

Fizyka kwantowa

Ψ . Falowa

Rozwiązanie każdego zadania zapisz na oddzielnej, podpisanej kartce z wyraźnie zaznaczonym numerem zadania. Próbujemy!

1 Zadanie – Wzbudzone atomy wodoru

Próbka składa się z wielu atomów wodoru, a każdy z nich na początku znajduje się w stanie wzbudzonym o głównej liczbie kwantowej $n = 5$.

- Narysuj schemat przedstawiający poziomy energetyczne atomu wodoru wraz z wartościami odpowiadającej im głównej liczby kwantowej n (odległości między poziomami mogą być dowolne). Zaznacz na rysunku wszystkie możliwe bezpośrednie i pośrednie przejścia elektronów, których skutkiem jest emisja fotonu z atomów próbki.
- Oblicz liczbę linii emisyjnych, które można zaobserwować, mierząc promieniowanie badanej próbki.
- Napisz, dla którego przejścia emitowane fotony mają najmniejszą częstotliwość spośród wszystkich emitowanych przez próbkę.

2 Zadanie – Liczby kwantowe atomu wodoru

Opisz wszystkie kombinacje liczb kwantowych orbitalnej l i magnetycznej m określające możliwe stany elektronu w atomie wodoru, jeśli wiadomo, że elektron znajduje się w stanie o głównej liczbie kwantowej $n = 5$.

3 Zadanie – Liczba fotonów

Impuls monochromatycznego światła o długości fali 490 nm w próżni padł na ciemną płytkę, która pochłania 67% energii padającego na nią promieniowania. Oblicz liczbę fotonów w tym impulsie, jeśli wiadomo, że na skutek oświetlenia energia płytki zwiększyła się o 31 mJ. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni $c = 3 \cdot 10^8$ m/s i stałej Plancka $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J · s.

4 Zadanie – Efekt fotoelektryczny

Metalową płytkę oświetlono promieniowaniem elektromagnetycznym o długości fali 300 nm. Maksymalna energia kinetyczna wybijanych z płytki elektronów jest równa 1,37 eV. Oblicz pracę wyjścia elektronu z powierzchni tego metalu. Wynik podaj w eV. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, ładunku elementarnego $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C, stałej Plancka $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J · s = 4,136 · 10⁻¹⁵ eV · s.

5 Zadanie – Gęstość prawdopodobieństwa na środku studni

Cząstka jest uwięziona w jednowymiarowej, nieskończenie głębokiej studni potencjału. Studnia ma szerokość L . Położenie cząstki opisujemy zmienną $x \in [0, L]$. Oblicz gęstość prawdopodobieństwa znalezienia tej cząstki na środku studni, czyli dla $x = L/2$. Kwantowa funkcja falowa opisująca cząstkę jest równa

$$\Psi(x) = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right)$$

gdzie $n = 3$, $L = 22 \cdot 10^{-10}$ m. Wynik podaj w jednostkach nm^{-1} .

6 Zadanie – Gęstość prawdopodobieństwa w atomie wodoru

Dla każdego ze stanów opisanych następującymi funkcjami falowymi oblicz gęstość prawdopodobieństwa znalezienia elektronu na jądrze atomu wodoru:

a)

$$\Psi_{100}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

b)

$$\Psi_{210}(x, y, z) = \frac{z}{4\sqrt{2\pi}a_0^{5/2}} e^{-r/(2a_0)}$$

gdzie $a_0 \approx 0,529 \cdot 10^{-10}$ m. Wyniki podaj w jednostkach nm^{-3} . Funkcje falowe określone są w układzie kartezjańskim XYZ, jądro spoczywa w środku tego układu, a r jest odległością od środka układu do punktu (x, y, z) .

7 Zadanie – Elektron i najmniejsze prawdopodobieństwo

Elektron znajduje się w układzie, w którym położenie opisujemy zmienną x . Kwantowa funkcja falowa opisująca elektron jest równa

$$\Psi(x) = N \cdot x \cdot \cos\left(2\pi\frac{x}{L}\right)$$

gdzie N oraz $L = 20$ nm są stałymi. Zmienna x przyjmuje wartości od 0 do L . Wypisz wszystkie wartości x w tym zakresie, w pobliżu których prawdopodobieństwo znalezienia elektronu jest najmniejsze. Argumentami funkcji trygonometrycznych są liczby, np. $\sin(\pi/2) = 1$, $\cos(\pi/2) = 0$.

8 Zadanie – Cząstka w sześcianie - pomiar energii

Cząstka o masie m jest uwięziona w sześcianie o krawędzi L . Energia potencjalna cząstki wewnątrz sześcianu jest równa 0. Cząstka nie może przebywać poza sześcianem. Gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki powinna dążyć do 0 przy zbliżaniu się do dowolnej ze ścian. Zagadnienie rozważ w układzie kartezjańskim, którego dodatnie półosie zawierają 3 krawędzie sześcianu.

a) Wyznacz unormowane funkcje falowe opisujące stany o określonej energii cząstki.

b) Zapisz formułę określającą możliwe wartości energii cząstki.

c) Dla cząstki znajdującej się w stanie opisywanym funkcją falową

$$\Psi_s(x, y, z, t) = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{3} \sin(kx) \left(1 - 4\sqrt{2} \cos(kx) e^{-i3\omega t}\right) \sin(ky) \sin(kz) e^{-i3\omega t}$$

gdzie $k \equiv \frac{\pi}{L}$ oraz $\omega \equiv \frac{\hbar}{2m}k^2$, wyznacz możliwe mierzone wartości energii.

d) Oblicz prawdopodobieństwo pomiaru największej możliwej wartości energii dla cząstki znajdującej się w stanie opisanym w poprzednim punkcie.

Wskazówka. Dla dodatnich liczb całkowitych p i r

$$\int_0^L \sin\left(p\frac{\pi}{L}x\right) \sin\left(r\frac{\pi}{L}x\right) dx = \frac{L}{2}\delta_{pr}$$