 9 mm do 8 nm. Przyjmij, że elektron na początku i na końcu procesu spoczywa. Wynik wyraż w elektronowoltach oraz w dżulach.

**Wskazówka:** Pracę siły zachowawczej można wyrazić jako różnicę energii potencjalnych.

**Wskazówka:** Praca podczas przyciągania z odległości  $r_1$  do  $r_2$  jest równa  $W_{1 \rightarrow 2} = E_{p1} - E_{p2}$ , gdzie  $E_{p1}$  oznacza energię potencjalną układu jon-elektron na początku, a  $E_{p2}$  na końcu ruchu.

**Odpowiedź:** Praca

$$W_{1 \rightarrow 2} = -k n e e \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \approx 0,9 \text{ eV} \approx 144 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

gdzie  $n = +5$ .

**9 Zadanie – Praca nad ładunkiem w polu dipola elektrycznego**

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-19, id: pl-elektrodynamika-0003500, diff: 1*

Oblicz pracę, jaką wykonała zewnętrzna siła, przemieszczając proton po półokręgu w polu trwałego, nieruchomego dipola elektrycznego o wartości momentu dipolowego  $5,1 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$ . Początkowo proton spoczywał na symetralnej dipola w odległości 1,2 nm od tego dipola. Na końcu proton również spoczywał na symetralnej dipola, ale w odległości 2,7 nm od tego dipola i po jego drugiej stronie.

**Wskazówka:** Pracę siły zachowawczej można wyrazić jako różnicę energii potencjalnych.

**Wskazówka:** Ile pracy wykona zewnętrzna siła, przesuując ładunek wzdłuż symetralnej dipola, jeśli na końcu i na początku ładunek spoczywa?

*Albo:*

Ile pracy wykona zewnętrzna siła, przesuując jednostajnie ładunek wzdłuż symetralnej dipola?

**Wskazówka:** Jak jest skierowane natężenie pola elektrycznego na symetralnej dipola?

**Odpowiedź:** Praca zewnętrznej siły jest równa 0.

**10 Zadanie – Obrót molekuly w polu innej cząsteczki**

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-04, id: pl-elektrodynamika-0004000, diff: 1*

Oblicz, ile energii zostanie przekazane otoczeniu, gdy molekula posiadająca moment dipolowy o wartości  $2,5 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$  ustawi się tak, by jej moment dipolowy był skierowany przeciwnie do momentu dipolowego drugiej, unieruchomionej molekuly znajdującej się w odległości 1,7 nm. Wartość momentu dipolowego drugiej molekuly jest równa  $14,5 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$ . Początkowo momenty dipolowe są ustawione równolegle i mają zgodne zwroty. Momenty dipolowe są prostopadłe do wektora względnego położenia molekuł. Przyjmij, że molekuly są trwałymi dipolami punktowymi. Energia potencjalna dwóch dipoli punktowych jest równa

$$E_p = k \left( \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - 3 \frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{r}}{r} \frac{\vec{p}_2 \cdot \vec{r}}{r} \right) \frac{1}{r^3}$$

gdzie  $k$  jest stałą elektryczną,  $\vec{p}_i$  momentem dipolowym, a  $\vec{r}$  wektorem względnego położenia dipoli. Korzystając z tego wzoru, uzasadnij, które jego składowe są istotne w rozważanym problemie. Wynik wyraż w elektronowoltach oraz w dżulach.

**Wskazówka:** Pracę siły zachowawczej można wyrazić jako różnicę energii potencjalnych.

**Wskazówka:** Momenty dipolowe w początkowym i końcowym ustawieniu są prostopadłe do wektora względnego położenia, więc  $\vec{p}_i \cdot \vec{r} = 0$ . Istotny jest tylko składnik  $k \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 / r^3$ .

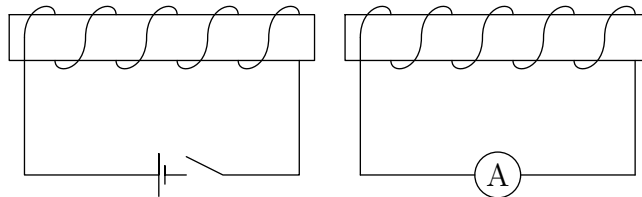
**Odpowiedź:** Energia przekazana otoczeniu

$$W_{A \rightarrow B} = E_{pA} - E_{pB} = 2k p_1 p_2 / r^3 \approx 828 \mu\text{eV} \approx 1330 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

## 11 Zadanie – Zwojnica

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-elektrodynamika-0007000, diff: 2

Na schemacie przedstawiono dwie zwojnice. W pierwszym obwodzie znajduje się bateria i włącznik, w drugim amperomierz. Po otworzeniu zamkniętego obwodu po lewej stronie w obwodzie po prawej stronie amperomierz zarejestrował przepływ prądu.



- Jak wyjaśnisz przepływ prądu w obwodzie po prawej stronie?
- Zaznacz na rysunku, w którym kierunku będzie płynął prąd w obwodzie po prawej stronie. Odpowiedź uzasadnij.

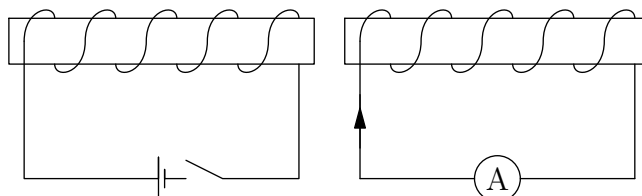
**Wskazówka:** Gdy otwieramy obwód, zmieniamy pole magnetyczne wokół zwojnicy.

**Wskazówka:** Zmiana pola magnetycznego powoduje przepływ prądu w drugiej zwojnicy.

**Wskazówka:** Prąd płynie w taki sposób, aby przeciwdziałać przyczynie, która go wywołała (reguła Lenza).

**Odpowiedź:**

- Tuż po otworzeniu obwodu po lewej stronie wzrasta w nim natężenie prądu, co powoduje zmianę pola magnetycznego wokół zwojnicy po lewej stronie, a więc także pola magnetycznego w otoczeniu zwojnicy po prawej stronie. Znajdzie zjawisko indukcji elektromagnetycznej.
- Zgodnie z regułą Lenza w obwodzie po prawej stronie popłynie prąd wyindukowany, taki żeby przeciwdziałać przyczynie wywołującej go. Gdy otwieramy obwód, zmniejszamy strumień pola elektromagnetycznego wokół zwojnicy, więc prąd w zwojnicy po prawej stronie popłynie w taki sposób, że bieguny elektromagnesu, jakim jest zwojnica, ustawią się tak samo, jak w zwojnicy po lewej stronie.





## 12 Zadanie – Cewka i magnes

Piotr Niezurawski, update: 2017-01-26, id: pl-elektrodynamika-0008000, diff: 1

Układ składa się z wykonanej z miedzianego drutu, podłączonej tylko do amperomierza cewki oraz trwałego, silnego magnesu. Cewka i magnes mogą być niezależnie przesuwane wzdłuż prostej, która jest jednocześnie osią cewki i magnesu (bieguny magnesu leżą na tej prostej). W poniższej tabeli, w wymienionych trzech przypadkach opisz zachowanie wartości bezwzględnej natężenia prądu,  $|I|$ , płynącego przez cewkę (*maleje, rośnie, stała i różna od 0, równa 0*) oraz wypadkowe oddziaływanie elektromagnetyczne między cewką a magnesem (*przyciągają się, odpychają się, nie oddziałują*).

opis	$ I $	oddziaływanie
Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki		
Magnes spoczywa w środku nieruchomej cewki		
Cewka jest ze stałą prędkością oddalana od nieruchomego magnesu		

**Odpowiedź:**

opis	$ I $	oddziaływanie
Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki	rośnie	odpychają się
Magnes spoczywa w środku nieruchomej cewki	równa 0	brak oddziaływania
Cewka jest ze stałą prędkością oddalana od nieruchomego magnesu	maleje	przyciągają się

## 13 Zadanie – Dwa przewodniki kołowe

Kamil Murakowski, update: 2019-06-20, id: pl-elektrodynamika-0009000, diff: 1

Dwa przewodniki w kształcie okręgów o promieniach  $r$  i  $2r$ , współśrodkowe i leżące w jednej płaszczyźnie, znajdują się w jednorodnym polu magnetycznym o wektorze indukcji  $B$  prostopadłym do płaszczyzny przewodników. Ile wynosi strumień indukcji magnetycznej przenikający przez powierzchnię pomiędzy przewodnikami? Oblicz wartość strumienia dla  $B = 3,9$  T i  $r = 54$  cm.

**Wskazówka:** Oblicz pole powierzchni między przewodnikami.

**Wskazówka:**

$$S_1 = \pi r^2$$

$$S_2 = \pi(2r)^2 = 4\pi r^2$$

$S_2$  - pole koła otoczonego przez przewodnik o promieniu  $2r$ ,  $S_1$  - pole koła otoczonego przez przewodnik o promieniu  $r$ .

Powierzchnia między przewodami jest różnicą pól kół otoczonych przez przewodniki

$$S = S_2 - S_1 = 4\pi r^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$$

$S$  - różnica pól kół.

**Wskazówka:** Strumień pola magnetycznego jest iloczynem skalarnym wektora indukcji pola magnetycznego i wektora pola powierzchni

$$\Phi = BS \cos(0^\circ) = B \cdot 3\pi r^2 \cdot 1 = 3\pi Br^2$$

**Odpowiedź:** Wartość strumienia wynosi około 10,7 Wb.

## 14 Zadanie – Kwadratowy obwód

*Kamil Murakowski, update: 2019-06-21, id: pl-elektrodynamika-0009010, diff: 2*

Obwód w kształcie kwadratu o boku 0,6 m jest umieszczony prostopadle do wektora indukcji pola magnetycznego o wartości 5,1 T. Ile była równa wartość siły elektromotorycznej indukcji, jeśli indukcja pola magnetycznego zmalała jednostajnie w czasie 7 s do 1 T? Pomijamy pole magnetyczne powstające na skutek przepływu prądu w obwodzie.

**Wskazówka:** Skorzystaj z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya.

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\mathcal{E}$  - siła elektromotoryczna indukcji,  $\Delta\Phi$  - zmiana strumienia,  $\Delta t$  - czas, w którym zaszła zmiana strumienia.

**Wskazówka:** Wyznacz zmianę strumienia pola magnetycznego

$$\Delta\Phi = \Delta BS \cos(0^\circ)$$

$\Delta B$  - zmiana indukcji pola magnetycznego,  $S$  - pole powierzchni obwodu.

$$\Delta\Phi = (B_1 - B_2)S \cdot 1$$

$B_1, B_2$  - początkowa i końcowa indukcja pola magnetycznego.

**Wskazówka:** Siła elektromotoryczna indukcji jest równa

$$\mathcal{E} = \frac{(B_1 - B_2)a^2}{\Delta t}$$

$a$  - długość boku ramki.

**Odpowiedź:** Wartość siły elektromotorycznej indukcji wynosi około 0,21 V.

## 15 Zadanie – Indukcja w ramce

*Weronika Borczuch, update: 2018-09-14, id: pl-elektrodynamika-0009020, diff: 3*

Prostokątny obwód o bokach 59 cm i 53 cm znajduje się w obszarze, gdzie wektor indukcji magnetycznej jest prostopadły do powierzchni zawierającej obwód i zależy od czasu jak  $B = B_o \cos(\omega t)$ , gdzie  $B_o = 23$  T, a  $\omega = 0,5$  1/s. Wyznacz zależność od czasu siły elektromotorycznej wyindukowanej w ramce, a następnie oblicz, ile będzie ona wynosiła dla  $t = 120$  s.

**Wskazówka:** Zastanów się jaki strumień indukcji magnetycznej przechodzi przez ramkę

**Wskazówka:** Skorzystaj z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya

**Odpowiedź:** Zależność indukcji od czasu wynosi  $B(t) = 3,6\sin 0,5t$ . A w 120 s indukcja wynosi 3,11 T.

## 16 Zadanie – Obwód wyjmowany z pola magnetycznego

*Kamil Murakowski, update: 2019-06-26, id: pl-elektrodynamika-0009100, diff: 2*

Prostokątny obwód elektryczny jest umieszczony w prostopadłym do jego powierzchni polu magnetycznym o indukcji 8,1 T. Jeśli jego powierzchnia wynosi 1 m<sup>2</sup>, a opór 90 Ω, to jaki ładunek przepłynie przez przekrój poprzeczny przewodnika podczas wyjmowania obwodu z pola magnetycznego? Pomijamy pole magnetyczne powstające na skutek przepływu prądu w obwodzie.

**Wskazówka:** Skorzystaj z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya.

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\mathcal{E}$  - siła elektromotoryczna indukcji,  $\Delta\Phi$  - zmiana strumienia,  $\Delta t$  - czas, w którym zaszła zmiana strumienia.

**Wskazówka:** Zmiana strumienia wynosi

$$\Delta\Phi = B\Delta S$$

$B$  - indukcja pola magnetycznego,  $\Delta S$  - zmiana pola powierzchni ramki znajdującego się w polu magnetycznym.

**Wskazówka:** Korzystając z prawa Ohma

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$I$  - natężenie prądu w obwodzie,  $R$  - opór elektryczny obwodu.

**Wskazówka:** Natężenie prądu w obwodzie jest równe

$$I = \frac{B\Delta S}{R\Delta t}$$

Z definicji natężenia prądu

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$\Delta Q$  - ładunek, który przepłynął w czasie  $\Delta t$ .

**Wskazówka:** Ładunek, który przepłynął podczas wyjmowania ramki, jest równy

$$\Delta Q = \frac{B\Delta S}{R}$$

**Odpowiedź:** Podczas wyjmowania ramki przepłynął ładunek około 0,09 C.

## 17 Zadanie – Obracająca się ramka w polu magnetycznym

*Kamil Murakowski, update: 2019-06-25, id: pl-elektrodynamika-0009120, diff: 3*

Na ramkę o powierzchni  $2 \text{ cm}^2$  nawinięto 1000 zwojów cienkiego izolowanego przewodu. Ramka obraca się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 7,5 T. Oś obrotu znajduje się w płaszczyźnie ramki i jest prostopadła do wektora indukcji pola magnetycznego. W ramce wyindukowała się siła elektromotoryczna o amplitudzie 38 V. Oblicz częstotliwość obrotów ramki.

**Wskazówka:** Ramka obracająca się w polu magnetycznym jest prostym modelem prądnicy.

**Wskazówka:** Siła elektromotoryczna indukcji prądnicy wyraża się wzorem

$$\mathcal{E} = nBS\omega \sin(\omega t + \phi)$$

$n$  - liczba zwojów,  $B$  - indukcja pola magnetycznego,  $S$  - pole ramki,  $\omega$  - częstość obrotów ramki,  $t$  - czas, dla którego siła elektromotoryczna wynosi  $\mathcal{E}$ ,  $\phi$  - faza początkowa.

**Wskazówka:** Amplituda siły elektromotorycznej indukcji jest równa

$$\mathcal{E}_{max} = nBS\omega$$

Częstość obrotów ramki jest równa

$$\omega = 2\pi f$$

**Wskazówka:** Częstość obrotów ramki jest równa

$$f = \frac{\mathcal{E}_{max}}{2\pi nBS}$$

**Odpowiedź:** Częstość obrotów ramki wynosi około 4,03 Hz.

## 18 Zadanie – Wirujący obwód w polu magnetycznym

*Kamil Murakowski, update: 2019-06-29, id: pl-elektrodynamika-0009140, diff: 2*

Obwód w kształcie kwadratu o polu powierzchni  $1200 \text{ cm}^2$  obraca się ruchem jednostajnym z prędkością kątową 15 rad/s w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 3,1 T. Oś obrotu znajduje się w płaszczyźnie obwodu i tworzy kąt  $60^\circ$  z kierunkiem linii wektora indukcji pola magnetycznego. Znajdź maksymalną siłę elektromotoryczną indukowaną w obwodzie. Pomijamy pole magnetyczne powstające w wyniku ruchu ładunków w obwodzie.

**Wskazówka:** Obwód obracający się w polu magnetycznym jest prostym modelem prądnicy.

**Wskazówka:** Amplituda siły elektromotorycznej indukcji prądnicy jest równa

$$nBS\omega$$

$n$  - liczba zwojów,  $B$  - indukcja pola magnetycznego,  $S$  - pole powierzchni obwodu,  $\omega$  - częstość obrotów obwodu.

**Wskazówka:** Uwzględnij kąt między wektorem indukcji magnetycznej i osią obrotu.

**Wskazówka:** Maksymalna siła elektromotoryczna indukowana w obwodzie jest równa

$$\mathcal{E}_{max} = BS\omega \sin(\alpha)$$

$\alpha$  - kąt między wektorem indukcji pola magnetycznego i płaszczyzną obwodu.

**Odpowiedź:** Maksymalna siła elektromotoryczna indukowana w obwodzie wynosi około 4,83 V.

## 19 Zadanie – Odchylający się pręt

*Kamil Murakowski, update: 2019-09-14, id: pl-elektrodynamika-0009160, diff: 2*

Jednorodny pręt metalowy o masie 0,22 kg i długości 0,8 m zawieszono poziomo na dwóch równoległych sznurach o jednakowej długości. Sznury zostały przymocowane do końców pręta. Całość umieszczono w jednorodnym pionowym polu magnetycznym o indukcji 0,2 T. Jeżeli przez pręt płynie prąd elektryczny, to sznury odchylają się od pionu o kąt  $45^\circ$ . Oblicz natężenie płynącego prądu i siłę napinającą każdy ze sznurów. Pomijamy masę sznurów oraz wpływ przewodów, którymi doprowadzono prąd do pręta.

**Wskazówka:** Jakie siły działają na wychylony pręt?

**Wskazówka:** Siły działające na spoczywający pręt równoważą się

$$\vec{F}_{ed} + \vec{F}_g + \vec{F}_R = 0$$

$\vec{F}_{ed}$  - siła elektrodynamiczna,  $\vec{F}_g$  - siła grawitacji,  $\vec{F}_R$  - siła reakcji sznurów.

**Wskazówka:** Siły elektrodynamiczna i grawitacji spełniają zależność

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{F_{ed}}{F_g}$$

$\alpha$  - kąt wychylenia sznurów.

**Wskazówka:**

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{BIl}{mg}$$

$B$  - indukcja pola magnetycznego,  $I$  - natężenie prądu,  $l$  - długość pręta,  $m$  - masa pręta,  $g$  - przyspieszenie ziemskie.

**Wskazówka:** Natężenie prądu w przecie jest równe

$$I = \frac{mg \operatorname{tg}(\alpha)}{Bl}$$

**Wskazówka:** Siła napinająca sznur jest równa połowie siły reakcji

$$\frac{1}{2}F_R = \frac{1}{2}\sqrt{F_{ed}^2 + F_g^2}$$

**Odpowiedź:** Natężenie prądu w przecie wynosi około 13,5 A. Siła napinająca sznur wynosi około 1,53 N.

## 20 Zadanie – Pręt w polu magnetycznym

Kamil Murakowski, update: 2019-06-21, id: pl-elektrodynamika-0009180, diff: 2

Wartość indukcji jednorodnego pola magnetycznego wynosi 9,3 T. Cienki metalowy pręt o długości 3,1 m porusza się ze stałą prędkością 28 m/s prostopadłą do pręta i do wektora indukcji. Pręt znajduje się w płaszczyźnie prostopadłej do linii pola magnetycznego. Oblicz wartość siły elektromotorycznej indukcji powstałej między końcami pręta. Pomijamy pole magnetyczne powstałe podczas ruchu ładunków w pręcie.

**Wskazówka:** Skorzystaj z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya.

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\mathcal{E}$  - siła elektromotoryczna indukcji,  $\Delta\Phi$  - zmiana strumienia,  $\Delta t$  - czas, w którym zaszła zmiana strumienia.

**Wskazówka:** Wyznacz zmianę strumienia pola magnetycznego w czasie  $\Delta t$ .

$$\Delta\Phi = B\Delta S \cos(0^\circ)$$

$B$  - indukcja pola magnetycznego,  $\Delta S$  - pole powierzchni zakreślone przez pręt.

$$\Delta\Phi = Bl\Delta x \cdot 1$$

$l$  - długość pręta,  $\Delta x$  - zmiana położenia pręta w czasie  $\Delta t$ .

**Wskazówka:** Siła elektromotoryczna indukcji jest równa

$$\mathcal{E} = \frac{Bl\Delta x}{\Delta t} = Blv$$

$v$  - prędkość pręta.

**Odpowiedź:** Wartość siły elektromotorycznej indukcji wynosi około 807 V.

## 21 Zadanie – Wirujący pręt w polu magnetycznym

Kamil Murakowski, update: 2019-06-29, id: pl-elektrodynamika-0009200, diff: 3

Pręt o długości 1,8 m wiruje ze stałą prędkością kątową 20 rad/s w polu magnetycznym o indukcji 0,3 T. Oś obrotu jest prostopadła do pręta i przechodzi przez jego koniec równoległe do linii pola magnetycznego. Oblicz siłę elektromotoryczną wyindukowaną pomiędzy końcami pręta.

**Wskazówka:** Skorzystaj z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya.

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\mathcal{E}$  - siła elektromotoryczna indukcji,  $\Delta\Phi$  - zmiana strumienia w czasie jednego obrotu,  $T$  - okres obrotu pręta.

**Wskazówka:** Wyznacz zmianę strumienia pola magnetycznego w czasie jednego obrotu pręta

**Wskazówka:**

$$\Delta\Phi = B\Delta S \cos(0^\circ) = B \cdot \pi l^2 \cdot 1$$

$B$  - indukcja pola magnetycznego,  $\Delta S$  - pole powierzchni zakreślone przez pręt w czasie jednego obrotu.

**Wskazówka:** Skorzystaj ze wzoru na prędkość kątową obrotów pręta

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

**Wskazówka:** Siła elektromotoryczna indukująca się pomiędzy końcami pręta jest równa

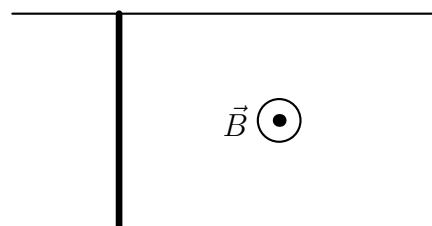
$$\mathcal{E} = \frac{\pi B l^2}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{B l^2 \omega}{2}$$

**Odpowiedź:** Pomiędzy końcami pręta indukuje się siła elektromotoryczna około 9,72 V.

## 22 Zadanie – Pręt na szynach

*Kamil Murakowski, update: 2019-06-29, id: pl-elektrodynamika-0009220, diff: 2*

Na dwóch równoległych szynach, leżących na poziomej podłodze w odległości 60 cm od siebie, leży jednorodny metalowy pręt o masie 2 kg. Pręt jest prostopadły do szyn. Po połączeniu szyn ze źródłem prądu, przez pręt płynie prąd 27 A. Pręt i szyny umieszczono w jednorodnym, pionowym polu magnetycznym. Współczynnik tarcia pręta o szyny jest równy 0,18. Oblicz indukcję pola magnetycznego, jeżeli pręt umieszczony w tym polu przesuwa się po szynach ze stałą prędkością równoległą do szyn. Pomijamy pole magnetyczne powstające w wyniku ruchu ładunków w obwodzie.



**Wskazówka:** Zaznacz na rysunku siły działające na pręt.

**Wskazówka:** Pręt porusza się ruchem jednostajnym, zatem siły działające równoważą się.

$$F_{ed} = F_t$$

$F_{ed}$  - siła elektrodynamiczna,  $F_t$  - siła tarcia.

**Wskazówka:**

$$BIl = \mu mg$$

$B$  - indukcja pola magnetycznego,  $I$  - natężenie prądu,  $l$  - odległość między szynami,  $\mu$  - współczynnik tarcia,  $m$  - masa pręta,  $g$  - przyspieszenie ziemskie.

**Wskazówka:** Indukcja pola magnetycznego jest równa

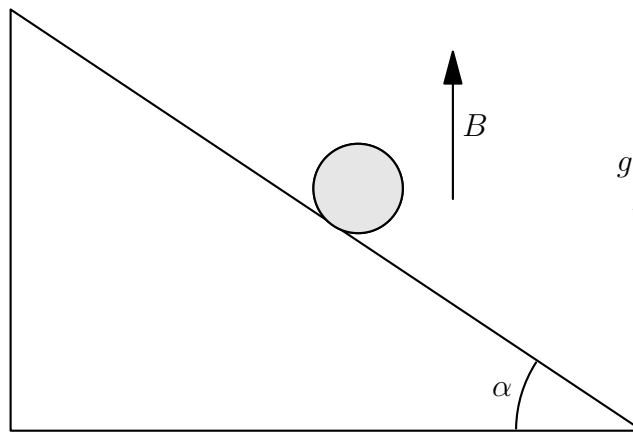
$$B = \frac{\mu mg}{Il}$$

**Odpowiedź:** Indukcja pola magnetycznego wynosi około 0,218 T.

## 23 Zadanie – Pręt spoczywający na równi

*Kamil Murakowski, update: 2019-07-01, id: pl-elektrodynamika-0009240, diff: 4*

Na równoległych metalowych szynach, ustawionych w odległości 2,5 m, pod kątem  $35^\circ$  do poziomu, położono poziomo, prostopadłe do szyn, miedziany pręt o średnicy 34 mm i długości 3,2 m. Szyny znajdują się w jednorodnym pionowym polu magnetycznym o indukcji 1,7 T. Jaki prąd elektryczny i w którą stronę musi płynąć po podłączeniu źródła prądu do szyn, aby pręt pozostał w spoczynku? Gęstość miedzi wynosi  $8933 \text{ kg/m}^3$ . Pomijamy pole magnetyczne powstające w wyniku ruchu ładunków w obwodzie, opór elektryczny szyn oraz tarcie pręta o szyny.



**Wskazówka:** Zaznacz na rysunku, jakie siły działają na spoczywający pręt.

**Wskazówka:** Pręt pozostaje w spoczynku, zatem działające siły równoważą się

$$\vec{F}_{ed} + \vec{F}_g + \vec{F}_R = 0$$

$\vec{F}_{ed}$  - siła elektrodynamiczna,  $\vec{F}_g$  - siła grawitacji,  $\vec{F}_R$  - siła reakcji.

**Wskazówka:** W równowadze są również składowe sił działające wzdłuż równi

$$F_{ed} \cos(\alpha) = F_g \sin(\alpha)$$

$\alpha$  - kąt nachylenia równi.

$$BIl \cos(\alpha) = mg \sin(\alpha)$$

$B$  - indukcja pola magnetycznego,  $I$  - natężenie prądu,  $l$  - odległość między szynami,  $m$  - masa pręta,  $g$  - przyspieszenie ziemskie.

**Wskazówka:** Masa pręta jest iloczynem gęstości i objętości

$$m = \rho V$$

Pręt jest walcem, zatem

$$V = \pi \frac{d^2}{4} L$$

$d$  - średnica pręta,  $L$  - długość pręta.



**Wskazówka:** Natężenie prądu jest równe

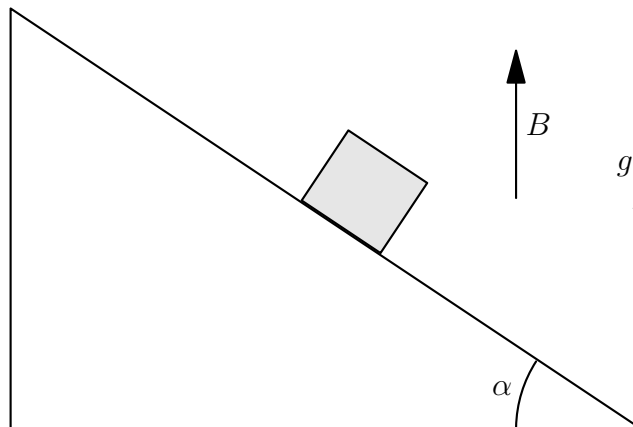
$$I = \frac{\pi \rho g d^2 L \operatorname{tg}(\alpha)}{4Bl}$$

**Odpowiedź:** Natężenie prądu wynosi około 41,9 A. Prąd musi płynąć tak, aby zwrot siły elektrodynamicznej działającej na pręt na rysunku był w lewo. Oznacza to, że prąd płynący w pręcie musi wypływać z płaszczyzny rysunku,  $\odot$ .

## 24 Zadanie – Pręt zsuwający się po równi

*Kamil Murakowski, update: 2019-06-30, id: pl-elektrodynamika-0009260, diff: 4*

Pręt metalowy o masie 2,1 kg położono poziomo na dwóch równoległych szynach odległych od siebie o 1 m, nachylonych do poziomu pod kątem  $45^\circ$ . Pręt jest prostopadły do szyn. Szyny znajdują się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 7,2 T skierowanej pionowo. Szyny są połączone na jednym końcu opornikiem o oporze 35  $\Omega$ . Współczynnik tarcia między prętem i szynami wynosi 0,2. Oblicz prędkość, z jaką będzie zsuwał się pręt, jeśli będzie poruszał się ruchem jednostajnym. Czy zwrot siły elektrodynamicznej w tym układzie zależy od zwrotu indukcji pola magnetycznego? Odpowiedź uzasadnij. Zaniedbaj opór elektryczny szyn i pręta. Pomiń pole magnetyczne powstające w wyniku ruchu ładunków w obwodzie.



**Wskazówka:** Zaznacz na rysunku, jakie siły działają na zsuwający się pręt.

**Wskazówka:** Pręt zsuwa się ruchem jednostajnym, zatem działające na niego siły równoważą się

$$\vec{F}_{ed} + \vec{F}_t + \vec{F}_g + \vec{F}_R = 0$$

$\vec{F}_{ed}$  - siła elektrodynamiczna,  $\vec{F}_t$  - siła tarcia,  $\vec{F}_g$  - siła grawitacji,  $\vec{F}_R$  - siła reakcji.

**Wskazówka:** Równoważą się również składowe sił wzdłuż równi

$$F_{ed} \cos(\alpha) + F_t = F_g \sin(\alpha)$$

$\alpha$  - kąt nachylenia równi.

$$BIl \cos(\alpha) + \mu mg \cos(\alpha) = mg \sin(\alpha) \quad (1)$$

$B$  - indukcja pola magnetycznego,  $I$  - natężenie prądu,  $l$  - odległość między szynami,  $\mu$  - współczynnik tarcia,  $m$  - masa pręta,  $g$  - przyspieszenie ziemskie.

**Wskazówka:** Natężenie prądu wyznaczamy z prawa Ohma

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$\mathcal{E}$  - siła elektromotoryczna indukcji,  $R$  - opór opornika.

Z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya otrzymujemy

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\mathcal{E}$  - siła elektromotoryczna indukcji,  $\Delta\Phi$  - zmiana strumienia,  $\Delta t$  - czas, w którym zaszła zmiana strumienia.

$$\mathcal{E} = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{Bl\Delta x}{\Delta t} = Blv$$

$\Delta S$  - zmiana pola powierzchni,  $\Delta x$  - zmiana położenia pręta w czasie  $\Delta t$ ,  $v$  - prędkość zsuwania się pręta.

**Wskazówka:** Natężenie prądu jest równe

$$I = \frac{Blv}{R}$$

Podstawiamy do wzoru (1).

**Wskazówka:** Prędkość zsuwającego się pręta jest równa

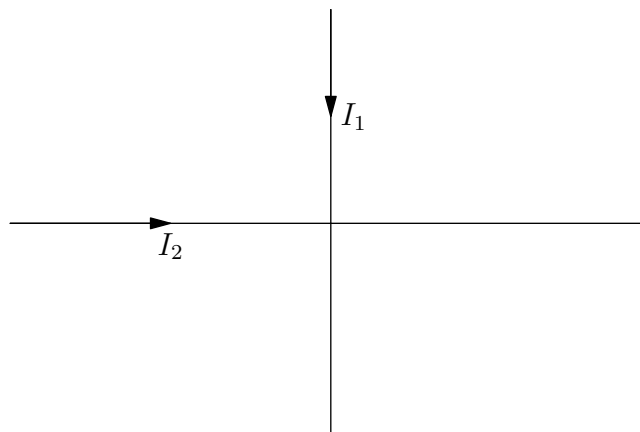
$$v = \frac{mgR(\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha))}{B^2 l^2 \cos(\alpha)}$$

**Odpowiedź:** Prędkość pręta wynosi około 11,1 m/s. Zwrot siły elektrodynamicznej nie zależy od zwrotu indukcji pola magnetycznego. Pręt zsuwa się w dół równi, zatem zmienia strumień pola magnetycznego przechodzącego przez powierzchnię obwodu. Zgodnie z regułą Lenza, w obwodzie powstaje prąd indukcyjny, który przeciwdziała ruchowi pręta.

## 25 Zadanie – Dwa prostopadłe przewodniki

*Kamil Murakowski, update: 2019-07-02, id: pl-elektrodynamika-0009280, diff: 3*

Na płaszczyźnie umieszczono dwa długie, prostopadłe do siebie przewodniki prostoliniowe. Natężenie prądu płynącego w pierwszym przewodniku,  $I_1$ , jest cztery razy mniejsze niż w drugim,  $I_2$ . Znajdź zbiór punktów na płaszczyźnie, gdzie indukcja pola magnetycznego jest równa zero.



**Wskazówka:** Należy zbadać zwroty wektora indukcji pola magnetycznego od obu przewodników w czterech obszarach, na które przewodniki dzielą płaszczyznę.

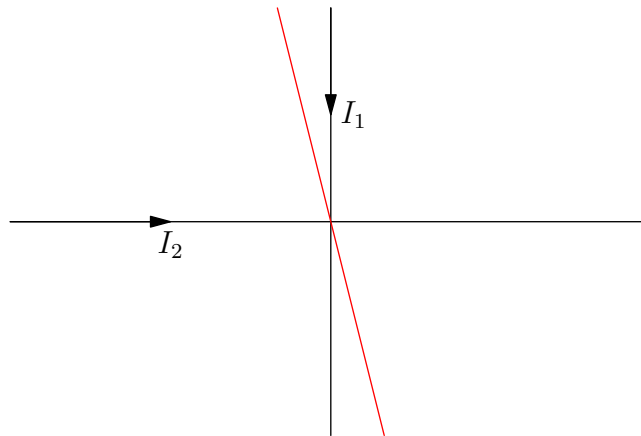
**Wskazówka:** Tylko w dwóch z nich zwroty wektorów indukcji są przeciwne.

**Wskazówka:** Indukcja pola magnetycznego będzie równa zero w punktach, w których zwroty są przeciwne i wartości indukcji wytworzonej przez prądy płynące w przewodnikach są równe.

**Odpowiedź:** Przyjmijmy, że przewody oznaczają osie  $X$  i  $Y$  jak w układzie współrzędnych. Zbiór punktów na płaszczyźnie, w których indukcja pola magnetycznego wynosi zero, spełnia zależność

$$y = -4x$$

$x$  - odległość od przewodu  $I_1$ ,  $y$  - odległość od przewodu  $I_2$ .



## 26 Zadanie – Rodzaje magnetyków

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-05, id: pl-magnetyzm-0004000, diff: 1*

Zaobserwowano, że próbka materiału umieszczona w pobliżu cewki, przez którą płynął prąd elektryczny, była odpychana od cewki. Po wyłączeniu prądu płynącego przez cewkę magnetyzacja próbki zmniejszyła się do zera. Podkreśl nazwę opisującą rodzaj magnetyka, z którego wykonana jest próbka: diamagnetyk, paramagnetyk.

**Odpowiedź:** Próbkę wykonano z diamagnetyka.

## 27 Zadanie – Rozładowanie akumulatora

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-07-04, id: pl-obwody-elektryczne-0000500, diff: 1*

Przez 31 godzin rozładowywano akumulator, mierząc płynący prąd amperomierzem. Średnie natężenie prądu podczas rozładowania było równe 27 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez amperomierz. Wynik podaj w kulombach.

**Wskazówka:**  $I = Q/t$

**Wskazówka:**  $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$

**Odpowiedź:** Przepłynął ładunek równy  $Q = It \approx 3010 \text{ C}$ .

## 28 Zadanie – Alarm samochodowy

*Piotr Nieżurawski, Andrzej Twardowski, update: 2018-01-31, id: pl-obwody-elektryczne-0000510, diff: 1*

Przez pewien alarm samochodowy w trybie czuwania przepływa prąd o średnim natężeniu 25 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez ten układ w trakcie 12 dob. Wynik podaj w kulombach i amperogodzinach.

**Wskazówka:**  $I = Q/t$

**Wskazówka:**  $1 \text{ Ah} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ h}$

**Wskazówka:**  $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$

**Odpowiedź:** Przepłynął ładunek równy  $Q = It \approx 7,2 \text{ Ah} \approx 25900 \text{ C}$ .

## 29 Zadanie – Obwód z drutem oporowym

*Weronika Borczuch, update: 2018-07-19, id: pl-obwody-elektryczne-0000710, diff: 3*

Obwód składa się ze źródła zasilania o napięciu 40 V oraz drutu oporowego w kształcie walca o promieniu podstawy 0,3 mm oraz wysokości 0,22 m. Źródło jest podłączone za pomocą przewodów do podstaw walca. Drut oporowy jest wykonany z Kantalu, którego opór właściwy wynosi  $1,45 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ . Oblicz natężenie prądu płynącego w tym obwodzie.

**Wskazówka:** Zastanów się, jaki opór ma drut oporowy.

**Odpowiedź:** Natężenie prądu płynącego w tym obwodzie wynosi 0,21 A.

## 30 Zadanie – Opornik

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-24, id: pl-obwody-elektryczne-0001000, diff: 1*

Gdy przez opornik płynął stały prąd o natężeniu 20 mA, napięcie mierzone między końcówkami opornika było równe 1,04 V.

a) Oblicz opór opornika.

b) Zakładając, że opornik spełnia prawo Ohma, oblicz natężenie prądu płynącego przez opornik, gdy napięcie mierzone między jego końcówkami jest równe 8,32 V.

**Wskazówka:**  $U = RI$

**Wskazówka:**  $I_1/U_1 = I_2/U_2$

**Odpowiedź:**

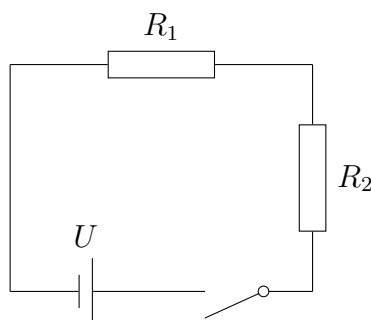
a) Opór  $R = U_1/I_1 = 52 \Omega$ .

b) Natężenie prądu  $I_2 = U_2/R = I_1U_2/U_1 = 160 \text{ mA}$ .

### 31 Zadanie – Natężenie prądu...

Piotr Nieżurawski, update: 2019-05-15, id: pl-obwody-elektryczne-0001500, diff: 1

Oblicz natężenie prądu płynącego przez opornik  $R_1$ , jeśli  $R_1 = 15 \Omega$ ,  $R_2 = 11 \Omega$ ,  $U = 5 \text{ V}$ .



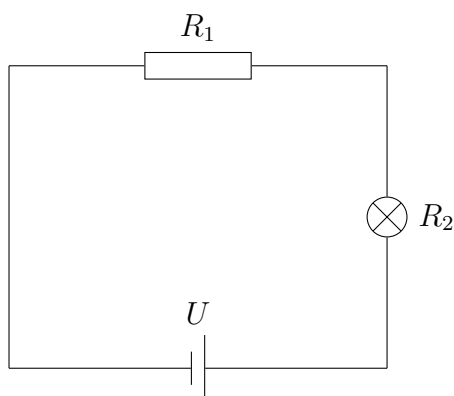
**Wskazówka:** Czy obwód jest zamknięty?

**Odpowiedź:** Obwód jest otwarty, więc nie płynie w nim prąd, czyli natężenie prądu płynącego przez opornik  $R_1$  jest równe  $0 \text{ A}$ .

### 32 Zadanie – Gdzie podłączyć mierniki? I

Piotr Nieżurawski, update: 2019-05-15, id: pl-obwody-elektryczne-0001600, diff: 1

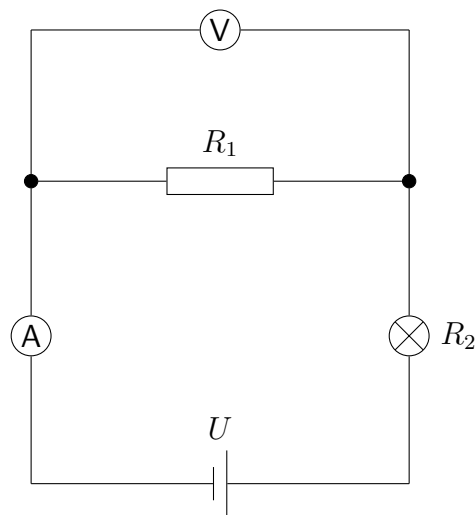
Narysuj schemat przedstawiający jednocześnie podłączone do poniżej przedstawionego obwodu amperomierz i woltomierz tak, by wskazywały odpowiednio natężenie przepływającego przez opornik  $R_1$  prądu oraz napięcie na tym oporniku. Przyjmij, że amperomierz ma bardzo mały, a woltomierz bardzo duży opór w porównaniu z  $R_1$ .



**Wskazówka:** Woltomierz powinien być podłączony po obu stronach opornika. Uwaga: napięcie na amperomierzu jest pomijalnie małe.

**Wskazówka:** Amperomierz powinien być podłączony do przewodu, którym prąd dociera do opornika. Uwaga: natężenie prądu płynącego przez woltomierz jest pomijalnie małe.

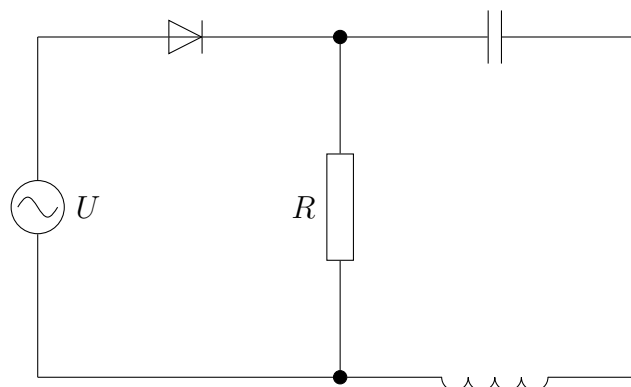
**Odpowiedź:**



### 33 Zadanie – Gdzie podłączyć mierniki? II

Piotr Nieżurawski, update: 2019-05-15, id: pl-obwody-elektryczne-0001650, diff: 1

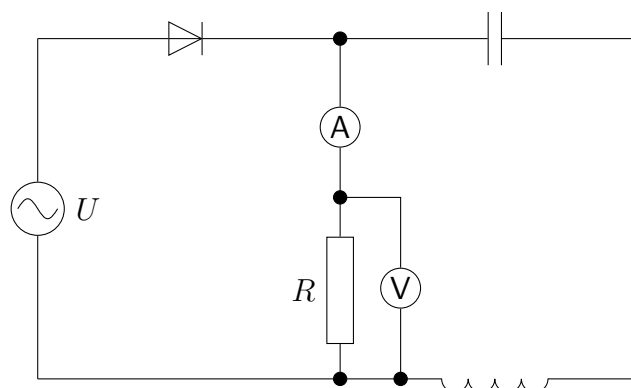
Narysuj schemat przedstawiający jednocześnie podłączone do poniżej przedstawionego obwodu amperomierz i woltomierz tak, by wskazywały odpowiednio natężenie przepływającego przez opornik  $R_1$  prądu oraz napięcie na tym oporniku. Przyjmij, że amperomierz ma bardzo mały, a woltomierz bardzo duży opór w porównaniu z  $R$ .



**Wskazówka:** Woltomierz powinien być podłączony po obu stronach opornika. Uwaga: napięcie na amperomierzu jest pomijalnie małe.

**Wskazówka:** Amperomierz powinien być podłączony do przewodu, którym prąd dociera do opornika. Uwaga: natężenie prądu płynącego przez woltomierz jest pomijalnie małe.

**Odpowiedź:**

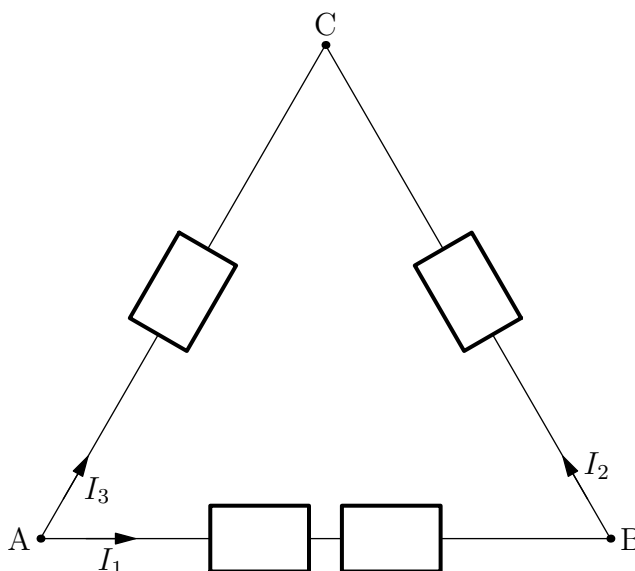


### 34 Zadanie – Opór zastępczy

Zofia Drabek, update: 2018-05-31, id: pl-obwody-elektryczne-0002000, diff: 2

Cztery oporniki o takich samych oporach  $R = 16 \Omega$  połączono w sposób przedstawiony na rysunku. Napięcie  $U$  między punktami A i C wynosi 4 V.

- Oblicz opór zastępczy między zaciskami A i C.
- Oblicz natężenia prądów  $I_1$ ,  $I_2$  i  $I_3$  zaznaczonych na rysunku.
- Oblicz spadek napięcia między punktami B i C.



**Wskazówka:** a) Zastanów się, w jaki sposób połączone są oporniki. Spróbuj narysować ten układ w prostszy sposób.

**Wskazówka:** Gdy rozrysujemy podany układ w postaci, w której będzie bardziej przejrzysty, otrzymamy dwie gałęzie połączone równolegle. W pierwszej znajdzie się jeden opornik, a w drugiej trzy oporniki połączone szeregowo. W takim razie opór zastępczy w pierwszej gałęzi wynosi  $R$ , a w drugiej  $3R$ . Ponieważ opisane fragmenty obwodu połączone są równolegle, to opór zastępczy obliczymy w następujący sposób:

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R},$$

$$R_z = \frac{3R}{4}.$$

**Wskazówka:** b) Do obliczenia natężenia można wykorzystać wzór

$$I = \frac{U}{R}.$$

Należy go zastosować dla każdej gałęzi opisanej w poprzedniej wskazówce oddzielnie. Zwróć uwagę, że  $I_1 = I_2$ .

**Wskazówka:** c) Napięcie obliczymy z zależności  $U_{BC} = I_2 R$ .

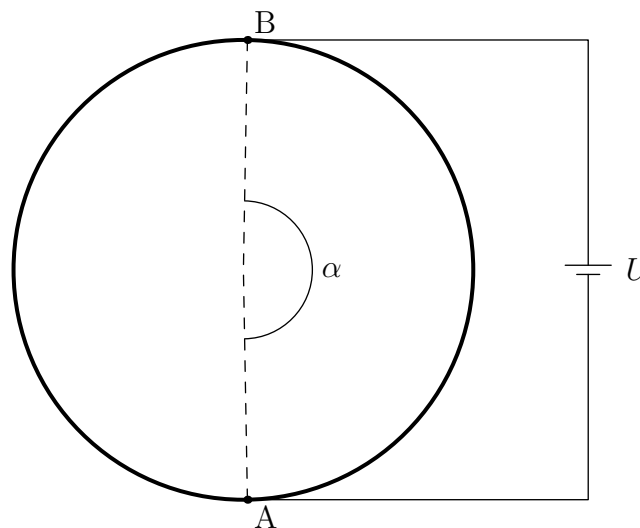
**Odpowiedź:**

- a) Opór zastępczy takiego układu wynosi  $12 \Omega$ .  
 b) Natężenia poszczególnych prądów wynoszą  $I_1 = I_2 = 83,3 \text{ mA}$ , a  $I_3 = 250 \text{ mA}$ .  
 c) Spadek napięcia między punktami B i C wynosi  $1,33 \text{ V}$ .

**35 Zadanie – Obwód elektryczny w kształcie okręgu**

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-obwody-elektryczne-0003000, diff: 2

Kawałek drutu o długości  $13 \text{ cm}$  wykonany z jednorodnego przewodnika wygięto w kształt okręgu. Pomiędzy punktami A i B włączono baterię. Położenie punktów A i B przedstawia rysunek,  $\alpha = 178^\circ$ . Napięcie  $U$  na baterii wynosi  $1,3 \text{ V}$ . Oblicz moc wydzielaną w tym obwodzie. Opór właściwy zastosowanej substancji wynosi  $\rho = 2,82 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . Pole powierzchni przekroju poprzecznego drutu wynosi  $S = 18 \text{ mm}^2$ . Pomiń opór elektryczny przewodów połączeniowych oraz opór wewnętrzny baterii.



**Wskazówka:** Do obliczenia mocy wydzielonej w tym obwodzie wykorzystamy wzór:

$$P = IU,$$

gdzie  $P$  jest mocą,  $I$  natężeniem prądu,  $U$  napięciem źródła.

**Wskazówka:** Po zastosowaniu prawa Ohma wzór na moc będzie wyglądał następująco:

$$P = \frac{U^2}{R_z} = U^2 \cdot \frac{1}{R_z},$$

gdzie  $R_z$  jest oporem zastępczym. Zauważmy, że nasz układ jest układem dwóch oporników połączonych równolegle, a opór każdego z nich można obliczyć z zależności  $R = \frac{\rho l_i}{S}$ , gdzie  $l_i$  jest długością przewodnika, a  $S$  polem powierzchni przekroju poprzecznego.

**Wskazówka:** Długość przewodnika  $l_i$  jest równa długości łuku, czyli długości całego drutu (okręgu)  $l$  przemnożonego przez  $\frac{\alpha}{360^\circ}$  lub odpowiednio  $\frac{360^\circ - \alpha}{360^\circ}$ . Odwrotność oporu zastępczego obliczymy więc następująco:

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{S}{\rho l \frac{\alpha}{360^\circ}} + \frac{S}{\rho l \frac{360^\circ - \alpha}{360^\circ}} = \frac{S \cdot (360^\circ)^2}{\rho l (360^\circ - \alpha) \alpha},$$



gdzie przez  $R_1$  i  $R_2$  oznaczam opory poszczególnych fragmentów obwodu. Ostateczny wzór na moc to:

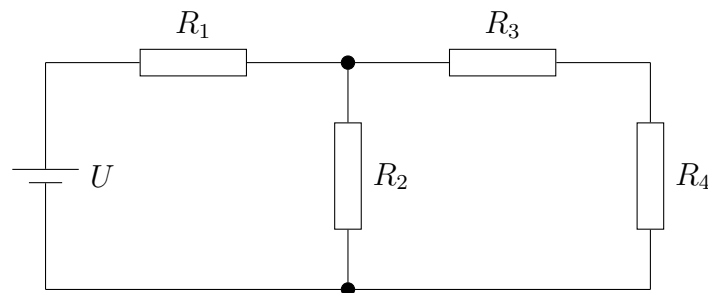
$$P = \frac{U^2 S \cdot (360^\circ)^2}{\rho l (360^\circ - \alpha) \alpha}$$

**Odpowiedź:** Moc wydzielana w układzie wynosi ok. 33200 W.

### 36 Zadanie – Napięcie na oporniku – obwód 3

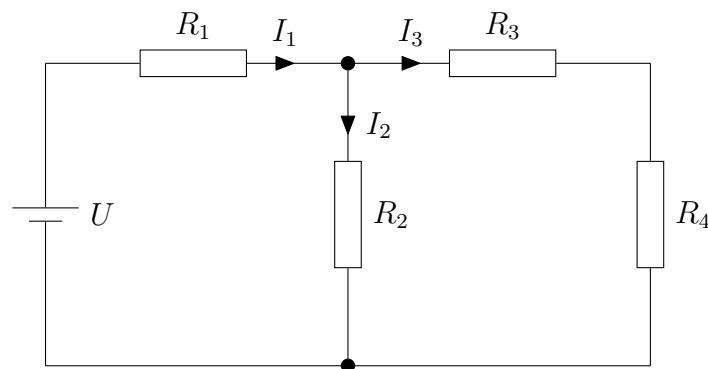
*Piotr Nieżurawski, update: 2019-06-09, id: pl-obwody-elektryczne-0005200, diff: 1*

Oblicz spadek napięcia na oporniku  $R_4$  w poniższym obwodzie, jeśli  $R_1 = 11 \Omega$ ,  $R_2 = 11 \Omega$ ,  $R_3 = 9 \Omega$ ,  $R_4 = 8 \Omega$ ,  $U = 17 \text{ V}$ .



**Wskazówka:** Skorzystaj z praw Kirchhoffa.

**Wskazówka:** Zapisz prawa Kirchhoffa. Użyj natężeń oznaczonych na poniższym rysunku.



**Wskazówka:** I prawo Kirchhoffa dla górnego węzła:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

II prawo Kirchhoffa dla oczka  $U R_1 R_2$ :

$$U = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

II prawo Kirchhoffa dla oczka  $R_3 R_4 R_2$ :

$$0 = (R_3 + R_4) I_3 - R_2 I_2$$

**Wskazówka:** Spadek napięcia na oporniku  $R_4$  jest równy  $U_4 = R_4 I_3$ .

**Odpowiedź:** Spadek napięcia na oporniku  $R_4$  to

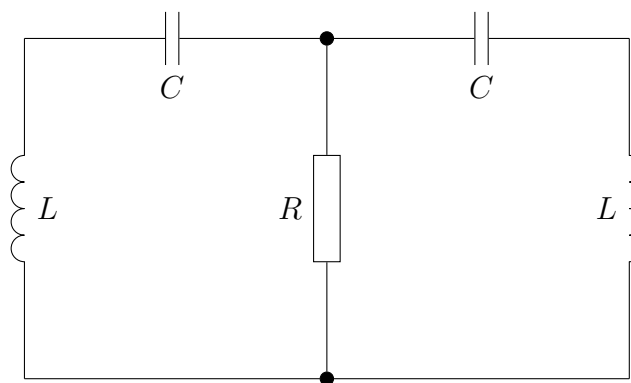
$$U_4 = U \frac{R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)/R_2 + R_1}$$

Dla podanych wartości  $U_4 \approx 3,02$  V.

### 37 Zadanie – Oscylujący ładunek

*Jakub Iwański, update: 2019-06-04, id: pl-obwody-elektryczne-0011110, diff: 1*

Dany jest układ składający się z dwóch kondensatorów o pojemności  $C$ , dwóch cewek o indukcyjności  $L$  oraz opornika o rezystancji  $R$ . Elementy zostały połączone ze sobą tak, jak przedstawia rysunek poniżej. Znajdź zależność ładunku gromadzącego się na kondensatorach od czasu. Przyjmij, że  $L > R^2C$



**Wskazówka:** Rozważ drugie prawo Kirchhoffa dla obu oczek układu. Następnie rozwiąż powstałe równania różniczkowe.

**Odpowiedź:** Zależność ładunku od czasu na kondensatorach ma postać:

$$Q_1 = \frac{1}{2}A \cos(\omega_0 t + \varphi_1) + \frac{1}{2}B e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_2),$$

$$Q_2 = \frac{1}{2}A \cos(\omega_0 t + \varphi_1) - \frac{1}{2}B e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_2),$$

gdzie  $\beta = \frac{R}{L}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{CL}}$ ,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ .