

## Fale

### I. Konstruktywna

Rozwiązanie każdego zadania zapisz na oddzielnej, podpisanej kartce z wyraźnie zaznaczonym numerem zadania.

#### 1 Zadanie – Generator fal

Uczeń nalał wody do wanny. Na powierzchni wody położył drewnianą listewkę połączoną z generatorem drgań. Generator poruszał listewkę pionowo, ze stałą częstotliwością tak, że listewka cały czas była w kontakcie z wodą. W górnym położeniu znajdowała się co 0,3 s. Uczeń wytworzył w ten sposób na powierzchni wody falę płaską. Jej prędkość wynosi  $0,48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Oblicz częstotliwość wytwarzanych fal oraz odległość między kolejnymi grzbietami.

**Odpowiedź:** Częstotliwość wytwarzanych fal wynosi ok. 3,3 Hz, a odległość między kolejnymi grzbietami fali ok. 14 cm.

#### 2 Zadanie – Dźwięk w piaskowcu

Prędkość dźwięku w piaskowcu jest równa 3000 m/s. Oblicz okres oraz częstotliwość fali rozchodzącej się w płycie z tego piaskowca, jeśli długość fali jest równa 0,9 km.

**Odpowiedź:** Okres fali  $T = \lambda/v \approx 0,3$  s, a jej częstotliwość  $f = 1/T \approx 3,33$  Hz.

#### 3 Zadanie – Częstotliwość światła

Wiązka światła o długości fali 560 nm w próżni pada na powierzchnię szkła o bezwzględnym współczynniku załamania tego światła równym 1,98. Oblicz częstotliwość i długość fali tego światła w szkle. Przyjmij wartość prędkości światła w próżni  $3 \cdot 10^8$  m/s.

**Odpowiedź:** Częstotliwość fali w szkle  $f_2 = f_1 = c/\lambda_1 \approx 536$  THz, gdzie  $f_1$  i  $\lambda_1$  to odpowiednio częstotliwość i długość fali w próżni. Długość fali w szkle  $\lambda_2 = v_2 T = c T/n = \lambda_1/n \approx 283$  nm, gdzie  $v_2$  to prędkość fali w szkle.

#### 4 Zadanie – Fala biegnąca

Wzdłuż sznurka biegnie fala, która opisana jest wzorem:  $y(x,t) = A \cos(Bx - Ct + D)$ , gdzie  $x$  to położenie, a  $t$  to czas. Stałe numeryczne wynoszą odpowiednio:  $A = 4$  mm,  $B = 72$  rad/m,  $C = 34$  rad/s,  $D = 1$  rad.

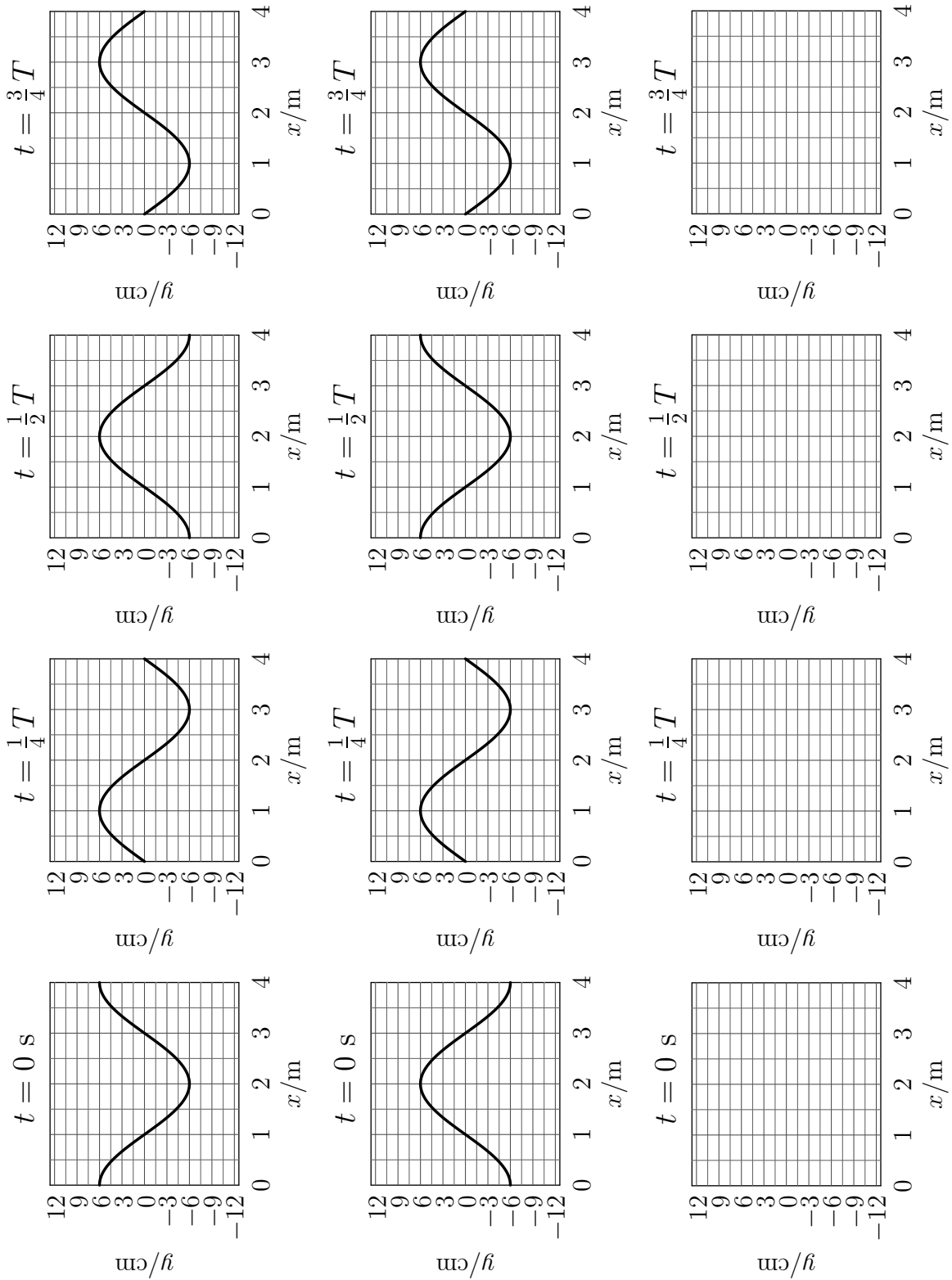
- Wyznacz amplitudę fali.
- Wyznacz długość fali.
- Wyznacz okres fali.
- Wyznacz częstotliwość fali.
- Wyznacz prędkość fali.
- Wyznacz przemieszczenie sznurka w punkcie  $x = 12,5$  cm w chwili  $t = 8,9$  s.

**Odpowiedź:**

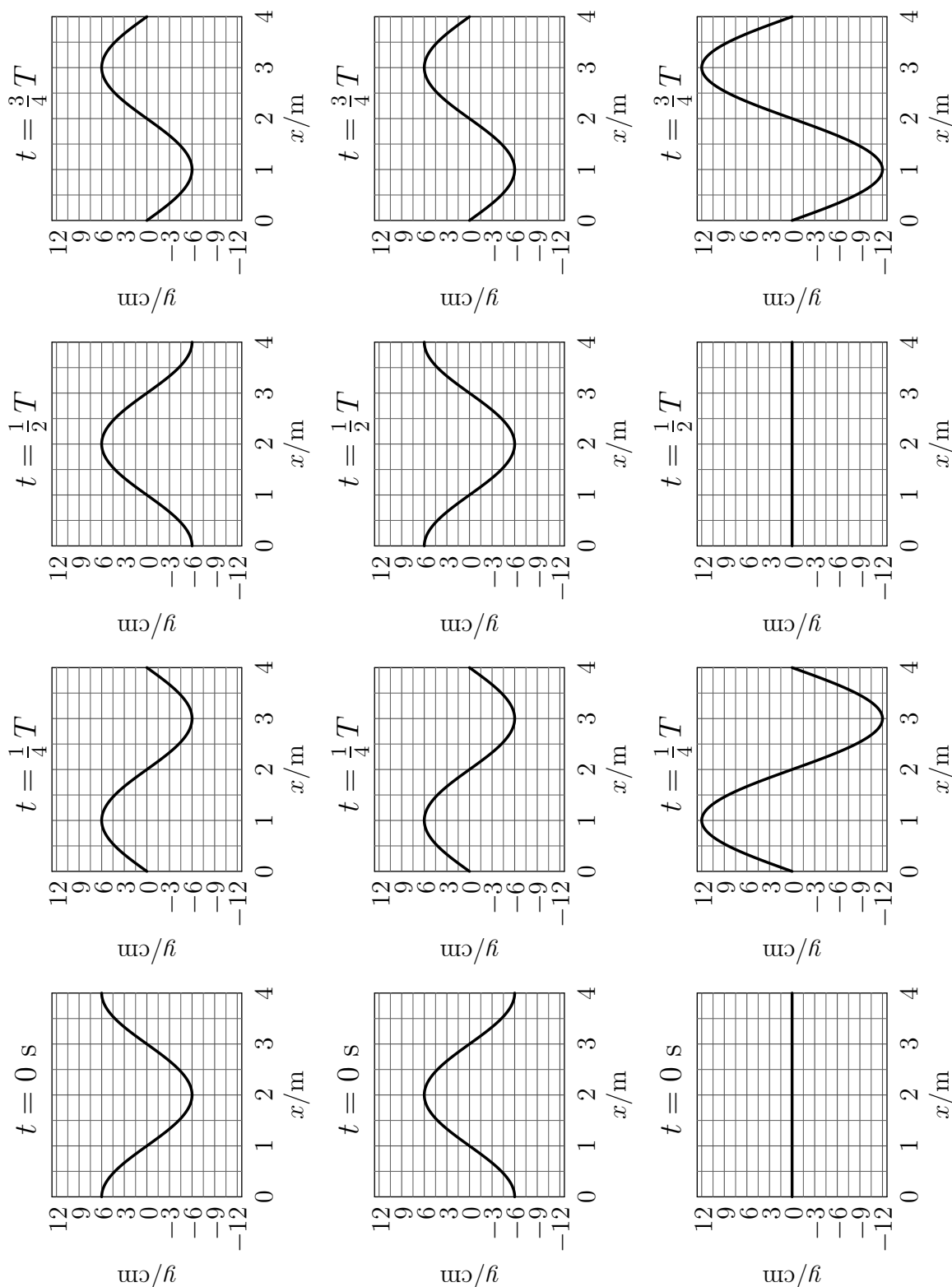
- a) Amplituda fali wynosi:  $y_m = 4$  mm i jest równa co do wartości parametrowi  $A$ .
- b) Długość fali wynosi:  $\lambda = \frac{2\pi}{k} \approx 8,7$  cm, gdzie  $k$  to liczba falowa równa co do wartości parametrowi  $B$ .
- c) Okres fali wynosi:  $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 0,19$  s, gdzie  $\omega$  to częstość kołowa równa co do wartości parametrowi  $C$ .
- d) Częstotliwość fali wynosi:  $f = \frac{1}{T} \approx 5,4$  Hz.
- e) Prędkość fali wynosi:  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} \approx 0,47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .
- f) Przemieszczenie w punkcie  $x$  w chwili  $t$  wynosi:  
 $y = 0,004 \cdot \cos(72 \cdot 0,125 - 34 \cdot 8,9 + 1)$  m  $\approx -3,6$  mm.

**5 Zadanie – Fale przeciwbieżne**

Na poniższym rysunku umieszczono zależności wychylenia  $y$  od położenia  $x$  w wyróżnionych chwilach  $t$  dla dwóch fal: dla pierwszej fali w pierwszym rzędzie i dla drugiej fali w drugim rzędzie. Jak będzie wyglądała ich suma (superpozycja)? Narysuj odpowiednie zależności  $y(x)$  w trzecim rzędzie.



Odpowiedź:



## 6 Zadanie – Kuter rybacki

Dwóch rybaków wypłynęło kutrem rybackim na morze w poszukiwaniu ławicy ryb. Płynęli z prędkością 19 km na godzinę względem dna. Fale morskie, płynące w przeciwną stronę, uderzały w przednią część kadłuba około 70 razy w ciągu minuty. Odległość między kolejnymi grzbietami fal wynosiła 6 m.

W celu znalezienia ławicy ryb, rybacy wykorzystali sonar, czyli urządzenie, które wysyłało pionowo w głąb wody fale ultradźwiękowe o częstotliwości 160 kHz i długości 9 mm. Od chwili

wysłania impulsu do chwili jego powrotu po odbiciu się od ławicy ryb upłynęło 80 ms.

- Ile wynosi szybkość przemieszczania się fal morskich względem dna?
- Ile wynosi szybkość rozchodzenia się fal ultradźwiękowych emitowanych przez sonar?
- Jaka jest głębokość, na której znajduje się ławica ryb?

**Odpowiedź:**

- Szybkość przemieszczania się fal morskich względem dna wynosi  $v_f = \lambda_f f_f - v_k \approx 1,72 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , gdzie  $\lambda_f$  - odległość między grzbietami fal,  $f_f$  - częstotliwość uderzania fal morskich o kuter,  $v_k$  - prędkość kutra.
- Szybkość rozchodzenia się fal ultradźwiękowych wynosi  $v_s = \lambda_s f_s \approx 1440 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , gdzie  $\lambda_s$  to długość fali, a  $f_s$  to częstotliwość fali wysłanej przez sonar.
- Ławica ryb znajduje się na głębokości  $h = \lambda_s f_s \frac{t}{2} \approx 58 \text{ m}$ , gdzie  $t$  to czas od wysłania do powrotu impulsu.

## 7 Zadanie – Struna

Rozważmy gitarową strunę o długości 0,66 m, która rozpięta jest pomiędzy dwoma zaciskami. Przy częstotliwościach rezonansowych, w wyniku interferencji, w strunie powstaje fala stojąca. Drganie własne o najniższej częstotliwości rezonansowej nazywamy modem podstawowym lub pierwszą harmoniczną. W przypadku powyższej struny częstotliwość modu podstawowego wynosi 325 Hz.

- Z jaką prędkością rozchodzi się fala w strunie?
- Jaką częstotliwość ma druga harmoniczna?

**Odpowiedź:**

- Fala rozchodzi się z prędkością  $v = 2lf_1 \approx 429 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , gdzie  $l$  to długość struny, a  $f_1$  to częstotliwość modu podstawowego.
- Druga harmoniczna ma częstotliwość równą  $f_2 = 650 \text{ Hz}$ .

## 8 Zadanie – Prędkość dźwięku w stali

Paweł i Gawęł stoją na szynach kolejowych w odległości 728 m od siebie. Paweł uderzył młotkiem w szynę. Gawęł, przykładając ucho do szyny, usłyszał dźwięk o 2 sekundy wcześniej niż dźwięk, który doleciał w powietrzu. Oblicz prędkość, z jaką rozchodzi się dźwięk w stali, z której zrobiono szyny. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Odpowiedź:** Prędkość rozchodzenia się dźwięku w stali wynosi:  $v_s = \frac{1}{\frac{1}{v_p} - \frac{\Delta t}{s}} \approx 5160 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , gdzie  $v_p$  to prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu,  $\Delta t$  to różnica w czasie,  $s$  to odległość pomiędzy Pawłem a Gawłem.

## 9 Zadanie – Radiowóz policyjny

Syrena radiowozu policyjnego wydaje dźwięk o częstotliwości 960 Hz. Samochód zbliża się ze stałą prędkością z oddali do ludzi stojących na przystanku, którzy odbierają dźwięk o częstotliwości 1040 Hz. Prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu wynosi  $341 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- Ile wynosi prędkość radiowozu?
- Znając prędkość radiowozu, oblicz częstotliwość dźwięku, jaką usłyszą ludzie na przystanku, gdy radiowóz znajdzie się w znacznej odległości, oddalając się od nich.

**Odpowiedź:**

a) Prędkość radiowozu wynosi:  $v_r = v_p \frac{f' - f_s}{f'} \approx 94,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , gdzie  $v_p$  to prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu,  $f_s$  to częstotliwość syreny,  $f'$  to częstotliwość, którą odbierają ludzie na przystanku.

b) Częstotliwość dźwięku, którą odbiorą ludzie na przystanku po przejechaniu radiowozu będzie wynosić:  $f'' = f_s \frac{v_p}{v_p + v_r} \approx 891 \text{ Hz}$ .

**10 Zadanie – Nietoperz**

Nietoperz orientuje się w przestrzeni, wysyłając i odbierając odbite fale dźwiękowe. Spoczywający nietoperz wysłał dźwięki o częstotliwości 80 kHz. Wydając ten sam dźwięk, osobnik leciał z prędkością  $13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , prostopadle do pionowej ściany jaskini. Jaką częstotliwość miała odbierana przez nietoperza fala dźwiękowa, która wróciła do niego po odbiciu? Prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu wynosi  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Odpowiedź:** Fala dźwiękowa, która wróciła do nietoperza, miała częstotliwość równą:  $f' = f \frac{v_p + v_n}{v_p - v_n} \approx 86 \text{ kHz}$ , gdzie  $f$  to częstotliwość fali wysłanej przez nietoperza,  $v_p$  to prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu,  $v_n$  to prędkość nietoperza.

**11 Zadanie – Odkurzacz**

Natężenie fali dźwiękowej  $I$  to moc fali przypadająca na jednostkę powierzchni, przez którą przechodzi fala. Poziom natężenia dźwięku  $\beta$  definiujemy jako  $\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$ , gdzie  $I_0$  to standardowe natężenie odniesienia,  $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ . Jednostką natężenia dźwięku jest decybel. Poziom natężenia szeptu wynosi 22 dB, a odpowiadające mu natężenie  $I_1$  jest 10000 razy mniejsze niż natężenie  $I_2$  pracującego odkurzacza. Oblicz poziom natężenia dźwięku w decybelach pracującego odkurzacza.

**Odpowiedź:** Poziom natężenia pracującego odkurzacza wynosi  $\beta_{odku} = (10 \text{ dB}) \log \frac{I_2}{I_0} = (10 \text{ dB}) \log \frac{10000 I_1}{I_0} = (10 \text{ dB}) \log 10^4 + (10 \text{ dB}) \log \frac{I_1}{I_0} = 40 \text{ dB} + 22 \text{ dB} = 62 \text{ dB}$ .

**12 Zadanie – Fala podłużna w pręcie**

Oblicz prędkość rozchodzenia się podłużnej fali w długim, metalowym pręcie. Długość fali jest znacznie większa od średnicy pręta. Gęstość metalu, z którego wykonano pręt, jest równa  $3000 \text{ kg/m}^3$ , a moduł Younga tego metalu jest równy 294 GPa. Jeśli nie pamiętasz zależności prędkości fali od modułu Younga i gęstości, to w opisanym przypadku możesz ją uzyskać, rozważając wymiary tych wielkości.

**Odpowiedź:** Prędkość fali jest równa  $v = \sqrt{E/\rho} \approx 9900 \text{ m/s}$ .

**13 Zadanie – Interferencja fal dźwiękowych**

W jednorodnym ośrodku umieszczono dwa głośniki. Pierwszy głośnik znajduje się w odległości 2,62 m, a drugi w odległości 0,52 m od mikrofonu. Każdy z głośników oddzielnie wytwarzał w okolicy mikrofonu falę o takiej samej amplitudzie, a w obszarze między tym głośnikiem a mikrofonem zmiany ciśnienia można było w przybliżeniu opisać jako falę płaską o długości fali 60 cm. Następnie włączono oba głośniki. Drgają one w taki sam sposób, czyli w zgodnej fazie. Na podstawie odpowiednich obliczeń określ, czy w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon,

nastąpi wzmocnienie czy osłabienie dźwięku w porównaniu z sytuacją, gdy był włączony tylko jeden z głośników.

**Odpowiedź:** Iloczyn wartości bezwzględnej różnicy odległości i długości fali  $|d_1 - d_2|/\lambda = 3,5$ , a więc w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon, fale spotykają się w przeciwnej fazie – nastąpi osłabienie.

## 14 Zadanie – Siatka dyfrakcyjna

Wiązka monochromatycznego światła oświetla siatkę dyfrakcyjną posiadającą 500 rys na jednym milimetrze. Na ekranie zaobserwowano prążek pierwszego rzędu pod kątem  $16^\circ$ .

a) Jaka jest długość fali światła?

b) Jaka to barwa światła?

**Odpowiedź:** Długość fali światła wynosi:  $\lambda = \frac{\sin \alpha}{mn} \approx 551 \text{ nm}$ , gdzie  $\alpha$  to kąt pod jakim obserwuje się prążek,  $m$  to liczba rys na jednym milimetrze siatki dyfrakcyjnej,  $n$  to numer rzędu. Dana długość fali odpowiada barwie zielonej.

## 15 Zadanie – Doświadczenie Younga

Zielone światło o długości fali 550 nm oświetla dwie bardzo wąskie szczeliny odległe o 1,3 mm. Ekran, na którym obserwujemy obraz interferencyjny, jest odległy od szczelin o 5,6 m. Ile wynosi odległość między jasnymi prążkami?

**Odpowiedź:** Odległość między jasnymi prążkami wynosi:  $x \approx \frac{nL\lambda}{d} \approx 2,4 \text{ mm}$ , gdzie  $n$  to numer rzędu,  $L$  odległość ekranu od szczelin,  $\lambda$  długość fali i  $d$  odległość między szczelinami.

## 16 Zadanie – Czy to fala?

W otoczeniu strefy subdukcji wychylenie powierzchni Ziemi opisano następującą funkcją zależną od położenia  $x$  oraz czasu  $t$ :

$$f(x, t) = N \cdot (\cos(x/L) + t/T)$$

gdzie  $N$ ,  $L$ ,  $T$  są stałymi. Funkcja opisywała wychylenie dla  $x \in (0, L)$  oraz  $t \in (0, T)$ . Sprawdź, czy ta funkcja spełnia równanie falowe, a więc czy opisywane wychylenie było falą.

**Odpowiedź:**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -N \cos(x/L)/L^2 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

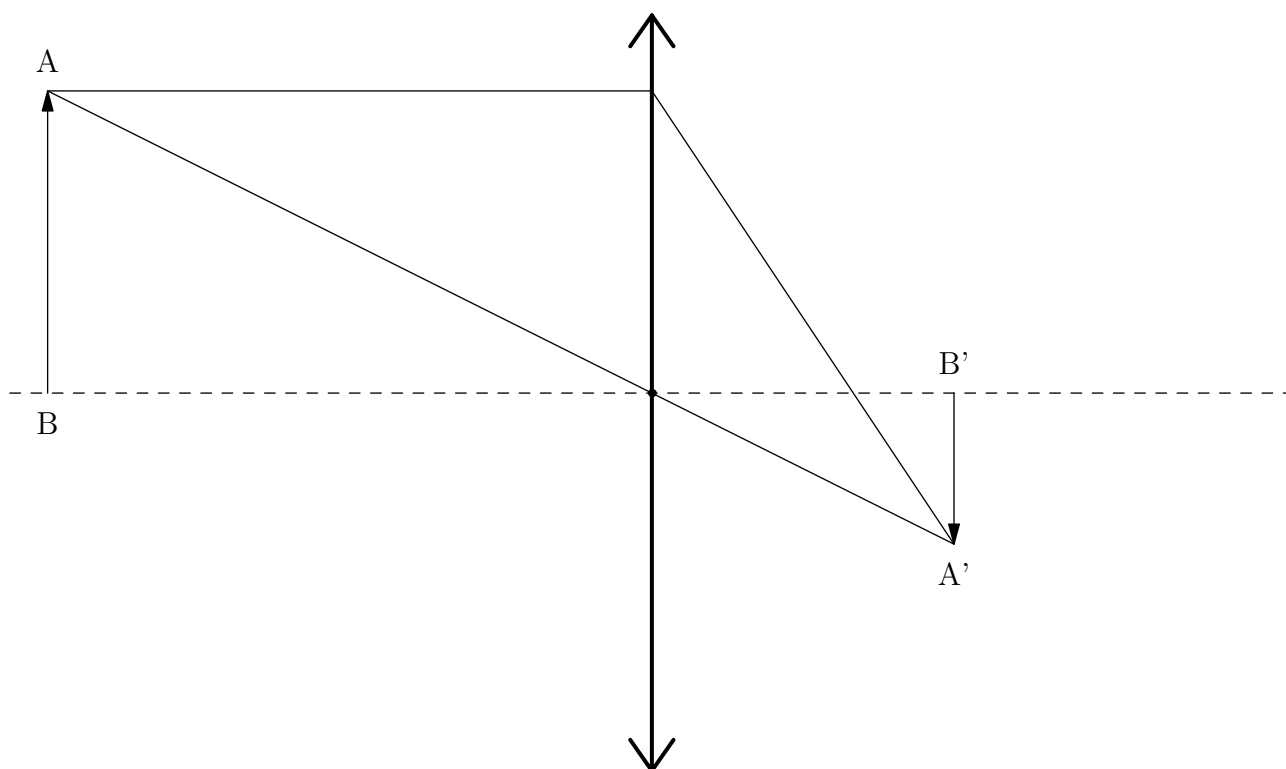
A więc  $f(x, t)$  nie spełnia równania falowego, wobec czego nie opisuje fali.

## 17 Zadanie – Gdzie ta soczewka?

Poniższy rysunek przedstawia w schematyczny sposób przedmiot AB oraz obraz A'B' powstały po przejściu przez ciekłą soczewkę światła emitowanego przez przedmiot AB. Zaznaczono też oś optyczną BB'. Wypisz 3 cechy obrazu. Znajdź położenie soczewki oraz rozstrzygnij, czy użyto soczewki skupiającej, czy rozpraszającej.



**Odpowiedź:** Obraz jest pomniejszony, odwrócony i rzeczywisty.



Soczewka jest skupiająca.

## 18 Zadanie – Odległość do diody

Cienka soczewka o ogniskowej 6 cm musi być odsunięta na odległość 7 cm od ekranu, aby uzyskać na nim ostry obraz świecącej diody znajdującej się na osi optycznej soczewki.

- Oblicz odległość od soczewki do diody.
- Oblicz stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu.

**Odpowiedź:**

- Odległość od soczewki do diody to 42 cm.
- Stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu to 6.



## 19 Zadanie – Płytką równoległościenna

Wiązka światła pada na szklaną płytkę równoległościenną znajdującą się w powietrzu. Promień padający tworzy z powierzchnią graniczną kąt  $50^\circ$ . Bezwzględne współczynniki załamania światła dla powietrza i szklanej płytki wynoszą odpowiednio:  $n_1 = 1,003$  i  $n_2 = 1,662$ .

- Ile wynosi kąt odbicia przy pierwszej powierzchni?
- Ile wynosi kąt załamania przy pierwszej powierzchni?
- Ile wynosi kąt odbicia przy drugiej powierzchni?
- Ile wynosi kąt załamania przy drugiej powierzchni?
- Czy wychodząca wiązka jest równoległa do wchodzącej?

### Odpowiedź:

- Kąt odbicia przy pierwszej powierzchni wynosi:  $\alpha_{\text{odb,I}} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ .
- Kąt załamania przy pierwszej powierzchni wynosi:  $\alpha_{\text{zał,I}} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha_{\text{pad,I}})\right) \approx 23^\circ$ .
- Kąt odbicia przy drugiej powierzchni wynosi:  $\alpha_{\text{odb,II}} = \alpha_{\text{pad,II}} = \alpha_{\text{zał,I}} = 23^\circ$ .
- Kąt załamania przy drugiej powierzchni wynosi:  $\alpha_{\text{zał,II}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin(\alpha_{\text{pad,II}})\right) = \alpha_{\text{pad,I}} = 40^\circ$ .
- Tak, wychodząca wiązka jest równoległa do wchodzącej.

## 20 Zadanie – Kij w basenie

Z poziomego dna basenu, prostopadle do dna, wystaje kij o długości 1,9 m. Ponad powierzchnią wody znajduje się 23% jego długości. Padają na niego promienie słoneczne pod kątem  $54^\circ$  do powierzchni wody. Ile wynosi długość cienia kija na dnie basenu? Współczynnik załamania wody wynosi 1,33, a powietrza 1.

**Odpowiedź:** Długość cienia na dnie basenu wynosi:  $x = a + b \approx 1,04$  m.

Zmienna  $a$  to długość cienia na powierzchni wody:  $a = \frac{lp}{\text{tg } \phi} \approx 0,32$  m, gdzie  $l$  to długość kija,  $p$  to procent jego długości, która wystaje ponad wodę,  $\phi$  to kąt padania promieni do powierzchni wody.

Zmienna  $b$  to długość fragmentu cienia na dnie basenu:  $b = l(1 - p) \text{tg } \beta \approx 0,72$  m, gdzie  $\beta$  to kąt załamania uzyskany z prawa załamania:  $\sin \beta = \frac{n_p}{n_w} \sin(90^\circ - \phi) \approx 0,4419$ , gdzie  $n_p$  to współczynnik załamania powietrza, a  $n_w$  to współczynnik załamania wody.

## 21 Zadanie – Polaryzacja odbitego światła

Studenci powinni określić materiał, z którego została wykonana sześcienna bryła. Mają tego dokonać tylko na podstawie badania polaryzacji odbitego od jej ściany światła. Dysponują wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskali, gdy kąt między normalną do ściany a odbitą wiązką był równy  $55,6^\circ$ . Na podstawie odpowiednich obliczeń wskaż, z którego z następujących materiałów najprawdopodobniej wykonano bryłę (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): fluorek litu (1,39), fluorek sodu (1,33), szkło kwarcowe (1,46). Bryła znajduje się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

**Odpowiedź:** Bezwzględny współczynnik załamania jest równy  $n_2 = n_1 \text{tg } \alpha_1 = \text{tg } \alpha_1 \approx 1,46$ . A więc materiałem jest najprawdopodobniej szkło kwarcowe.

## 22 Zadanie – Polaryzacja i geolog

Młoda geolog podczas wycieczki w Sudetach znalazła fragment kryształu. W celu jego identyfikacji badała polaryzację odbitego od ściany kryształu światła. Dysponowała wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskała, gdy kąt między normalną do ściany kryształu a odbitą wiązką był równy  $55^\circ$ . Na podstawie odpowiednich obliczeń określ najbardziej prawdopodobny minerał, którego fragment był badany. Wybierz spośród (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): fluoryt (1,43), korund (1,77), cyrkon (1,92). Kryształ znajdował się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

**Odpowiedź:** Bezwzględny współczynnik załamania jest równy  $n_2 = n_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 \approx 1,43$ . A więc minerałem jest najprawdopodobniej fluoryt.