

Fale

I. Konstruktywna

Rozwiązanie każdego zadania zapisz na oddzielnej, podpisanej kartce z wyraźnie zaznaczonym numerem zadania.

1 Zadanie – Dźwięk w piaskowcu

Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-07, id: pl-fale-0001000, diff: 1

Prędkość dźwięku w piaskowcu jest równa 2600 m/s. Oblicz okres oraz częstotliwość fali rozchodzącej się w płycie z tego piaskowca, jeśli długość fali jest równa 0,8 km.

Wskazówka: $\lambda = vT$

Wskazówka: $f = 1/T$

Odpowiedź: Okres fali $T = \lambda/v \approx 0,308$ s, a jej częstotliwość $f = 1/T \approx 3,25$ Hz.

2 Zadanie – Częstotliwość światła

Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-09, id: pl-fale-0002000, diff: 1

Wiązka światła o długości fali 670 nm w próżni pada na powierzchnię szkła o bezwzględny współczynniku załamania tego światła równym 1,77. Oblicz częstotliwość i długość fali tego światła w szkle. Przyjmij wartość prędkości światła w próżni $3 \cdot 10^8$ m/s.

Wskazówka:

$$\lambda = vT = v/f$$

λ – długość fali; v – prędkości fali; T – okres fali; f – częstotliwość fali.

Wskazówka:

$$v = c/n$$

c – prędkość światła w próżni; n – bezwzględny współczynnik załamania światła.

Odpowiedź: Częstotliwość fali w szkle $f_2 = f_1 = c/\lambda_1 \approx 448$ THz, gdzie f_1 i λ_1 to odpowiednio częstotliwość i długość fali w próżni. Długość fali w szkle $\lambda_2 = v_2 T = cT/n = \lambda_1/n \approx 379$ nm, gdzie v_2 to prędkość fali w szkle.

3 Zadanie – Fala podłużna w pręcie

Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-19, id: pl-fale-0004000, diff: 1

Oblicz prędkość rozchodzenia się podłużnej fali w długim, metalowym pręcie. Długość fali jest znacznie większa od średnicy pręta. Gęstość metalu, z którego wykonano pręt, jest równa 9100 kg/m³, a moduł Younga tego metalu jest równy 125 GPa. Jeśli nie pamiętasz zależności prędkości fali od modułu Younga i gęstości, to w opisanym przypadku możesz ją uzyskać, rozważając wymiary tych wielkości.

Wskazówka: Pa = N/m²

Wskazówka: $N = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$

Wskazówka: $\text{Pa} = \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$

Wskazówka: $\text{Pa}/(\text{kg}/\text{m}^3) = \text{m}^2/\text{s}^2$

Odpowiedź: Prędkość fali jest równa $v = \sqrt{E/\rho} \approx 3710 \text{ m/s}$.

4 Zadanie – Interferencja fal dźwiękowych

Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-09, id: pl-fale-0005000, diff: 1

W jednorodnym ośrodku umieszczono dwa głośniki. Pierwszy głośnik znajduje się w odległości 2,7 m, a drugi w odległości 0,6 m od mikrofonu. Każdy z głośników oddzielnie wytwarzał w okolicy mikrofonu falę o takiej samej amplitudzie, a w obszarze między tym głośnikiem a mikrofonem zmiany ciśnienia można było w przybliżeniu opisać jako falę płaską o długości fali 70 cm. Następnie włączono oba głośniki. Drgają one w taki sam sposób, czyli w zgodnej fazie. Na podstawie odpowiednich obliczeń określ, czy w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon, nastąpi wzmocnienie czy osłabienie dźwięku w porównaniu z sytuacją, gdy był włączony tylko jeden z głośników.

Wskazówka:

$$|d_1 - d_2|/\lambda = ?$$

d_1 oraz d_2 – odległość od mikrofonu odpowiednio pierwszego oraz drugiego głośnika; λ – długość fali.

Odpowiedź: Iloczyn wartości bezwzględnej różnicy odległości i długości fali $|d_1 - d_2|/\lambda = 3$, a więc w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon, fale spotykają się w zgodnej fazie – nastąpi wzmocnienie.

5 Zadanie – Czy to fala?

Piotr Nieżurawski, update: 2017-04-22, id: pl-fale-0008000, diff: 2

W otoczeniu strefy subdukcji wychylenie powierzchni Ziemi opisano następującą funkcją zależną od położenia x oraz czasu t :

$$f(x, t) = N \left(\left(\frac{x}{L} \right)^2 + a \frac{x}{L} + \left(\frac{t}{T} \right)^2 + b \frac{t}{T} \right) + K$$

gdzie N , L , T , a , b , K są stałymi. Funkcja opisywała wychylenie dla $x \in (0, L)$ oraz $t \in (0, T)$. Sprawdź, czy ta funkcja spełnia równanie falowe, a więc czy opisywane wychylenie było falą.

Wskazówka:

$$v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

Odpowiedź:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = N \frac{2}{L^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = N \frac{2}{T^2}$$

Funkcja $f(x, t)$ spełnia równanie falowe, a więc opisuje falę.

6 Zadanie – Odległość do diody

Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-11, id: pl-optyka-0002000, diff: 1

Cienka soczewka o ogniskowej 6 cm musi być odsunięta na odległość 9 cm od ekranu, aby uzyskać na nim ostry obraz świecącej diody znajdującej się na osi optycznej soczewki.

- Oblicz odległość od soczewki do diody.
- Oblicz stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu.

Wskazówka:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

f – ogniskowa; x – odległość od soczewki do diody; y – odległość od soczewki do obrazu (ekranu).

Wskazówka:

$$h_o/h_i = x/y$$

h_o – wysokość diody (*object*); h_i – wysokość obrazu (*image*)

Odpowiedź:

- Odległość od soczewki do diody to 18 cm.
- Stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu to 2.

7 Zadanie – Polaryzacja odbitego światła

Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-24, id: pl-optyka-0008000, diff: 1

Studenci powinni określić materiał, z którego została wykonana sześcienna bryła. Mają tego dokonać tylko na podstawie badania polaryzacji odbitego od jej ściany światła. Dysponują wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskali, gdy kąt między normalną do ściany a odbitą wiązką był równy $53,1^\circ$. Na podstawie odpowiednich obliczeń wskaż, z którego z następujących materiałów najprawdopodobniej wykonano bryłę (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): fluorek sodu (1,33), polistyren (1,6), szkło kwarcowe (1,46). Bryła znajduje się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

Wskazówka: Kąt między wiązką odbitą a załamaną musi być kątem prostym.

Wskazówka: Kąt padania jest równy kątowi odbicia.

Wskazówka:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_2 \sin(90^\circ - \alpha_1)$$

n_1 oraz n_2 – bezwzględny współczynnik załamania światła odpowiednio dla powietrza oraz materiału; α_1 oraz α_2 – kąt padania oraz załamania światła.

Wskazówka: $\sin(90^\circ - \alpha_1) = \cos \alpha_1$

Odpowiedź: Bezwzględny współczynnik załamania jest równy $n_2 = n_1 \tan \alpha_1 = \tan \alpha_1 \approx 1,33$. A więc materiałem jest najprawdopodobniej fluorek sodu.

8 Zadanie – Polaryzacja i geolog

Andrzej Twardowski, Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-24, id: pl-optyka-0008005, diff: 1

Młoda geolog podczas wycieczki w Sudetach znalazła fragment kryształu. W celu jego identyfikacji badała polaryzację odbitego od ściany kryształu światła. Dysponowała wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskała, gdy kąt między normalną do ściany kryształu a odbitą wiązką był równy $55,6^\circ$. Na podstawie odpowiednich obliczeń określ najbardziej prawdopodobny minerał, którego fragment był badany. Wybierz spośród (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): fluoryt (1,43), szkło kwarcowe (1,46), diament (2,42). Kryształ znajdował się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

Wskazówka: Kąt między wiązką odbitą a załamaną musi być kątem prostym.

Wskazówka: Kąt padania jest równy kątowi odbicia.

Wskazówka:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_2 \sin(90^\circ - \alpha_1)$$

n_1 oraz n_2 – bezwzględny współczynnik załamania światła odpowiednio dla powietrza oraz minerału; α_1 oraz α_2 – kąt padania oraz załamania światła.

Wskazówka: $\sin(90^\circ - \alpha_1) = \cos \alpha_1$

Odpowiedź: Bezwzględny współczynnik załamania jest równy $n_2 = n_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 \approx 1,46$. A więc minerałem jest najprawdopodobniej szkło kwarcowe.