

## Fizyka kwantowa

$\Psi$ . Falowa

Rozwiązanie każdego zadania zapisz na oddzielnej, podpisanej kartce z wyraźnie zaznaczonym numerem zadania. Próbujemy!

### 1 Zadanie – Wzbudzone atomy wodoru

Próbka składa się z wielu atomów wodoru, a każdy z nich na początku znajduje się w stanie wzbudzonym o głównej liczbie kwantowej  $n = 4$ .

- Narysuj schemat przedstawiający poziomy energetyczne atomu wodoru wraz z wartościami odpowiadającej im głównej liczby kwantowej  $n$  (odległości między poziomami mogą być dowolne). Zaznacz na rysunku wszystkie możliwe bezpośrednie i pośrednie przejścia elektronów, których skutkiem jest emisja fotonu z atomów próbki.
- Oblicz liczbę linii emisyjnych, które można zaobserwować, mierząc promieniowanie badanej próbki.
- Napisz, dla którego przejścia emitowane fotony mają najmniejszą częstotliwość spośród wszystkich emitowanych przez próbkę.

### 2 Zadanie – Liczby kwantowe atomu wodoru

Opisz wszystkie kombinacje liczb kwantowych orbitalnej  $l$  i magnetycznej  $m$  określające możliwe stany elektronu w atomie wodoru, jeśli wiadomo, że elektron znajduje się w stanie o głównej liczbie kwantowej  $n = 4$ .

### 3 Zadanie – Liczba fotonów

Impuls monochromatycznego światła o długości fali 490 nm w próżni padł na ciemną płytkę, która pochłania 82% energii padającego na nią promieniowania. Oblicz liczbę fotonów w tym impulsie, jeśli wiadomo, że na skutek oświetlenia energia płytki zwiększyła się o 32 mJ. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s i stałej Plancka  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J · s.

### 4 Zadanie – Efekt fotoelektryczny

Metalową płytkę oświetlono promieniowaniem elektromagnetycznym o długości fali 170 nm. Maksymalna energia kinetyczna wybijanych z płytki elektronów jest równa 1,83 eV. Oblicz pracę wyjścia elektronu z powierzchni tego metalu. Wynik podaj w eV. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, ładunku elementarnego  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C, stałej Plancka  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J · s = 4,136 · 10<sup>-15</sup> eV · s.

## 5 Zadanie – Gęstość prawdopodobieństwa w atomie wodoru

Oblicz gęstość prawdopodobieństwa znalezienia elektronu na jądrze atomu wodoru w stanach:

a)

$$\Psi_{100}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}a_0^{3/2}}e^{-r/a_0}$$

b)

$$\Psi_{210}(x, y, z) = \frac{z}{4\sqrt{2\pi}a_0^{5/2}}e^{-r/(2a_0)}$$

gdzie  $a_0 \approx 0,529 \cdot 10^{-10}$  m. Wyniki podaj w jednostkach  $\text{nm}^{-3}$ . Funkcje określone są w układzie kartezjańskim  $XYZ$ , jądro spoczywa w środku tego układu, a  $r$  jest odległością od środka układu do punktu  $(x, y, z)$ .

## 6 Zadanie – Elektron i najmniejsze prawdopodobieństwo

Elektron znajduje się w układzie, w którym położenie opisujemy zmienną  $x$ . Kwantowa funkcja falowa opisująca elektron jest równa

$$\Psi(x) = N \cdot \exp(-x/L) \cdot \sin\left(2\pi\frac{x}{L} + \frac{\pi}{4}\right)$$

gdzie  $N$  oraz  $L = 8$  nm są stałymi. Zmienna  $x$  przyjmuje wartości od 0 do  $\frac{3}{2}L$ . Wypisz wszystkie wartości  $x$  w tym zakresie, w pobliżu których prawdopodobieństwo znalezienia elektronu jest najmniejsze. Argumentami funkcji trygonometrycznych są liczby, np.  $\sin(\pi/2) = 1$ ,  $\cos(\pi/2) = 0$ .

## 7 Zadanie – Cząstka w sześcianie - pomiar energii

Cząstka o masie  $m$  jest uwięziona w sześcianie o krawędzi  $L$ . Energia potencjalna cząstki wewnątrz sześcianu jest równa 0. Cząstka nie może przebywać poza sześcianem. Gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki powinna dążyć do 0 przy zbliżaniu się do dowolnej ze ścian. Zagadnienie rozważ w układzie kartezjańskim, którego dodatnie półosie zawierają 3 krawędzie sześcianu.

- Wyznacz unormowane funkcje falowe opisujące stany o określonej energii cząstki.
- Zapisz formułę określającą możliwe wartości energii cząstki.
- Dla cząstki znajdującej się w stanie

$$\Psi_s(x, y, z, t) = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2} \frac{1}{3} \sin(kx) \left(1 + 4\sqrt{2} \cos(kx)e^{-i3\omega t}\right) \sin(ky) \sin(kz)e^{-i3\omega t}$$

gdzie  $k \equiv \frac{\pi}{L}$  oraz  $\omega \equiv \frac{\hbar}{2m}k^2$ , wyznacz możliwe mierzone wartości energii.

- Oblicz prawdopodobieństwo pomiaru największej możliwej wartości energii dla cząstki znajdującej się w stanie opisanym w poprzednim punkcie.

*Wskazówka.* Dla dodatnich liczb całkowitych  $p$  i  $r$

$$\int_0^L \sin\left(p\frac{\pi}{L}x\right) \sin\left(r\frac{\pi}{L}x\right) dx = \frac{L}{2}\delta_{pr}$$