

## Fale

### I. Konstruktywna

Rozwiązanie każdego zadania zapisz na oddzielnej, podpisanej kartce z wyraźnie zaznaczonym numerem zadania.

### 1 Zadanie – Dźwięk w piaskowcu

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-07, id: pl-fale-0001000, diff: 1*

Prędkość dźwięku w piaskowcu jest równa 2600 m/s. Oblicz okres oraz częstotliwość fali rozchodzącej się w płycie z tego piaskowca, jeśli długość fali jest równa 1,3 km.

**Wskazówka:**  $\lambda = vT$

**Wskazówka:**  $f = 1/T$

**Odpowiedź:** Okres fali  $T = \lambda/v \approx 0,5$  s, a jej częstotliwość  $f = 1/T \approx 2$  Hz.

### 2 Zadanie – Częstotliwość światła

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-09, id: pl-fale-0002000, diff: 1*

Wiązka światła o długości fali 420 nm w próżni pada na powierzchnię szkła o bezwzględny współczynniku załamania tego światła równym 1,44. Oblicz częstotliwość i długość fali tego światła w szkłe. Przyjmij wartość prędkości światła w próżni  $3 \cdot 10^8$  m/s.

**Wskazówka:**

$$\lambda = vT = v/f$$

$\lambda$  – długość fali;  $v$  – prędkości fali;  $T$  – okres fali;  $f$  – częstotliwość fali.

**Wskazówka:**

$$v = c/n$$

$c$  – prędkość światła w próżni;  $n$  – bezwzględny współczynnik załamania światła.

**Odpowiedź:** Częstotliwość fali w szkłe  $f_2 = f_1 = c/\lambda_1 \approx 714$  THz, gdzie  $f_1$  i  $\lambda_1$  to odpowiednio częstotliwość i długość fali w próżni. Długość fali w szkłe  $\lambda_2 = v_2 T = cT/n = \lambda_1/n \approx 292$  nm, gdzie  $v_2$  to prędkość fali w szkłe.

### 3 Zadanie – Fala podłużna w pręcie

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-19, id: pl-fale-0004000, diff: 1*

Oblicz prędkość rozchodzenia się podłużnej fali w długim, metalowym pręcie. Długość fali jest znacznie większa od średnicy pręta. Gęstość metalu, z którego wykonano pręt, jest równa  $9400$  kg/m<sup>3</sup>, a moduł Younga tego metalu jest równy 121 GPa. Jeśli nie pamiętasz zależności prędkości fali od modułu Younga i gęstości, to w opisanym przypadku możesz ją uzyskać, rozważając wymiary tych wielkości.

**Wskazówka:** Pa = N/m<sup>2</sup>

**Wskazówka:**  $N = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$

**Wskazówka:**  $\text{Pa} = \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$

**Wskazówka:**  $\text{Pa}/(\text{kg}/\text{m}^3) = \text{m}^2/\text{s}^2$

**Odpowiedź:** Prędkość fali jest równa  $v = \sqrt{E/\rho} \approx 3590 \text{ m/s}$ .

## 4 Zadanie – Interferencja fal dźwiękowych

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-09, id: pl-fale-0005000, diff: 1*

W jednorodnym ośrodku umieszczono dwa głośniki. Pierwszy głośnik znajduje się w odległości 2,42 m, a drugi w odległości 4,37 m od mikrofonu. Każdy z głośników oddzielnie wytwarzał w okolicy mikrofonu falę o takiej samej amplitudzie, a w obszarze między tym głośnikiem a mikrofonem zmiany ciśnienia można było w przybliżeniu opisać jako falę płaską o długości fali 130 cm. Następnie włączono oba głośniki. Drgają one w taki sam sposób, czyli w zgodnej fazie. Na podstawie odpowiednich obliczeń określ, czy w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon, nastąpi wzmocnienie czy osłabienie dźwięku w porównaniu z sytuacją, gdy był włączony tylko jeden z głośników.

**Wskazówka:**

$$|d_1 - d_2|/\lambda = ?$$

$d_1$  oraz  $d_2$  – odległość od mikrofonu odpowiednio pierwszego oraz drugiego głośnika;  $\lambda$  – długość fali.

**Odpowiedź:** Iloczyn wartości bezwzględnej różnicy odległości i długości fali  $|d_1 - d_2|/\lambda = 1,5$ , a więc w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon, fale spotykają się w przeciwnej fazie – nastąpi osłabienie.

## 5 Zadanie – Czy to fala?

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-04-22, id: pl-fale-0008000, diff: 2*

W otoczeniu strefy subdukcji wychylenie powierzchni Ziemi opisano następującą funkcją zależną od położenia  $x$  oraz czasu  $t$ :

$$f(x, t) = N \cdot \sin\left(\frac{x}{L} + \left(\frac{t}{T}\right)^2\right)$$

gdzie  $N$ ,  $L$ ,  $T$  są stałymi. Funkcja opisywała wychylenie dla  $x \in (0, L)$  oraz  $t \in (0, T)$ . Sprawdź, czy ta funkcja spełnia równanie falowe, a więc czy opisywane wychylenie było falą.

**Wskazówka:**

$$v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

**Odpowiedź:**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -N \cdot \sin\left(\frac{x}{L} + \left(\frac{t}{T}\right)^2\right) / L^2$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 2N \left( -2 \left(\frac{t}{T}\right)^2 \sin\left(\frac{x}{L} + \left(\frac{t}{T}\right)^2\right) + \cos\left(\frac{x}{L} + \left(\frac{t}{T}\right)^2\right) \right) / T^2$$

A więc  $f(x, t)$  nie spełnia równania falowego, wobec czego nie opisuje fali.

## 6 Zadanie – Odległość do diody

Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-11, id: pl-optyka-0002000, diff: 1

Cienka soczewka o ogniskowej 8 cm musi być odsunięta na odległość 10 cm od ekranu, aby uzyskać na nim ostry obraz świecącej diody znajdującej się na osi optycznej soczewki.

- Oblicz odległość od soczewki do diody.
- Oblicz stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu.

**Wskazówka:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$f$  – ogniskowa;  $x$  – odległość od soczewki do diody;  $y$  – odległość od soczewki do obrazu (ekranu).

**Wskazówka:**

$$h_o/h_i = x/y$$

$h_o$  – wysokość diody (*object*);  $h_i$  – wysokość obrazu (*image*)

**Odpowiedź:**

- Odległość od soczewki do diody to 40 cm.
- Stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu to 4.

## 7 Zadanie – Polaryzacja odbitego światła

Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-24, id: pl-optyka-0008000, diff: 1

Studenci powinni określić materiał, z którego została wykonana sześcienna bryła. Mają tego dokonać tylko na podstawie badania polaryzacji odbitego od jej ściany światła. Dysponują wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskali, gdy kąt między normalną do ściany a odbitą wiązką był równy  $58^\circ$ . Na podstawie odpowiednich obliczeń wskaż, z którego z następujących materiałów najprawdopodobniej wykonano bryłę (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): polistyren (1,6), diament (2,42), szkło kwarcowe (1,46). Bryła znajduje się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

**Wskazówka:** Kąt między wiązką odbitą a załamaną musi być kątem prostym.

**Wskazówka:** Kąt padania jest równy kątowi odbicia.

**Wskazówka:**

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_2 \sin(90^\circ - \alpha_1)$$

$n_1$  oraz  $n_2$  – bezwzględny współczynnik załamania światła odpowiednio dla powietrza oraz materiału;  $\alpha_1$  oraz  $\alpha_2$  – kąt padania oraz załamania światła.

**Wskazówka:**  $\sin(90^\circ - \alpha_1) = \cos \alpha_1$

**Odpowiedź:** Bezwzględny współczynnik załamania jest równy  $n_2 = n_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 \approx 1,6$ . A więc materiałem jest najprawdopodobniej polistyren.

## 8 Zadanie – Polaryzacja i geolog

*Andrzej Twardowski, Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-24, id: pl-optyka-0008005, diff: 1*

Młoda geolog podczas wycieczki w Sudetach znalazła fragment kryształu. W celu jego identyfikacji badała polaryzację odbitego od ściany kryształu światła. Dysponowała wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskała, gdy kąt między normalną do ściany kryształu a odbitą wiązką był równy  $67,6^\circ$ . Na podstawie odpowiednich obliczeń określ najbardziej prawdopodobny minerał, którego fragment był badany. Wybierz spośród (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): diament (2,42), carobbiit (1,36), korund (1,77). Kryształ znajdował się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

**Wskazówka:** Kąt między wiązką odbitą a załamaną musi być kątem prostym.

**Wskazówka:** Kąt padania jest równy kątowi odbicia.

**Wskazówka:**

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_2 \sin(90^\circ - \alpha_1)$$

$n_1$  oraz  $n_2$  – bezwzględny współczynnik załamania światła odpowiednio dla powietrza oraz minerału;  $\alpha_1$  oraz  $\alpha_2$  – kąt padania oraz załamania światła.

**Wskazówka:**  $\sin(90^\circ - \alpha_1) = \cos \alpha_1$

**Odpowiedź:** Bezwzględny współczynnik załamania jest równy  $n_2 = n_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 \approx 2,43$ . A więc minerałem jest najprawdopodobniej diament.