

## Zbiór zadań dla uczniów przygotowujących się do konkursu kuratorskiego z fizyki

Zadania autorów: Zofia Drabek, Klaudia Dec, Małgorzata Berajter, Magda Gładka, Joanna Drabarz, Andrzej Twardowski, Piotr Nieżurawski.

*Gdy jestem pytany, dlaczego zajmuję się nauką, odpowiadam: aby zaspokoić moją ciekawość, gdyż jestem z natury poszukiwaczem zrozumienia. Jeśli nie zdziwiło cię coś przez cały dzień, to nie był on zbyt udany.*

John A. Wheeler (1911–2008)

Poniższe zadania mogą być przydatne dla uczniów gimnazjum lub szkoły podstawowej w trakcie przygotowań do konkursu z fizyki.

### 1 Zadanie – Prędkość człowieka

*Joanna Drabarz, update: 2016-07-14, id: pl-prędkość-droga-czas-0003000, diff: 2*

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 19800 metrów w ciągu 45 minut?

**Wskazówka:** Ile metrów pokonuje w ciągu minuty? Odpowiedź: 440 m.

**Wskazówka:** Ile metrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 26400 m.

**Wskazówka:** Ile kilometrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 26,4 km.

**Odpowiedź:** Człowiek porusza się z prędkością 26,4 km/h.

### 2 Zadanie – Echo

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-10-14, id: pl-prędkość-droga-czas-0003500, diff: 1*

Anna słyszy dwa jednakowe dźwięki oddzielnie, jako echo, jeśli docierają do niej w odstępie czasu nie mniejszym niż 70 ms. Oblicz, w jakiej najmniejszej odległości od pionowej ściany odbijającej dźwięk powinna znajdować się Anna, aby po klaśnięciu w dłonie usłyszała echo. Przyjmij wartość prędkości dźwięku w powietrzu 340 m/s.

**Wskazówka:** Jaką drogę przebędzie dźwięk?

**Odpowiedź:** Minimalna odległości od ściany to około 11,9 m.

### 3 Zadanie – Prędkość jazdy rowerem

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-07-30, id: pl-prędkość-droga-czas-0004000-dpc, diff: 3*

Jaś wyruszył rowerem z linii startu i jechał ze średnią prędkością 8,3 m/s. Maciek, który wyruszył 4 s po Jasiu z linii startu, ukończył wyścig 16 s przed Jasiem. Obaj chłopcy przebyli tę samą odległość. Z jaką średnią prędkością jechał Maciek, jeśli całą trasę przejechał w trakcie 332 s?

**Wskazówka:** Ile czasu jechał Jaś? Odpowiedź: 352 s.

**Wskazówka:** Jaka była długość trasy? (Jaś...) Odpowiedź: 2921,6 m.

**Odpowiedź:** Maciek jechał z prędkością 8,8 m/s.

### 4 Zadanie – Sztafeta żółwi

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-10-14, id: pl-prędkość-droga-czas-0004500, diff: 1*

Pałeczka niesiona przez trzy żółwie poruszała się ze średnią szybkością 200 cm/s przez 12 minut. Pierwszy żółw niosący pałeczkę w sztafecie poruszał się z szybkością 250 cm/s przez 2,5 minuty, po czym natychmiast pałeczkę przejął drugi żółw poruszający się z szybkością 180 cm/s przez 5,5 minuty, a potem przekazał ją błyskawicznie trzeciemu żółwiowi. Z jaką średnią szybkością poruszał się trzeci żółw?

**Wskazówka:** Ile czasu poruszał się trzeci żółw?

**Wskazówka:** Jaką drogę przebył trzeci żółw?

**Odpowiedź:** Średnia szybkość trzeciego żółwia to około 196 cm/s.

### 5 Zadanie – Droga do szkoły

*Zofia Drabek, update: 2018-10-04, id: pl-prędkość-droga-czas-0004600, diff: 1*

Jaś pokonuje swoją drogę do szkoły ze średnią szybkością 21 km/h. Pierwszą część drogi pokonuje rowerem miejskim, a drugą autobusem. Oba odcinki drogi są sobie równe. Rowerem porusza się ze średnią szybkością 17 km/h. Oblicz średnią szybkość jazdy autobusem. Wynik podaj z dokładnością do 2 cyfr znaczących.

**Wskazówka:** Zastanów się, w jaki sposób obliczyć średnią szybkość przy znanej szybkości autobusu i roweru. Możesz prowadzić przekształcenia wzorów tak, jakby dystans przejechany przez Jasia do szkoły był znany, zobaczysz, że w późniejszych obliczeniach ten dystans nie będzie istotny.

**Wskazówka:** Przyjmijmy oznaczenia:  $v_a$  - szybkość autobusu,  $v_r$  - szybkość jazdy rowerem,  $v$  - szybkość średnia,  $s$  - długość całej drogi Jasia do szkoły,  $t_a$  - czas jazdy autobusem,  $t_r$  - czas jazdy rowerem.

Średnia szybkość jest to iloraz całej drogi i całego czasu, tj.

$$v = \frac{s}{t_a + t_r}, \quad t_a = \frac{s}{2v_a}, \quad t_r = \frac{s}{2v_r}.$$

Podstawiając odpowiednio czas jazdy autobusem oraz czas jazdy rowerem do pierwszego z równań, otrzymujemy równanie:

$$v = \frac{s}{\frac{s}{2v_a} + \frac{s}{2v_r}}.$$

Po skróceniu przez  $s$  i uproszczeniu równania otrzymujemy:

$$v = \frac{2}{\frac{1}{v_a} + \frac{1}{v_r}}.$$

Jest to tzw. średnia harmoniczna. Końcowy wzór na prędkość autobusu to:

$$v_a = \frac{vv_r}{2v_r - v}.$$

**Odpowiedź:** Autobus jedzie ze średnią szybkością ok. 27 km/h.

## 6 Zadanie – Samochód

*Joanna Drabarz, update: 2016-07-09, id: pl-prędkość-droga-czas-0005000, diff: 2*

Samochód pana Krzysztofa spala 6 litrów benzyny na sto kilometrów, a litr benzyny kosztuje 4 zł. Ile **pełnych** kilometrów przejedzie pan Krzysztof samochodem za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej, czyli za 2 zł?

**Wskazówka:** Na ile litrów benzyny wystarczy równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej? Odpowiedź: 0,5 litra.

**Odpowiedź:** Za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej samochód przejedzie 8 pełnych km.

## 7 Zadanie – Koło ratunkowe

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-12-20, id: pl-prędkość-droga-czas-0006000-dpc, diff: 2*

Wioślarz płynął łodzią w górę szerokiej, prostej i równomiernie płynącej rzeki. Gdy przepływał pod kładką, z jego łodzi wypadło koło ratunkowe. Po 11,1 min wioślarz zauważył zgubę. Natychmiast zaczął płynąć w dół rzeki i dopędził koło w odległości 1665 m od kładki. Przyjmij, że wartość prędkości łodzi względem wody była stała i taka sama, gdy łódź płynęła w górę i gdy płynęła w dół rzeki. Załóż również, że koło od chwili, gdy wypadło z łodzi, nie poruszało się względem wody. Oblicz prędkość prądu rzeki względem brzegu w km/h.

**Wskazówka:** Rozważ całe zdarzenie w układzie współporuszającym się z wodą.

**Odpowiedź:** Prędkość prądu rzeki to 4,5 km/h.

## 8 Zadanie – Przejażdżka metrem

*Zofia Drabek, update: 2018-04-27, id: pl-prędkość-droga-czas-0006500, diff: 1*

Uczeń wsiadł do metra na początku pociągu. Postanowił przejść podczas jazdy na jego koniec korytarzem o długości  $l = 116$  m. Gdy tam dotarł, pociąg wjechał na kolejną stację. Uczeń szedł ze średnią szybkością  $v_p = 4,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  względem pociągu. Pociąg przejechał drogę  $s = 1200$  m. Oblicz średnią szybkość, z jaką jechał pociąg względem stacji metra  $u$ , oraz średnią szybkość ucznia względem ziemi  $v_z$ .

**Wskazówka:** Aby otrzymać średnią szybkość jazdy pociągu, należy obliczyć iloraz całej drogi pokonanej przez pociąg  $s$  oraz czasu przejazdu pociągu pomiędzy stacjami  $t$ :

$$u = \frac{s}{t}.$$

W takim samym czasie uczeń pokonuje długość całego pociągu  $l$  ze średnią szybkością  $v_p$  względem pociągu:

$$v_p = \frac{l}{t}, \quad t = \frac{l}{v_p}.$$

W ten sposób otrzymujemy ostateczne wyrażenie na szybkość pociągu względem peronu:

$$u = \frac{s \cdot v_p}{l}.$$

**Wskazówka:** Z transformacji Galileusza wynika zależność:

$$v_z = u - v_p.$$

**Odpowiedź:** Pociąg jechał ze średnią szybkością  $47,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , uczeń względem ziemi poruszał się ze średnią szybkością  $43 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

## 9 Zadanie – Wąż ogrodowy

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-08-29, id: pl-prędkość-droga-czas-0007000, diff: 1*

Gumowy wąż ogrodowy o wewnętrznej średnicy 8 mm zakończony jest otworem o średnicy 4 mm. Z jaką szybkością wylatuje woda z otworu, jeśli w wężu porusza się ona z szybkością 70 cm/s?

**Wskazówka:** Skorzystaj z tego, że wodę w tym przypadku można uznać za ciecz nieściśliwą.

**Wskazówka:**  $v_1 t A_1 = v_2 t A_2$ , gdzie  $A_i \propto d_i^2$

**Odpowiedź:** Szybkość wody w otworze to ok. 280 cm/s.

## 10 Zadanie – W ile sekund do setki?

*Zofia Drabek, update: 2018-05-23, id: pl-kinematyka-0000550, diff: 2*

Samochód, ruszając z miejsca ruchem jednostajnie przyspieszonym po linii prostej, osiągnął po pierwszej sekundzie ruchu szybkość  $17 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Jaką drogę przebędzie ten samochód w drugiej sekundzie ruchu, a jaką w piątej? Ile czasu potrzebuje ten samochód, aby rozpędzić się do  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?

**Wskazówka:** Zastanów się, jaką drogę przebędzie ten samochód w pierwszej sekundzie ruchu.

**Wskazówka:** Drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej obliczamy ze wzoru:

$$s = \frac{at^2}{2},$$

gdzie  $a$  jest przyspieszeniem, a  $t$  czasem. Przyspieszenie obliczymy z zależności:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

**Wskazówka:** Zauważ, że w ruchu jednostajnie przyspieszonym długości przebytej drogi w kolejnych równych odstępach czasu są do siebie w stosunku takim jak kolejne liczby nieparzyste. W takim razie prawdziwe są zależności:

$$s_2 = 3 \cdot s_1, \quad s_5 = 9 \cdot s_1,$$

gdzie  $s_1$ ,  $s_2$  i  $s_5$  oznaczają odpowiednio drogę przebytą w 1, 2 i 5 sekundzie ruchu.

**Wskazówka:** Aby obliczyć, jak szybko samochód osiągnie  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , należy przekształcić wzór na szybkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym:

$$v = at, \quad t = \frac{v}{a}.$$

Należy przyjąć  $v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

**Odpowiedź:** W drugiej sekundzie ruchu samochód przejechał około 7,08 m, a w piątej 21,3 m. Natomiast do setki samochód rozpędzi się w 5,88 s.

## 11 Zadanie – Kolumna wojskowa

*Magda Gładka, update: 2017-07-07, id: pl-kinematyka-0000600, diff: 1*

Piesza kolumna wojskowa o długości 6 km porusza się cały czas ze stałą szybkością 6 km/h. Z tyłu kolumny został wysłany żołnierz na rowerze, aby przekazać ważną informację dowódcy, który znajduje się na czele kolumny. Jego zadanie polegało na tym, aby dojechać do dowódcy, przekazać mu meldunek i wrócić na swoją początkową pozycję. Sama rozmowa z dowódcą zajęła mu 5 min. Podczas przekazywania informacji rowerzysta porusza się z prędkością kolumny wojskowej. Poza czasem składania meldunku średnia szybkość jadącego żołnierza wynosiła 25 km/h.

- Ile czasu zajmie mu wykonanie zadania?
  - Oblicz drogę, jaką pokona podczas wykonywania zadania.
- Pomiń moment zawracania rowerzysty po przekazaniu meldunku.

**Wskazówka:** Jaka jest wartość prędkości żołnierza jadącego na rowerze, względem kolumny wojskowej, gdy jedzie do dowódcy, a jaka gdy wraca?

**Wskazówka:** Podczas gdy rowerzysta jedzie do dowódcy, wartość jego prędkości względnej to różnica szybkości żołnierza i kolumny wojskowej, a gdy wraca od dowódcy, wartość jego prędkości względnej to suma tych szybkości.

**Wskazówka:** Jaka jest zależność czasu od drogi w ruchu jednostajnym?

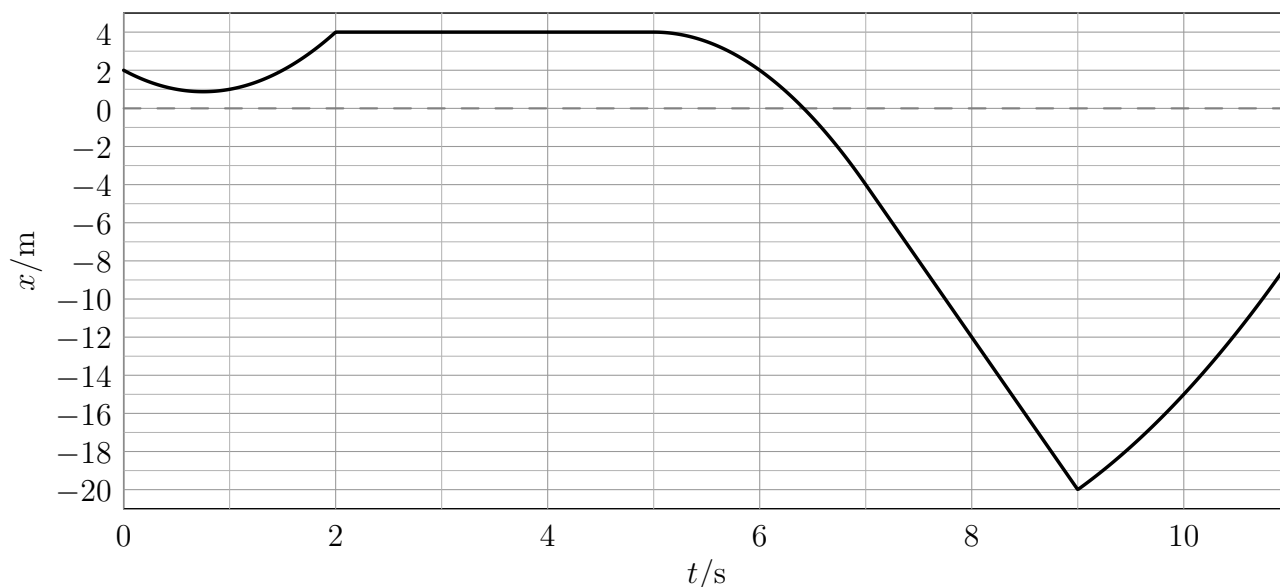
**Odpowiedź:**

- Wykonanie zadania zajmie mu  $t = l(\frac{1}{v_2 - v_1} + \frac{1}{v_2 + v_1}) + t_1 \approx 35,6$  min, gdzie  $l$  to długość kolumny wojskowej,  $v_1$  to szybkość kolumny,  $t_1$  to czas przekazywania informacji, a  $v_2$  to szybkość żołnierza na rowerze.
- W tym czasie pokona on drogę  $s = lv_2(\frac{1}{v_2 - v_1} + \frac{1}{v_1 + v_2}) + t_1 v_1 \approx 13,2$  km.

## 12 Zadanie – Niezdecydowany punkt materialny

Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-21, id: pl-kinematyka-0001000, diff: 2

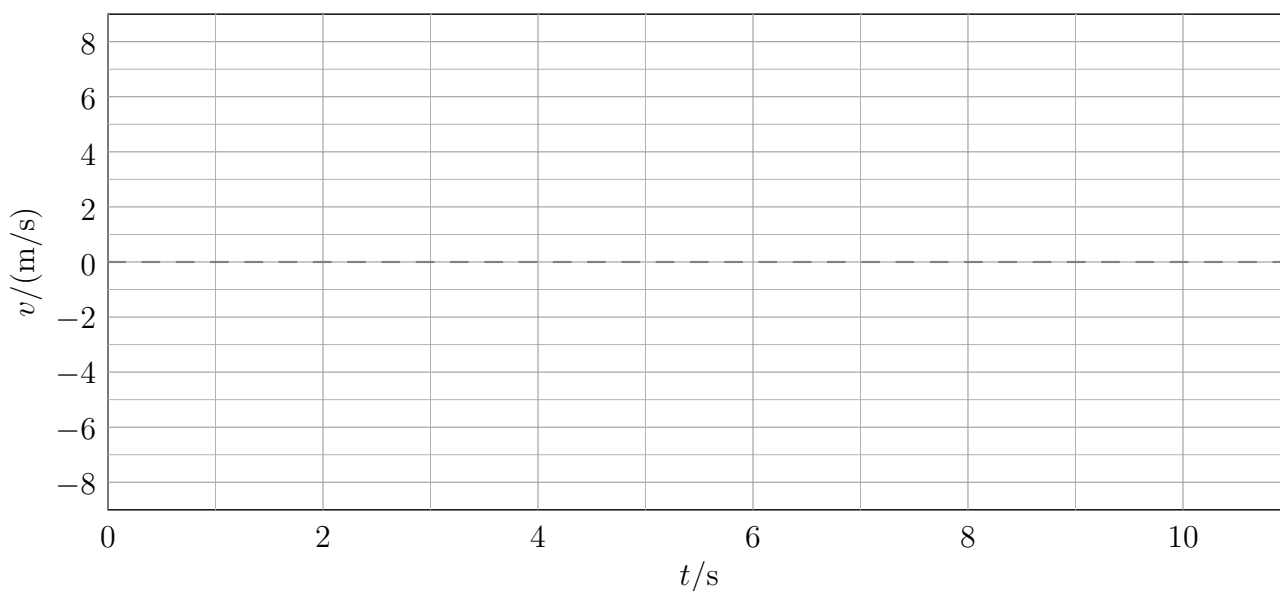
Punkt materialny porusza się wzdłuż osi  $X$ . Na wykresie przedstawiono zależność jego położenia  $x$  od czasu  $t$ .



W tabeli podano przyśpieszenie  $a$  punktu materialnego w poszczególnych interwałach czasu.

$t/s$	$[0, 2[$	$]2, 5[$	$]5, 7[$	$]7, 9[$	$]9, 11]$
$a/(m/s^2)$	4	0	-4	0	2

Wykonaj wykres zależności prędkości  $v$  od czasu dla tego punktu materialnego dla  $t \in [0, 11]$  s.



**Wskazówka:** Jeśli  $v$  jest dodatnie, to punkt materialny porusza się zgodnie ze zwrotem osi  $X$ , a jeśli  $v$  jest ujemne, to punkt materialny porusza się w przeciwną stronę.

**Wskazówka:**

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

**Wskazówka:** Wygodniej będzie posłużyć się zmianami wielkości. Po danym interwale czasowym  $\Delta t$  mamy:

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2,$$

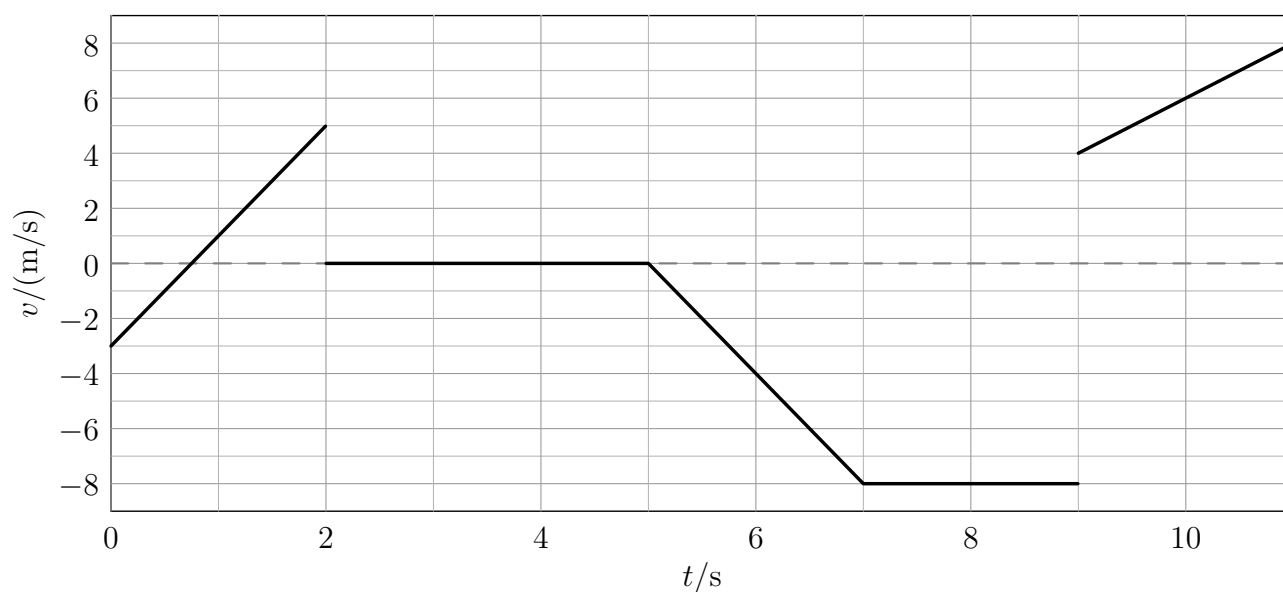
więc prędkość na początku przedziału to

$$v_0 = \Delta x / \Delta t - \frac{1}{2} a \Delta t$$

**Wskazówka:** Na końcu interwału czasowego  $\Delta t$  prędkość to

$$v_f = v_0 + a \Delta t = \Delta x / \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t$$

**Odpowiedź:** Poprawny wykres:



### 13 Zadanie – Strzelec

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-10-14, id: pl-kinematyka-0004500, diff: 1*

Antyterrorysta strzelił z poziomo ustawionego karabinu do pionowej tarczy oddalonej od niego o 170 m. Pocisk opuścił lufę z szybkością 910 m/s. Pomijając opory powietrza i przyjmując wartość przyspieszenia ziemskiego  $9,8 \text{ m/s}^2$ , oblicz o ile opadł pocisk w pionie podczas lotu. Wynik wyraż w centymetrach.

**Wskazówka:** Jaką drogę w poziomie przebył pocisk?

**Wskazówka:** Ile czasu pocisk leciał?

**Odpowiedź:** Pocisk opadł o około 17 cm.

### 14 Zadanie – Przyssawka

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-03-28, id: pl-statyka-0001000, diff: 1*

Oblicz maksymalną masę odważnika, który może wisieć przyczepiony do okrągłej przyssawki przylegającej do poziomego sufitu. Średnica przyssawki jest równa 19 cm. Przyjmij, że między przyssawką a sufitem jest próżnia, ciśnienie atmosferyczne jest równe 1000 hPa, a przyspieszenie ziemskie  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Wskazówka:**  $F = p A$

**Wskazówka:**  $A = \pi(d/2)^2$

**Wskazówka:**  $F \approx 2840 \text{ N}$ .

**Wskazówka:**  $m = F/g$

**Odpowiedź:** Maksymalna masa odważnika jest równa ok. 289 kg.

## 15 Zadanie – Pod wodą

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-21, id: pl-statyka-0002000, diff: 1*

Oblicz ciśnienie wody działające na nurka znajdującego się na głębokości 30 m. Przyjmij gęstość wody  $1028 \text{ kg/m}^3$  oraz natężenie pola grawitacyjnego  $9,8 \text{ N/kg}$ .

**Wskazówka:**  $p = dgh$

**Odpowiedź:** Ciśnienie wody jest równe ok. 302 kPa. Jeśli chcesz uwzględnić ciśnienie atmosferyczne, to należy dodać ok. 100 kPa.

## 16 Zadanie – Prasa hydrauliczna

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-28, id: pl-statyka-0003000, diff: 1*

Dwa walcowe tłoki prasy hydraulicznej mogą poruszać się w pionie. Gdy są nieobciążone, znajdują się na tym samym poziomie. Mniejszy tłok ma średnicę 2 cm, a duży średnicę 35 cm. Jaki odważnik trzeba umieścić na małym tłoku, by utrzymać bryłę o masie 400 kg leżącą na dużym tłoku?

**Wskazówka:**  $p = mg/S$ , gdzie  $S = \pi r^2$

**Wskazówka:**  $p_1 = p_2$

**Odpowiedź:** Na małym tłoku należy umieścić odważnik o masie ok. 1,31 kg.

## 17 Zadanie – Statek kosmiczny Zazula

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-03-18, id: pl-dynamika-0000500, diff: 1*

W przestrzeni kosmicznej, z dala od innych ciał spoczywał w układzie inercjalnym statek międzygalaktyczny Zazula. Na skutek eksplozji rozpadł się na trzy części. Jedna część o masie  $12,8 \cdot 10^3 \text{ kg}$  porusza się z szybkością  $3,8 \text{ m/s}$ . Druga część o masie  $29,3 \cdot 10^3 \text{ kg}$  nadal spoczywa. Oblicz masę trzeciego fragmentu statku, jeśli jego szybkość jest równa  $5,7 \text{ m/s}$ .

**Wskazówka:** Jakie wielkości są zachowane?

**Wskazówka:** Którą z zachowanych wielkości można obliczyć na podstawie danych?

**Odpowiedź:** Z zasady zachowania pędu układu,  $\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$ , oraz z  $\vec{p}_0 = 0$  i  $\vec{p}_2 = 0$  otrzymujemy:  $\vec{p}_3 = -\vec{p}_1$ . Obliczając wartość obu stron,  $|\vec{p}_3| = |-\vec{p}_1|$ , otrzymujemy równanie  $p_3 = p_1$ , czyli  $m_3 v_3 = m_1 v_1$ , co prowadzi do wyniku:  $m_3 = m_1 v_1 / v_3 \approx 8,53 \cdot 10^3 \text{ kg}$ .



## 18 Zadanie – Spadochroniarz

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-16, id: pl-dynamika-0001000, diff: 1*

Spadochroniarz wraz z wyposażeniem ma masę 120 kg i opada na spadochronie pionowo w dół ze stałą prędkością o wartości 5,3 m/s. Dzieje się to około 300 m nad poziomem morza, a przyspieszenie ziemskie jest tam równe 9,8 m/s<sup>2</sup>. Oblicz siłę oporów ruchu działającą na spadochroniarza wraz z jego wyposażeniem.

**Wskazówka:** Jakim ruchem względem Ziemi porusza się spadochroniarz? Jakie siły na niego działają i jaki związek zachodzi między nimi?

**Odpowiedź:** Spadochroniarz porusza się z zerowym przyspieszeniem, a więc wartość siły oporów ruchu jest równa wartości siły ciężkości skoczka:  $Q = mg \approx 1180 \text{ N}$ .

## 19 Zadanie – Zderzenie wagonów

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-16, id: pl-dynamika-0002000, diff: 1*

Wagon kolejowy o masie 40 ton, jadąc po poziomych torach z prędkością o wartości 2,4 m/s, uderzył w stojący skład 5 wagonów. Po zderzeniu wszystkie wagony poruszają się razem, ze stałą prędkością. Wszystkie wagony są identyczne. Można pominąć wpływ zewnętrznych sił poziomych. Oblicz:

- wartość prędkości, z jaką poruszają się wagony tuż po zderzeniu i połączeniu,
- o ile zmniejszyła się na skutek szepienia wagonów energia kinetyczna ich ruchu postępowego.

**Wskazówka:** Z jakiej zasady zachowania można skorzystać?

**Wskazówka:** Zasada zachowania pędu (składowa pozioma) prowadzi do równania  $mv_0 = (n + 1)mv$ , a więc po szepieniu skład porusza się z prędkością  $v = 0,4 \text{ m/s}$ .

**Odpowiedź:**

- Po szepieniu skład porusza się z prędkością  $v = 0,4 \text{ m/s}$ .
- Energia kinetyczna ruchu postępowego zmniejszyła się o  $\Delta E_k = m(v_0^2 - (n + 1)v^2)/2 \approx 96 \text{ kJ}$ .

## 20 Zadanie – Kula w polu dwóch sił

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-16, id: pl-dynamika-0004000, diff: 2*

Kula o masie 10 kg porusza się pod wpływem siły ciężkości oraz poziomo skierowanej, stałej siły elektrostatycznej. Wpływ innych sił jest pomijalny. Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe 9,8 m/s<sup>2</sup>. Wartość siły elektrostatycznej to 103 N. Oblicz:

- wartość wypadkowej siły działającej na kulę,
- wartość przyspieszenia kuli,
- wartość prędkości kuli po czasie 10 s, zakładając, że początkowo znajdowała się ona w spoczynku.

**Wskazówka:** Pod jakim względnym kątem skierowane są dwie siły? Z jakiego twierdzenia dotyczącego trójkąta prostokątnego można skorzystać?

**Wskazówka:** Wartość wypadkowej siły to ok. 142 N. Z której zasady dynamiki należy skorzystać, by obliczyć przyspieszenie kuli?

**Wskazówka:** Wartość przyspieszenia to ok.  $14,2 \text{ m/s}^2$ . Przyspieszenie to jest stałe. Jaka prędkość po czasie  $t$  osiągnie ciało poruszające się ze stałym przyspieszeniem  $a$ ?

**Odpowiedź:**

- Wartość wypadkowej siły (po skorzystaniu z twierdzenia Pitagorasa) to ok. 142 N.
- Wartość przyspieszenia to  $a = F/m \approx 14,2 \text{ m/s}^2$ .
- Wartość prędkości po czasie  $t$  to  $v = at \approx 142 \text{ m/s}$ .

## 21 Zadanie – Kula w cieczy

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-29, id: pl-dynamika-0004500, diff: 1*

Pełna kula wykonana z materiału o gęstości  $2200 \text{ kg/m}^3$  pływa w cieczy o gęstości  $2400 \text{ kg/m}^3$ . Cały układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym. Oblicz stosunek objętości tej części kuli, która znajduje się powyżej powierzchni cieczy, do objętości całej kuli.

**Wskazówka:** Jakie siły działają na kulę?

**Wskazówka:** Jaka jest wartość wypadkowej siły?

**Wskazówka:**  $V_2 d_l g = V d_b g$

**Wskazówka:**  $V_1 + V_2 = V$

**Wskazówka:**  $V_1/V = 1 - V_2/V$

**Odpowiedź:** Stosunek objętości części kuli, która znajduje się powyżej powierzchni cieczy, do objętości całej kuli jest równy  $1 - d_b/d_l \approx 0,0833$ .

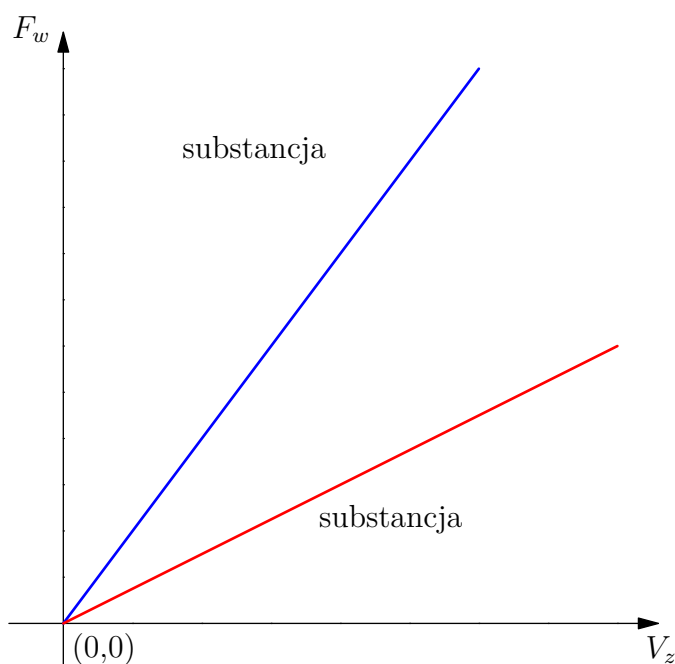
## 22 Zadanie – Która to ciecz?

Zofia Drabek, update: 2018-07-21, id: pl-dynamika-0004800, diff: 2

Prostopadłościan wykonany z porcelany zawieszono na siłomierzu i zmierzono jego ciężar  $Q$ . Następnie zanurzano prostopadłościan w cieczy A, a później w cieczy B. Notowano przy tym wartości wskazywane przez siłomierz oraz objętość zanurzonej części prostopadłościanu. Poniższa tabela przedstawia wyniki pomiarów.

siła ciężkości $Q$ [N]	odczyt z siłomierza [N]	siła wyporu $F_w$ [N]	objętość zanurzonej części $V_z$ [cm <sup>3</sup> ]
substancja A			
0,100	0,085	0,015	2
0,100	0,078	0,022	3
0,100	0,069	0,031	4
substancja B			
0,100	0,080	0,020	2
0,100	0,070	0,030	3
0,100	0,058	0,042	4

- a) Poniżej przedstawiono wykresy zależności siły wyporu  $F_w$  od objętości zanurzonej części prostopadłościanu  $V_z$  dla dwóch cieczy. Podpisz odpowiednio: „substancja A”, „substancja B”.



- b) Która z wymienionych niżej cieczy mogłaby być substancją A, a która substancją B? Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie wynosi  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

ciecz	gęstość [ $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ]
gliceryna	1260
woda	1000
etanol	785

- c) Jakie prawo opisuje badane tutaj zjawisko? Opisz je.

**Wskazówka:**

- a) Która substancja działa większą siłą wyporu dla takiej samej objętości zanurzonej części ciała? Jaki ma to związek z gęstością cieczy?

**Wskazówka:**

- b) Siła wyporu zależy w następujący sposób od gęstości:

$$F_w = \rho_c g V_z,$$

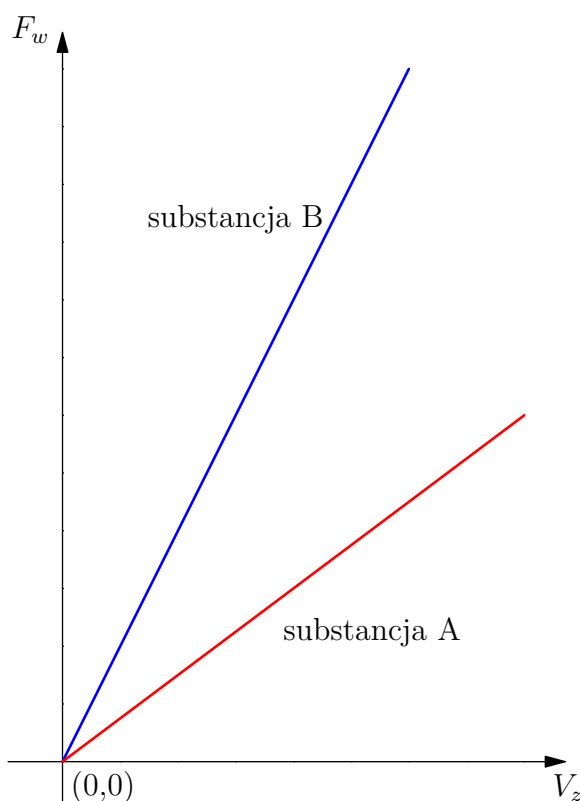
gdzie  $\rho_c$  oznacza gęstość cieczy, a  $g$  przyspieszenie ziemskie. Zatem gęstość obliczymy z zależności:

$$\rho_c = \frac{F_w}{g V_z}.$$

Pamiętaj że obliczona gęstość może nie być dokładnie taka, jak w tabelce, ze względu na niepewności pomiarowe. Obliczenia najlepiej jest wykonać dla największego podanego  $V_z$ , wtedy względna niepewność jest najmniejsza.

**Odpowiedź:**

- a)

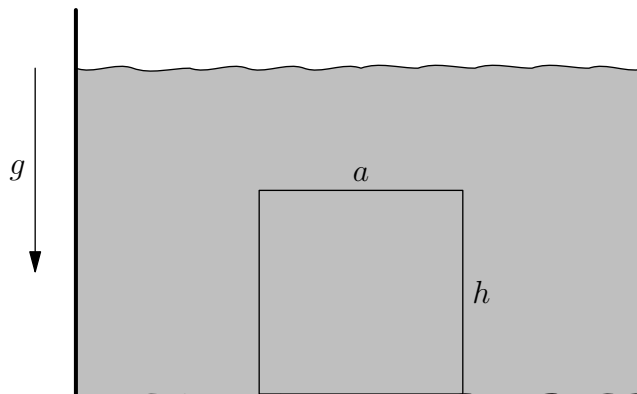


- b) Substancją A mógłby być etanol, a substancją B woda.
- c) Badane zjawisko jest opisywane przez prawo Archimedesa. Mówi ono, że na ciało zanurzone w cieczy działa siła skierowana pionowo ku górze równa ciężarowi wypartej cieczy. Opisana jest wspomnianym już wzorem  $F_w = \rho_c g V_z$ .

## 23 Zadanie – Wyciąganie bloku z morza

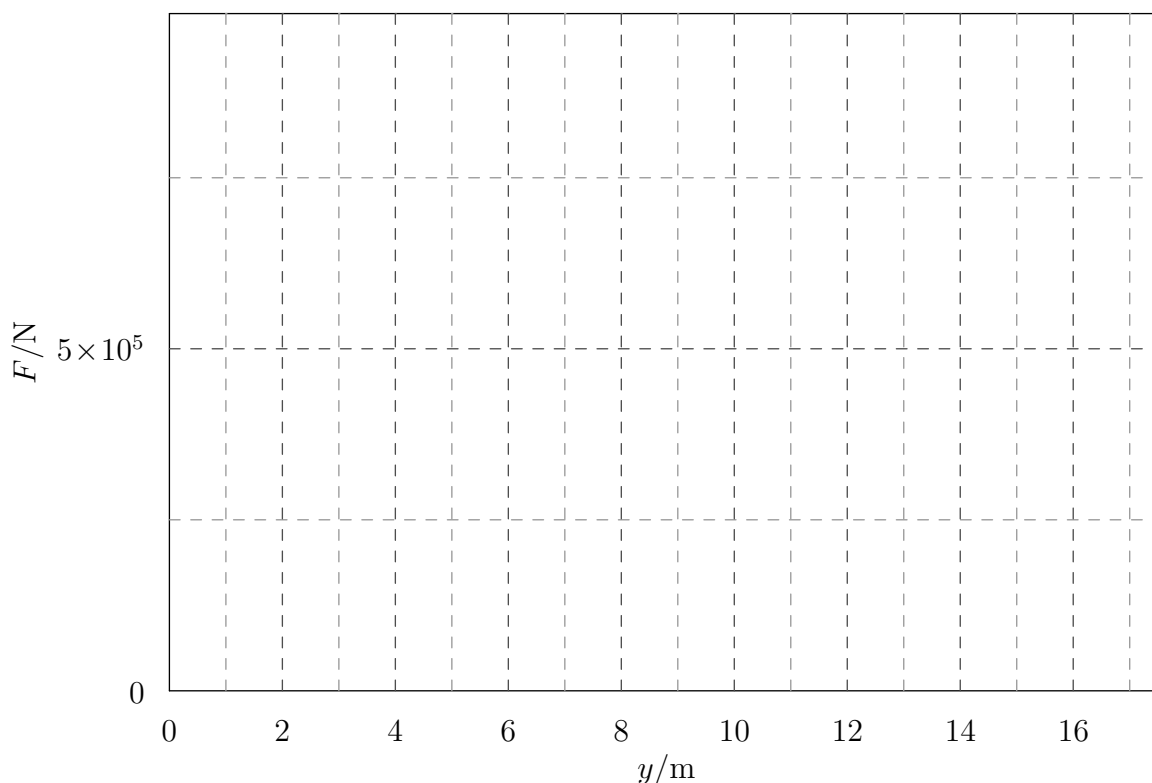
Zofia Drabek, Piotr Nieżurawski, update: 2018-10-12, id: pl-dynamika-0004850, diff: 3

Na poziomym, kamienistym dnie morza spoczywa prostopadłościenny betonowy blok o wymiarach podstawy  $a = 3\text{ m}$ ,  $b = 3\text{ m}$  oraz wysokości  $h = 5\text{ m}$ . Głębokość wody w tym miejscu wynosi  $H = 16\text{ m}$ . Postanowiono wyciągnąć blok z wody.



- Przedstaw na wykresie zależność minimalnej siły  $F$  potrzebnej do wyciągnięcia bloku od położenia dolnej podstawy bryły  $y$ .
- Oblicz minimalną pracę, jaką należy wykonać w celu wyciągnięcia bloku z wody. Wynik podaj w kJ z dokładnością do 3 cyfr znaczących.

Przyjmij, że gęstość wody morskiej wynosi  $\rho_w = 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , przyspieszenie ziemskie  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  oraz gęstość betonu  $\rho_b = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Wyciąganie było bardzo powolne oraz odbywało się ruchem jednostajnym, pominię opory ruchu oraz wpływ powietrza. Przyjmij, że woda znajdowała się pod całą powierzchnią dolnej podstawy spoczywającego na kamienistym dnie bloku.



**Wskazówka:** a) Należy zastanowić się, jak siła wyciągająca zmieniała się podczas wyciągania. W dół cały czas działa siła ciężkości  $Q = mg$ . Do góry działa siła wyporu. Jej wartość nie jest

stała, zależy od objętości zanurzonej części ciała  $V_z$ , która się zmienia.

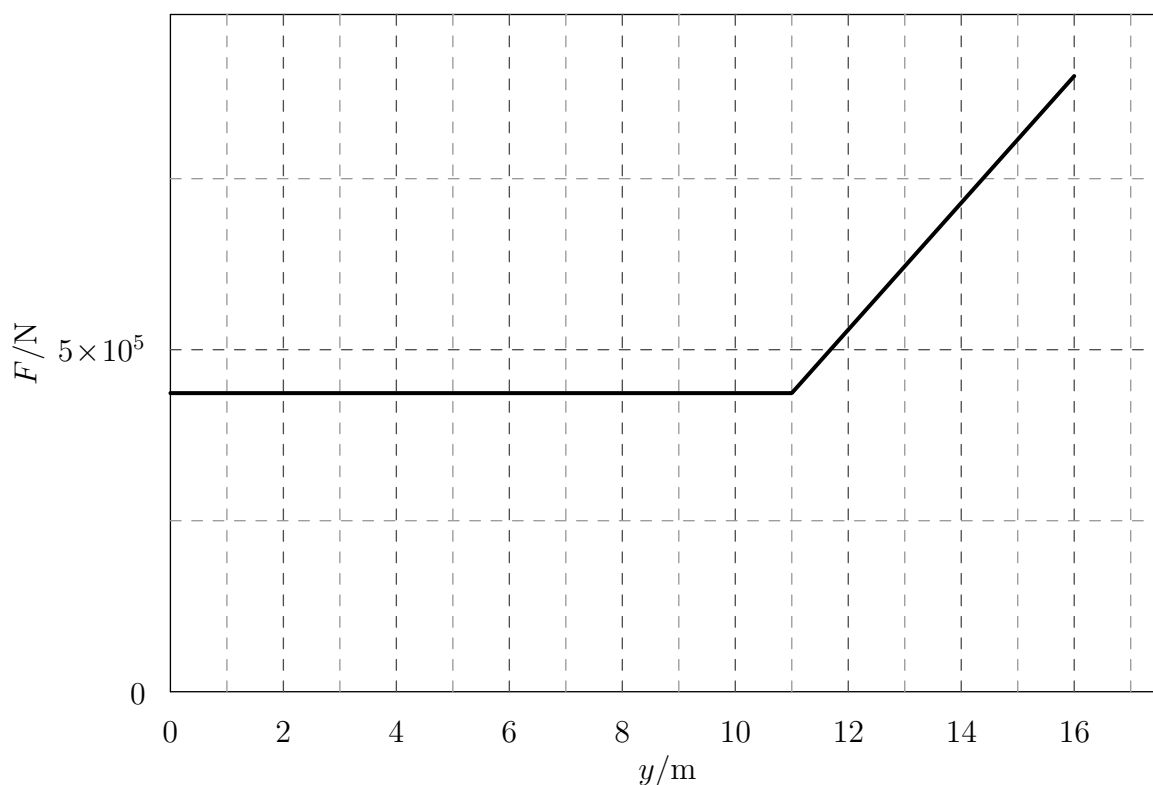
**Wskazówka:** Wyciąganie bloku można podzielić na 3 etapy:

- 1) gdy blok jest cały zanurzony (dolna podstawa znajduje się na wysokości od 0 do  $H - h$ )
- 2) gdy blok jest częściowo zanurzony w wodzie (dolna podstawa znajduje się na wysokości od  $H - h$  do  $H$ )
- 3) gdy blok jest ponad taflą wody (dolna podstawa znajduje się powyżej  $H$ )

**Wskazówka:** Wartość siły wyporu w kolejnych etapach wyraża się wzorami:

- 1)  $F_w = \rho_w \cdot g \cdot V_z = \rho_w \cdot g \cdot a \cdot b \cdot h$  i jest stała,
- 2)  $F_w = \rho_w \cdot g \cdot V_z$ , w tym przypadku jednak objętość zanurzonej części ciała  $V_z$  nie jest stała, lecz zależy od wysokości  $y$ , na której znajduje się w danej chwili dolna podstawa prostopadłościanu, więc  $F_w = \rho_w \cdot g \cdot a \cdot b \cdot (H - y)$ ,
- 3)  $F_w = 0$ .

Na podstawie powyższych wyrażeń oraz zależności  $F = Q - F_w$ , gdzie  $F$  jest siłą wyciągającą, należy narysować wykres zgodnie z poleceniem w podpunkcie a).



**Wskazówka:** b) Pracę  $W$  można wyznaczyć jako pole powierzchni pod wykresem  $F(y)$  dla  $y \in [0; H]$ . Można również obliczyć ją, uwzględniając wartość siły w kolejnych etapach:

- 1) Na blok działa stała siła wyciągająca i działa na odcinku o długości  $H - h$

$$W = (mg - \rho_w \cdot g \cdot a \cdot b \cdot h) \cdot (H - h).$$

2) siła wyciągająca nie jest stała, ale wzrasta jednostajnie (zobacz, jak to wygląda na wykresie), dlatego możemy użyć jej wartości średniej.

$$W = \frac{(mg - \rho_w \cdot g \cdot a \cdot b \cdot h) + (mg - 0)}{2} h$$

W celu obliczenia całej pracy należy zsumować wartości otrzymane w 1) i 2). Zauważ, że w 1) obliczyliśmy pole prostokąta, a w 2) pole trapezu.

**Odpowiedź:** b) Minimalna praca potrzebna do wyciągnięcia bloku wynosi około 8140 kJ.

## 24 Zadanie – Cegły z wykopaliska

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-20, id: pl-dynamika-0005000, diff: 1*

Ilu studentów archeologii potrzeba, by wynieść 3900 cegieł z wykopaliska? Każda z cegieł ma masę 3 kg, a każdy student może wykonać pracę 38000 J, niosąc cegły samodzielnie albo w grupie. Każdą cegłę należy przenieść o 14 m wyżej w polu grawitacyjnym o natężeniu 9,8 N/kg.

**Wskazówka:** O ile zmieni się energia potencjalna cegieł?

**Wskazówka:** Ilu studentów potrzeba, by zmienić energię potencjalną cegieł o 1605240 J? Zwróć uwagę na fakt, że część studenta nie może wnosić cegieł :-)

**Odpowiedź:** Minimalna liczba studentów potrzebna do wniesienia cegieł to 43.

## 25 Zadanie – Wahadło

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-20, id: pl-dynamika-0006000, diff: 1*

Kulkę o masie 70 dag zawieszoną na długiej, nierozciągliwej i bardzo lekkiej nici przymocowanej do nieruchomego zaczepu wychylono z położenia równowagi tak, że podniosła się ona na wysokość 6 cm. Nici cały czas była napięta. Po wypuszczeniu kulka wykonuje ruch wahadłowy. Zanedbując opory ruchu, oblicz wartość prędkości kulki w momencie przechodzenia przez położenie równowagi. Przyjmij, że przyspieszenie grawitacyjne jest równe 9,8 m/s<sup>2</sup>.

**Wskazówka:** Z jakiej zasady zachowania możesz skorzystać?

**Wskazówka:** Korzystając z równania opisującego zasadę zachowania energii mechanicznej, oblicz wartość prędkości kulki w najniższym punkcie jej toru.

**Odpowiedź:** Wartość prędkości kulki w momencie przechodzenia przez położenie równowagi to ok. 1,08 m/s.

## 26 Zadanie – Wyrzutnia piłek do tenisa

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-dynamika-0006300, diff: 3

Wyrzutnia w postaci prostej lufy, w której porusza się tłok o kształcie walca prostego, wyrzuca piłki o masie 58 g z szybkością  $116 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Mechanizm wyrzucający działa tak, że przez cały czas, gdy piłka jest w kontakcie z wyrzutnią, poruszający się tłok działa na piłkę stałą siłą i trwa to 0,3 s. Wiadomo, że przed uruchomieniem wyrzutni spoczywająca piłka działa na tłok siłą  $R = 0,41 \text{ N}$ .

- Jaką siłą działa poruszający się tłok na piłkę?
- Oblicz średnią moc, z jaką wyrzutnia wyrzuca piłki.

Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie wynosi  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Pomiń opory ruchu piłki.

**Wskazówka:** a) Siła  $F$ , z jaką tłok działa na piłkę, przeciwdziała sile  $R$  oraz powoduje przyrost pędu  $\Delta p$  w czasie  $\Delta t$ . Z czego wynikają poniższe zależności:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} + R = \frac{\Delta v \cdot m}{\Delta t} + R,$$

gdzie  $\Delta v$  jest przyrostem prędkości, a  $m$  masą piłki. Piłki początkowo spoczywają, więc przyrost prędkości jest równy prędkości, jaką piłka osiąga po rozpedzeniu przez tłok.

**Wskazówka:** b) Korzystamy z tego, że wartość siły była stała. Średnią moc  $P$  możemy obliczyć z zależności:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{Fs}{\Delta t},$$

$$s = \frac{a(\Delta t)^2}{2}.$$

gdzie  $W$  oznacza pracę, a  $a$  to przyspieszenie równe  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ . A więc:

$$P = \frac{F\Delta v}{2}.$$

- Odpowiedź:** a) Poruszający się tłok działa na piłkę siłą ok. 6,64 N.  
b) Piłki wyrzucane są ze średnią mocą ok. 107 W.

## 27 Zadanie – Rozpedzanie z oporem

Piotr Nieżurawski, update: 2017-05-15, id: pl-dynamika-0006800, diff: 1

Na lodowisku stoi łyżwiarz o masie 76 kg. Kolega rozpędza go, działając na łyżwiarza poziomą siłą o wartości 36 N na drodze 2,7 m. Wiedząc, że działająca na łyżwiarza pozioma siła oporu ma wartość 9 N, oblicz szybkość, z jaką łyżwiarz będzie się poruszać po rozpędzeniu.

**Wskazówka:** Jak praca wypadkowej siły związana jest ze zmianą szybkości ciała?

**Wskazówka:** Wartość wypadkowej siły działającej na łyżwiarza to  $F - T$ , gdzie  $F$  to wartość siły rozpędzającej, a  $T$  to wartość siły oporu.

**Wskazówka:** Praca wypadkowej siły na drodze  $S$ , czyli  $W = (F - T)S$ , jest równa zmianie energii kinetycznej łyżwiarza.



**Odpowiedź:** Końcowa szybkość łyżwiarza o masie  $m$  będzie równa  $v = \sqrt{2(F - T)S/m} \approx 1,39$  m/s.

## 28 Zadanie – Pocisk

*Magda Gładka, update: 2018-02-08, id: pl-dynamika-0006850, diff: 2*

Wystrzelono poziomo pocisk o masie 48 g, który przebił drzewo wzdłuż jego średnicy o długości 39 cm. Prędkość pocisku tuż przed uderzeniem w drzewo była równa 787 m/s, a po przejściu przez drzewo zmniejszyła się do 667 m/s.

- Ile wynosi praca sił oporu?
- Ile wynosi wartość opóźnienia kuli?
- Ile wynosi czas przebijania drzewa?

Załącz, że pocisk podczas przebijania drzewa poruszał się tylko poziomo, ze stałym opóźnieniem.

**Wskazówka:** Zmiana energii kinetycznej pocisku jest równa pracy siły tarcia

$$\Delta E_k = W.$$

**Wskazówka:** Praca siły tarcia

$$W = -F_o d,$$

gdzie  $F_o$  to wartość siły oporu drzewa.

**Wskazówka:** Wartość opóźnienia kuli

$$a = \frac{F_o}{m}.$$

**Wskazówka:** Skorzystaj z zależności czasu od przyspieszenia dla ruchu jednostajnie opóźnionego

$$t = \frac{|\Delta V|}{a},$$

gdzie  $\Delta V$  to zmiana prędkości w czasie  $t$ .

**Odpowiedź:**

- Praca sił oporu wynosi  $W = \frac{m}{2}(V_2^2 - V_1^2) \approx -4190$  J, gdzie  $V_1$  i  $V_2$  to odpowiednio prędkość pozioma pocisku o masie  $m$  przed wbiciem w drzewo i po przebiciu drzewa.
- Wartość opóźnienia kuli wynosi  $a = \frac{W}{md} \approx 224$  km/s<sup>2</sup>, gdzie  $d$  to średnica drzewa.
- Czas wynosi  $t = \frac{V_1 - V_2}{a} \approx 0,536$  ms.

## 29 Zadanie – Krążek hokejowy

*Magda Gładka, update: 2017-09-20, id: pl-dynamika-0006900, diff: 2*

Znajdź szybkość początkową poruszającego się po poziomym lodowisku krążka hokejowego, jeżeli przed zderzeniem z bandą przebył drogę 7 m, a po zderzeniu przebył drogę 5 m do chwili zatrzymania się. Współczynnik tarcia kinetycznego krążka o lód wynosi 0,12. Przyjmij, że podczas zderzenia z bandą nie ma strat energii mechanicznej.

**Wskazówka:** Skorzystaj z zależności drogi od opóźnienia w ruchu jednostajnie opóźnionym

$$s = V_0 t - \frac{1}{2} a t^2,$$

$$t = \frac{|\Delta V|}{a},$$

gdzie  $\Delta V$  to zmiana prędkości w czasie  $t$ .

**Albo:** Skorzystaj z tego, że zmiana energii kinetycznej krążka o masie  $m$  to skutek pracy siły tarcia

$$\Delta E_k = W,$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = mas,$$

gdzie  $s$  to całkowita droga przebyta przez krążek, do momentu zatrzymania, a  $a$  to wartość opóźnienia krążka, równa wartości bezwzględnej przyspieszenia.

**Wskazówka:** Wartość opóźnienia krążka

$$a = gf.$$

**Odpowiedź:** Szybkość początkowa wynosi  $V_0 = \sqrt{2gf(s_1 + s_2)} = 5,31$  m/s, gdzie  $s_1$  to droga przebyta przez krążek przed uderzeniem w bandę,  $s_2$  to droga przebyta przez krążek po uderzeniu w bandę, a  $f$  to współczynnik tarcia kinetycznego krążka o lód.

### 30 Zadanie – Droga hamowania

*Magda Gładka, update: 2017-07-03, id: pl-dynamika-0006950, diff: 2*

Oblicz, jaką drogę pokona samochód od momentu pojawienia się przeszkody. Samochód poruszał się na asfaltowej powierzchni z prędkością początkową 60 km/h. Typowy czas reakcji kierowcy, czyli czas, jaki upływa od chwili pojawienia się przeszkody do chwili wciśnięcia pedału hamulca, wynosi 0,8 s. Przyjmij, że wciśnięcie pedału hamulca blokuje koła. Współczynnik tarcia kinetycznego opon o suchą nawierzchnię asfaltową wynosi 0,85.

**Wskazówka:** Jakim ruchem poruszał się samochód?

**Wskazówka:** Zależność drogi od czasu w ruchu jednostajnym

$$s_1 = V_0 t_1.$$

**Wskazówka:** Jak zmienia się energia kinetyczna na skutek pracy siły tarcia? **Albo:** Jaka jest zależność drogi od czasu w ruchu jednostajnie opóźnionym i jak powiązane są prędkość początkowa z czasem tego ruchu?

**Wskazówka:** Zmiana energii kinetycznej na skutek pracy siły tarcia

$$E_2 - E_1 = W,$$

$$-\frac{mV_0^2}{2} = -mgfs_2,$$

$$s_2 = \frac{V_0^2}{2gf},$$

**Albo:** Zależność drogi od czasu w ruchu jednostajnie opóźnionym

$$s_2 = V_0 t_2 - \frac{at_2^2}{2},$$

$$a = gf,$$

$$t_2 = \frac{|\Delta V|}{a},$$

gdzie  $a$  to wartość opóźnienia samochodu,  $\Delta V$  to zmiana prędkości w czasie  $t_2$ , gdzie  $t_2$  to czas od momentu zadziałania hamulców do momentu zatrzymania samochodu.

**Odpowiedź:** Droga, jaką pokona samochód, wynosi  $s = s_1 + s_2 = V_0 t_1 + \frac{V_0^2}{2gf} = 30$  m, gdzie  $V_0$  to prędkość początkowa samochodu,  $t_1$  to czas reakcji kierowcy, a  $f$  to współczynnik tarcia kinetycznego opon o suchą nawierzchnię.

### 31 Zadanie – Ukośna siła

*Magda Gładka, update: 2018-02-08, id: pl-dynamika-0007100, diff: 2*

Na poziomej podłodze znajduje się początkowo spoczywający klocek o masie 0,9 kg. Przykładamy do niego siłę  $F = 7$  N skierowaną pod kątem  $\alpha = 45^\circ$  do poziomu. Przyjmij, że współczynnik tarcia kinetycznego i statycznego klocka o podłogę wynosi 0,07.

- Oblicz przyspieszenie klocka.
- Jaką drogę pokona klocek w ciągu pierwszych pięciu sekund ruchu?
- Jaką drogę pokona klocek w trzeciej sekundzie ruchu?



**Wskazówka:** Przyspieszenie klocka o masie  $m$  wynosi

$$a = \frac{F \cos \alpha - f(mg - F \sin \alpha)}{m},$$

gdzie  $f$  to współczynnik tarcia klocka o podłogę.

**Wskazówka:** Związek między przyspieszeniem a drogą w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej

$$s = \frac{1}{2}at^2.$$

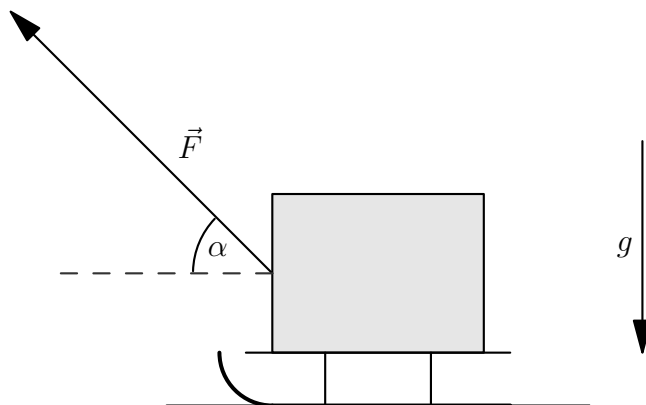
**Odpowiedź:**

- Przyspieszenie klocka wynosi  $a \approx 5,2$  m/s<sup>2</sup>.
- Droga, jaką pokona ciało w ciągu pierwszych 5 sekund ruchu, wynosi  $s_{0 \rightarrow 5} = \frac{1}{2}at^2 \approx 65$  m, gdzie  $t$  to czas.
- Droga, jaką pokona ciało w trzeciej sekundzie ruchu, wynosi  $s_3 = s_{0 \rightarrow 3} - s_{0 \rightarrow 2} \approx 13$  m.

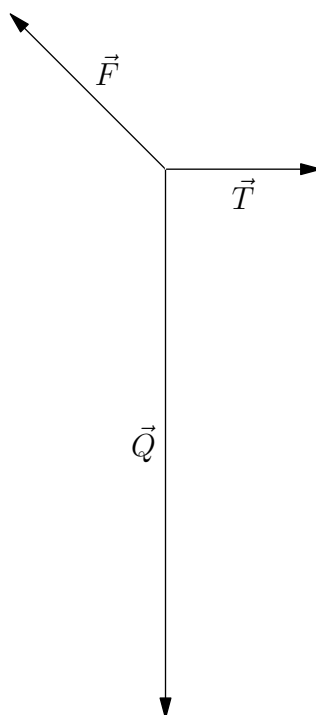
### 32 Zadanie – Sanki

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-dynamika-0007150, diff: 3

Mama ciągnęła sanki z dzieckiem po śniegu, działając siłą o wartości  $F = 110$  N. Sznurek podczas ruchu był cały czas napięty i nachylony do poziomu pod kątem  $\alpha = 45^\circ$ . Masa sanek i dziecka wynosiła  $m = 37$  kg. Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie wynosi  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  oraz że ruch był jednostajny prostoliniowy i odbywał się w poziomie.



- a) Oblicz pracę, jaką wykonała mama, ciągnąc sanki z dzieckiem na drodze  $s = 80$  m.
- b) Na poniższym rysunku przedstawiono następujące siły działające na sanki z dzieckiem:  $\vec{F}$  - siła ciągnąca,  $\vec{T}$  - siła tarcia,  $\vec{Q}$  - siła ciężkości. Brakuje na nim pionowej składowej siły reakcji podłoża  $\vec{R}$ . Zaznacz ją na tym rysunku, zachowaj odpowiednie proporcje.



c) Oblicz współczynnik tarcia kinetycznego  $\mu$  sanek o śnieg.

**Wskazówka:** a) Pamiętaj, że aby obliczyć pracę siły ciągnącej, należy uwzględnić jej składową poziomą (wzdłuż przemieszczenia).

**Wskazówka:** Długość składowej poziomej siły ciągnącej wynosi  $F_x = \frac{1}{\sqrt{2}}F$ . Wiemy to na podstawie znajomości stosunków boków w trójkącie równoramiennym prostokątnym. Pracę można obliczyć za pomocą zależności:

$$W = \frac{1}{\sqrt{2}}Fs.$$

**Wskazówka:** b) Skoro sanki poruszają się ruchem jednostajnym, to siła wypadkowa musi być równa 0.

**Wskazówka:** Składowa pozioma siły ciągnącej  $\vec{F}_x$  jest równa co do wartości sile tarcia  $\vec{T}$ . W pionie wartości sił zależą od siebie w następujący sposób:

$$R + F_y = Q,$$

gdzie  $F_y$  jest wartością pionowej składowej siły ciągnącej. Zauważ, że siła nacisku, równa co do wartości sile  $R$ , nie jest równa sile ciężkości sanek z dzieckiem  $Q$ .

Aby skonstruować  $\vec{R}$  należy:

- rozłożyć  $\vec{F}$  na składowe (pionową  $\vec{F}_y$  i poziomą  $\vec{F}_x$ ),
- odmierzyć cyrklem  $F_y$  oraz odłożyć tę długość na  $\vec{Q}$  tak, aby móc odmierzyć długość  $Q - F_y$ , taką właśnie długość ma wektor  $\vec{R}$ ,
- narysować pionowo do góry wektor o otrzymanej poprzednio długości.

**Wskazówka:** c) Wartość siły tarcia wynosi  $T = \mu R$ . Siła wypadkowa jest równa 0, więc otrzymujemy układ równań z dwoma niewiadomymi ( $\mu$  oraz  $R$ ):

$$\begin{cases} F_x = T \\ R + F_y = Q \end{cases} \implies \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}F = \mu R \\ R + \frac{1}{\sqrt{2}}F = Q \end{cases}$$

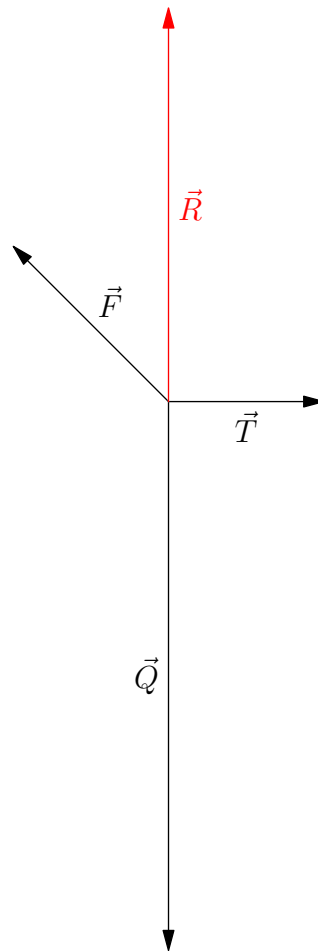
gdzie  $\mu$  oznacza współczynnik tarcia. Rozwiązując układ równań, otrzymamy zależność na współczynnik tarcia:

$$\mu = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}F}{Q - \frac{1}{\sqrt{2}}F}.$$

**Odpowiedź:**

a) Mama wykonała pracę równą około 6220 J.

b)



c) Współczynnik tarcia sanek o śnieg wynosi około 0,27.

### 33 Zadanie – Generator fal

Zofia Drabek, update: 2018-06-01, id: pl-fale-0000900, diff: 1

Uczeń nalał wody do wanny. Na powierzchni wody położył drewnianą listewkę połączoną z generatorem drgań. Generator poruszał listewkę pionowo, ze stałą częstotliwością tak, że listewka cały czas była w kontakcie z wodą. W górnym położeniu znajdowała się co 0,32 s. Uczeń wytworzył w ten sposób na powierzchni wody falę płaską. Jej prędkość wynosi  $0,51 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Oblicz częstotliwość wytwarzanych fal oraz odległość między kolejnymi grzbietami.

**Wskazówka:** Czas, po jakim listewka znajdzie się ponownie w tym samym położeniu, należy zinterpretować jako okres  $T$ . Znajomość okresu umożliwia wyznaczenie częstotliwości  $f$ :

$$f = \frac{1}{T}.$$

**Wskazówka:** Odległość między kolejnymi grzbietami jest równa długości fali  $\lambda$  i zależy w następujący sposób od prędkości fali  $v$  oraz jej okresu  $T$ :

$$\lambda = Tv.$$

**Odpowiedź:** Częstotliwość wytwarzanych fal wynosi ok. 3,1 Hz, a odległość między kolejnymi grzbietami fali ok. 16 cm.

### 34 Zadanie – Dźwięk w piaskowcu

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-07, id: pl-fale-0001000, diff: 1*

Prędkość dźwięku w piaskowcu jest równa 2900 m/s. Oblicz okres oraz częstotliwość fali rozchodzącej się w płycie z tego piaskowca, jeśli długość fali jest równa 0,8 km.

**Wskazówka:**  $\lambda = v T$

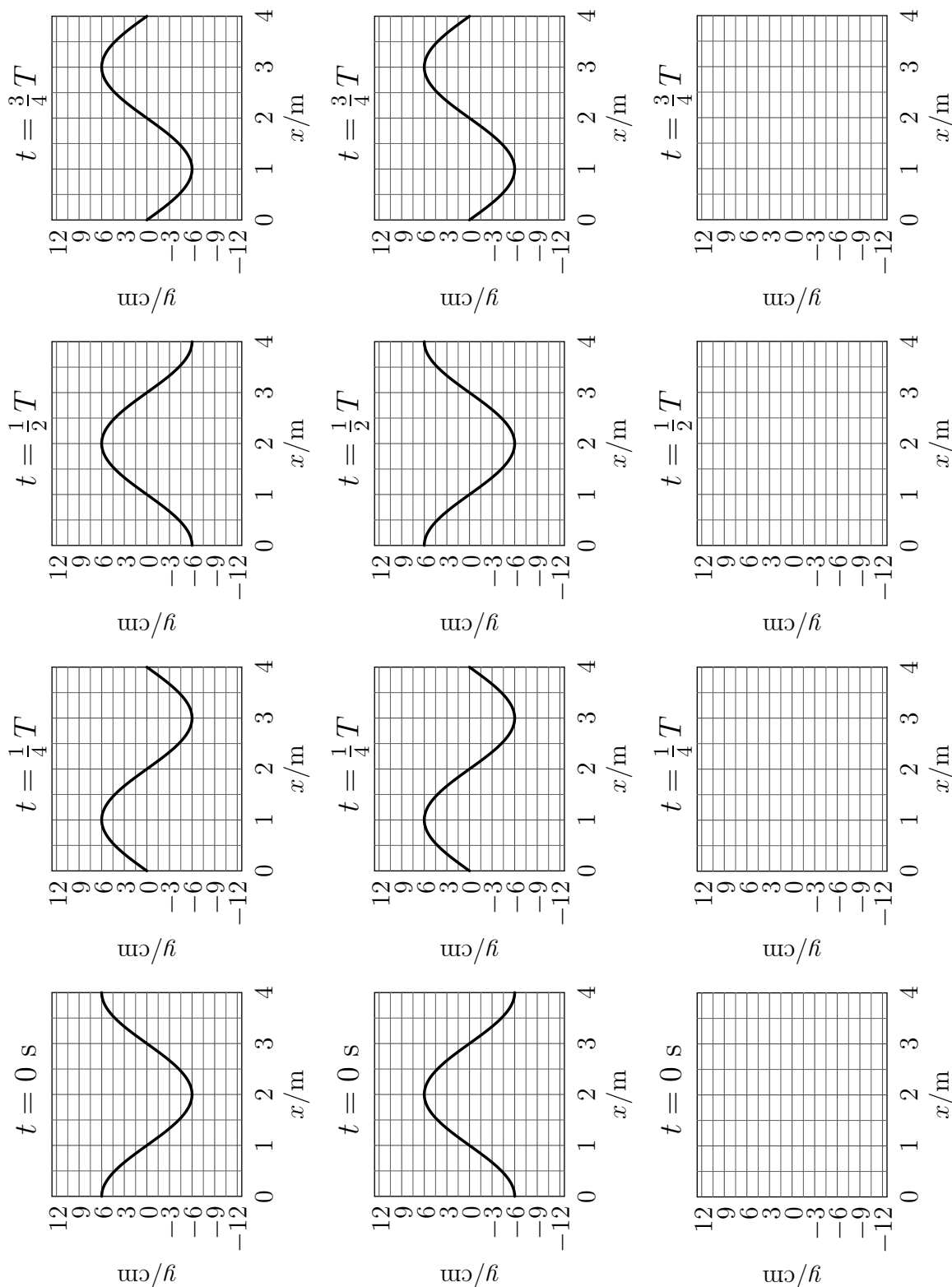
**Wskazówka:**  $f = 1/T$

**Odpowiedź:** Okres fali  $T = \lambda/v \approx 0,276$  s, a jej częstotliwość  $f = 1/T \approx 3,63$  Hz.

### 35 Zadanie – Fale przeciwbieżne

Klaudia Dec, update: 2018-07-05, id: pl-fale-0003200, diff: 1

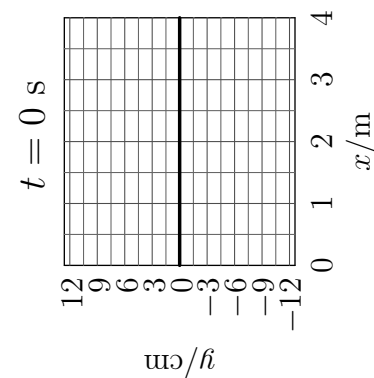
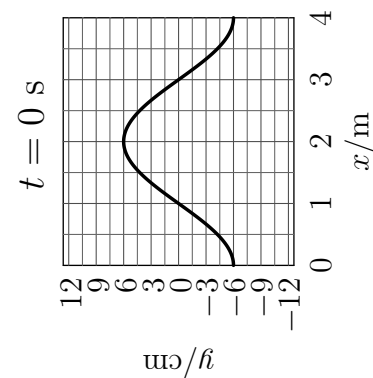
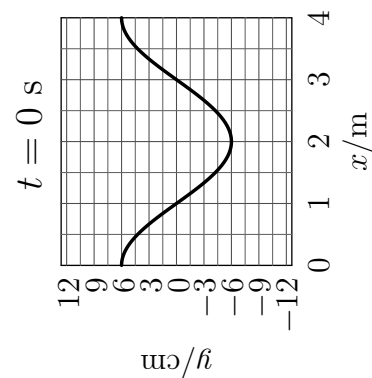
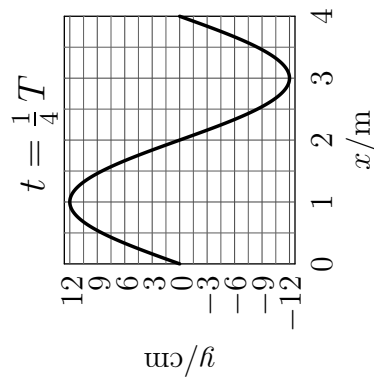
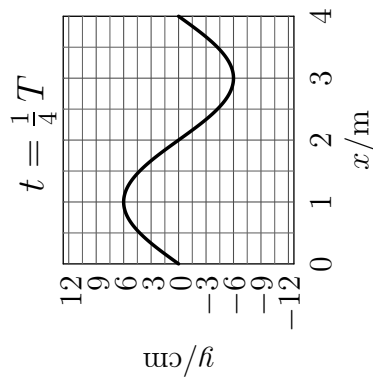
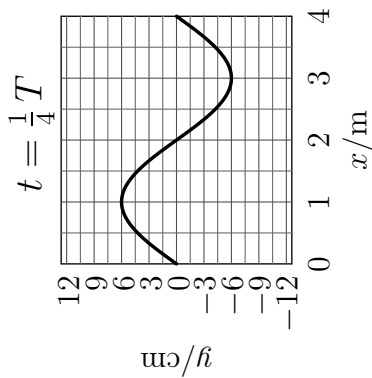
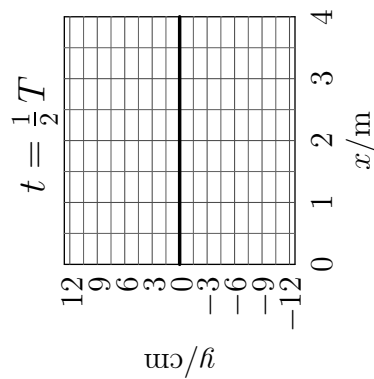
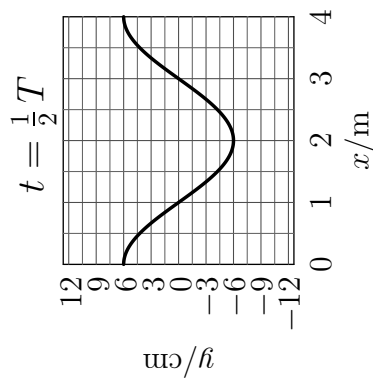
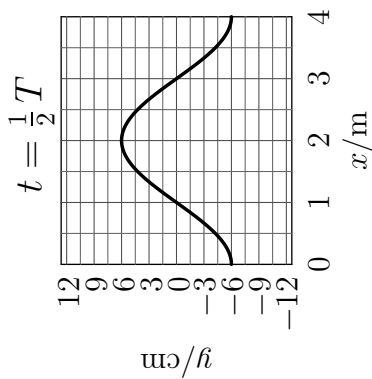
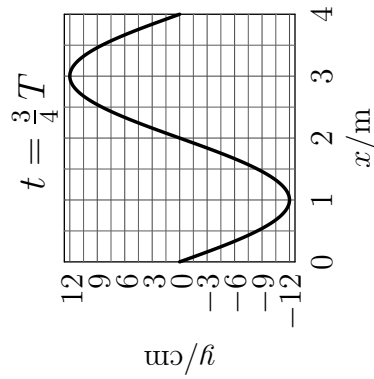
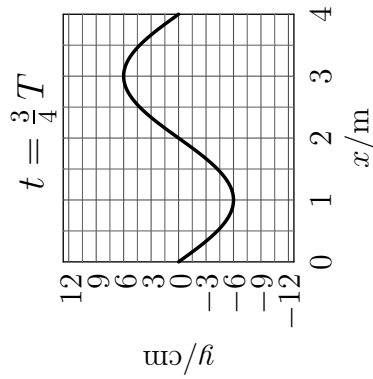
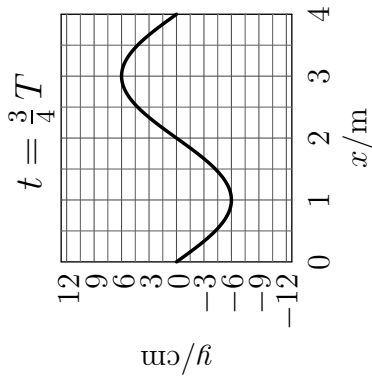
Na poniższym rysunku umieszczono zależności wychylecia  $y$  od położenia  $x$  w wyróżnionych chwilach  $t$  dla dwóch fal: dla pierwszej fali w pierwszym rzędzie i dla drugiej fali w drugim rzędzie. Jak będzie wyglądała ich suma (superpozycja)? Narysuj odpowiednie zależności  $y(x)$  w trzecim rzędzie.





**Wskazówka:** Dla tej samej chwili  $t$  i tych samych  $x$  dodaj wychylenia  $y$  pierwszej i drugiej fali.

**Odpowiedź:**



### 36 Zadanie – Kuter rybacki

*Klaudia Dec, update: 2018-04-25, id: pl-fale-0003300, diff: 2*

Dwóch rybaków wypłynęło kutrem rybackim na morze w poszukiwaniu ławicy ryb. Płynęli z prędkością 17 km na godzinę względem dna. Fale morskie, płynące w przeciwną stronę, uderzały w przednią część kadłuba około 75 razy w ciągu minuty. Odległość między kolejnymi grzbietami fal wynosiła 5 m.

W celu znalezienia ławicy ryb, rybacy wykorzystali sonar, czyli urządzenie, które wysyłało pionowo w głąb wody fale ultradźwiękowe o częstotliwości 160 kHz i długości 9 mm. Od chwili wysłania impulsu do chwili jego powrotu po odbiciu się od ławicy ryb upłynęło 80 ms.

- Ile wynosi szybkość przemieszczania się fal morskich względem dna?
- Ile wynosi szybkość rozchodzenia się fal ultradźwiękowych emitowanych przez sonar?
- Jaka jest głębokość, na której znajduje się ławica ryb?

#### Wskazówka:

- Uwzględnij fakt poruszania się kutra rybackiego.
- Jaka jest zależność pomiędzy długością a częstotliwością fali?
- Jaką drogę musi pokonać impuls?

#### Odpowiedź:

- Szybkość przemieszczania się fal morskich względem dna wynosi  $v_f = \lambda_f f_f - v_k \approx 1,53 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , gdzie  $\lambda_f$  - odległość między grzbietami fal,  $f_f$  - częstotliwość uderzania fal morskich o kuter,  $v_k$  - prędkość kutra.
- Szybkość rozchodzenia się fal ultradźwiękowych wynosi  $v_s = \lambda_s f_s \approx 1440 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , gdzie  $\lambda_s$  to długość fali, a  $f_s$  to częstotliwość fali wysłanej przez sonar.
- Ławica ryb znajduje się na głębokości  $h = \lambda_s f_s \frac{t}{2} \approx 58$  m, gdzie  $t$  to czas od wysłania do powrotu impulsu.

### 37 Zadanie – Struna

*Klaudia Dec, update: 2018-04-19, id: pl-fale-0003400, diff: 1*

Rozważmy gitarową strunę o długości 0,658 m, która rozpięta jest pomiędzy dwoma zaciskami. Przy częstościach rezonansowych, w wyniku interferencji, w strunie powstaje fala stojąca. Drganie własne o najniższej częstości rezonansowej nazywamy modem podstawowym lub pierwszą harmoniczną. W przypadku powyższej struny częstotliwość modu podstawowego wynosi 330 Hz.

- Z jaką prędkością rozchodzi się fala w strunie?
- Jaką częstotliwość ma druga harmoniczna?

#### Wskazówka:

- Ile 'połówek fali' można zmieścić między zaciskami struny?
- Jak zależy częstotliwość od liczby harmoniczej  $n$ ?

#### Odpowiedź:

- Fala rozchodzi się z prędkością  $v = 2lf_1 \approx 434 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , gdzie  $l$  to długość struny, a  $f_1$  to częstotliwość modu podstawowego.
- Druga harmoniczna ma częstotliwość równą  $f_2 = 660$  Hz.

### 38 Zadanie – Prędkość dźwięku w stali

Klaudia Dec, update: 2018-04-19, id: pl-fale-0003500, diff: 1

Paweł i Gawel stoją na szynach kolejowych w odległości 1092 m od siebie. Paweł uderzył młotkiem w szynę. Gawel, przykładając ucho do szyny, usłyszał dźwięk o 3 sekundy wcześniej niż dźwięk, który doleciał w powietrzu. Oblicz prędkość, z jaką rozchodzi się dźwięk w stali, z której zrobiono szyny. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

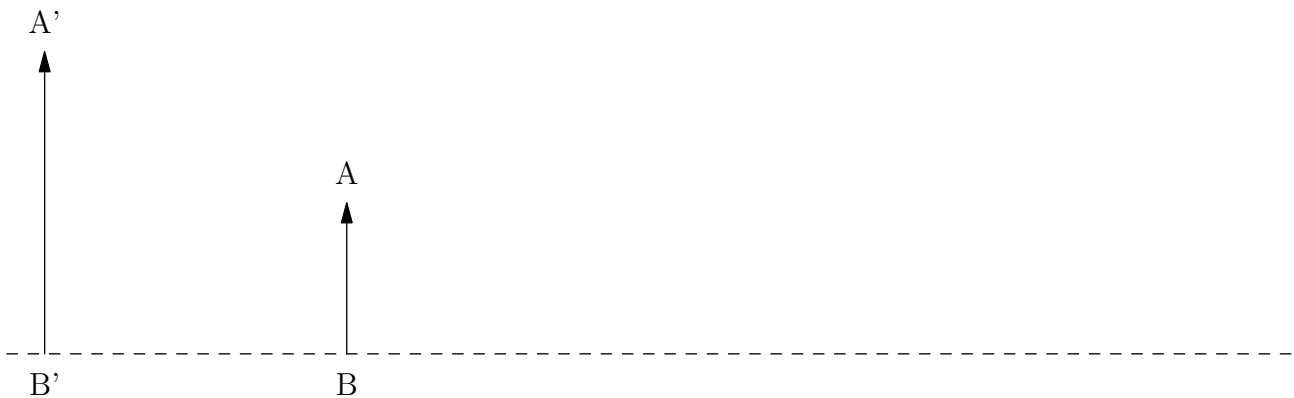
**Wskazówka:** Jak powiązać czas rozchodzenia się dźwięku w powietrzu z czasem rozchodzenia się w stali?

**Odpowiedź:** Prędkość rozchodzenia się dźwięku w stali wynosi:  $v_s = \frac{1}{\frac{1}{v_p} - \frac{\Delta t}{s}} \approx 5160 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , gdzie  $v_p$  to prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu,  $\Delta t$  to różnica w czasie,  $s$  to odległość pomiędzy Pawłem a Gawłem.

### 39 Zadanie – Gdzie ta soczewka?

Zofia Drabek, update: 2018-05-31, id: pl-optyka-0001000, diff: 1

Poniższy rysunek przedstawia w schematyczny sposób przedmiot AB oraz obraz A'B' powstały po przejściu przez ciekłą soczewkę światła emitowanego przez przedmiot AB. Zaznaczono też oś optyczną BB'. Wypisz 3 cechy obrazu. Znajdź położenie soczewki oraz rozstrzygnij, czy użyto soczewki skupiającej, czy rozpraszającej.

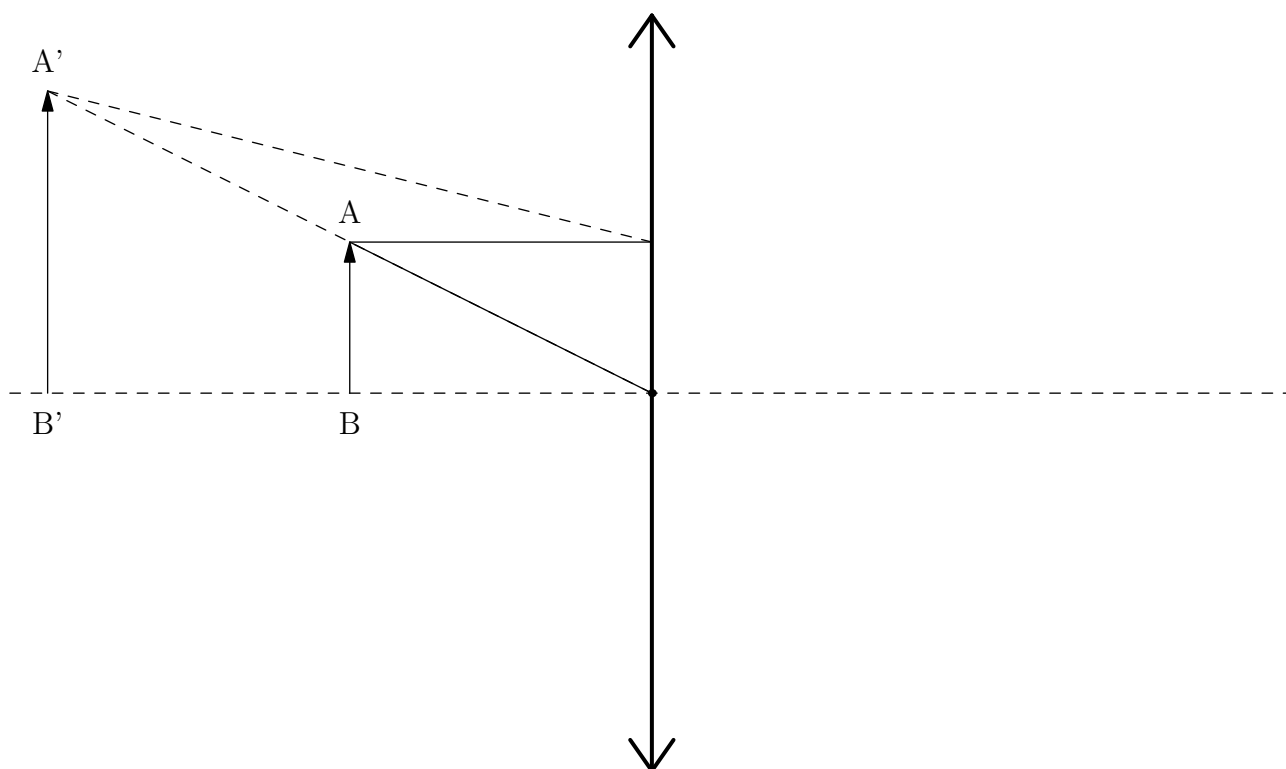


**Wskazówka:** Zastanów się, czy obraz jest większy, czy mniejszy od przedmiotu. Czy obraz jest odwrócony? Czy obraz powstaje przez przecięcie promieni, czy ich przedłużeń?

**Wskazówka:** Aby znaleźć soczewkę, wystarczy narysować prostą AA'. Przecięcie tej prostej z osią optyczną wskazuje położenie soczewki. Jest ona ułożona prostopadłe do osi optycznej.

**Wskazówka:** Aby rozstrzygnąć, czy jest to soczewka skupiająca, czy rozpraszająca, dobrze jest sprawdzić, w jaki sposób zachowa się promień padający na soczewkę równoległe do osi optycznej.

**Odpowiedź:** Obraz jest powiększony, prosty i pozorny.



Soczewka jest skupiająca.

#### 40 Zadanie – Łamigłówka z elektrostatyki

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-elektrodynamika-0000100, diff: 1

Do dyspozycji masz uziemienie oraz trzy jednakowe metalowe kule, dwie z nich naładowane są ładunkiem  $Q$ , a trzecia ładunkiem  $-Q$ . Otrzymaj na jednej z nich ładunek  $\frac{3}{8}Q$ . Możesz łączyć kule ze sobą oraz z uziemieniem.

**Odpowiedź:** Najszybsza droga do uzyskania na jednej kuli ładunku o wartości  $\frac{3}{8}Q$ :

- I połączenie kul o ładunkach  $Q$  i  $-Q$
- II połączenie kul o ładunkach  $0$  i  $Q$
- III połączenie kul o ładunkach  $\frac{1}{2}Q$  i  $0$
- IV połączenie kul o ładunkach  $\frac{1}{2}Q$  i  $\frac{1}{4}Q$
- V i w ten sposób uzyskaliśmy ładunek  $\frac{3}{8}Q$ .

Uwaga! Za każdym razem łączymy kule na tyle długo, aby uzyskać taki sam ładunek na obydwu kulach.

## 41 Zadanie – Naładowane kule

Zofia Drabek, update: 2018-07-21, id: pl-elektrodynamika-0000200, diff: 1

Powierzchnie dwóch jednakowych plastikowych kul naładowano jednorodnie: pierwszej kuli ładunkiem  $+q$ , a drugiej ładunkiem  $-3q$ . Środki kul na początku były w odległości  $d$  od siebie, następnie przemieszczono jedną z kul i ta odległość wynosiła  $2d$ .

a) Uzupełnij luki i skreśl wyrazy tak, aby tabela zawierała prawdziwe informacje o siłach działających na kule przedstawione na rysunku.



kula 1		kula 2	
przed rozsunięciem			
zwrot siły działającej na kulę 1:	w prawo/w lewo	zwrot siły działającej na kulę 2:	w prawo/w lewo
wyrażenie opisujące wartość tej siły:		wyrażenie opisujące wartość tej siły:	
po rozsunięciu			
zwrot siły działającej na kulę 1:	w prawo/w lewo	zwrot siły działającej na kulę 2:	w prawo/w lewo
wyrażenie opisujące wartość tej siły:		wyrażenie opisujące wartość tej siły:	

b) Oblicz stosunek wartości siły działającej po rozsunięciu do tej, która działała na początku.

**Wskazówka:** Aby ustalić zwrot siły, zwróć uwagę na znaki ładunków.

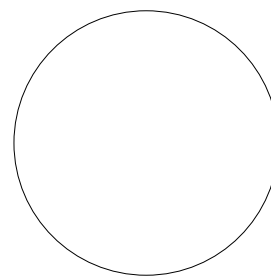
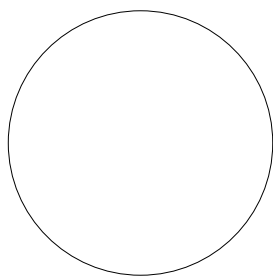
**Wskazówka:** Wartość działającej siły jest taka sama dla obu kul (III zasada dynamiki Newtona). Można ją obliczyć za pomocą zależności wynikającej z prawa Coulomba:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{d^2},$$

gdzie  $q_1$  i  $q_2$  są wartościami ładunków odpowiednio na kuli 1 i na kuli 2,  $d$  to odległość między kulami, a  $k$  to stała elektryczna.

**Wskazówka:** Aby obliczyć stosunek sił, należy podzielić przez siebie wyznaczone już wartości.

**Odpowiedź:** a)



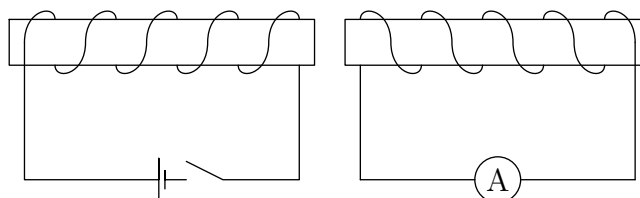
kula 1		kula 2	
przed rozsunięciem			
zwrot siły działającej na kulę 1:	w prawo/ <del>w lewo</del>	zwrot siły działającej na kulę 2:	<del>w prawo</del> /w lewo
wyrażenie opisujące wartość tej siły:	$F = k \frac{3q^2}{d^2}$	wyrażenie opisujące wartość tej siły:	$F = k \frac{3q^2}{d^2}$
po rozsunięciu			
zwrot siły działającej na kulę 1:	w prawo/ <del>w lewo</del>	zwrot siły działającej na kulę 2:	<del>w prawo</del> /w lewo
wyrażenie opisujące wartość tej siły:	$F = k \frac{3q^2}{(2d)^2}$	wyrażenie opisujące wartość tej siły:	$F = k \frac{3q^2}{(2d)^2}$

b) Stosunek sił wynosi  $\frac{1}{(2)^2} \approx 0,25$ .

## 42 Zadanie – Zwojnica

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-elektrodynamika-0007000, diff: 2

Na schemacie przedstawiono dwie zwojnice. W pierwszym obwodzie znajduje się bateria i włącznik, w drugim amperomierz. Po otworzeniu zamkniętego obwodu po lewej stronie w obwodzie po prawej stronie amperomierz zarejestrował przepływ prądu.



- a) Jak wyjaśnisz przepływ prądu w obwodzie po prawej stronie?
- b) Zaznacz na rysunku, w którym kierunku będzie płynął prąd w obwodzie po prawej stronie. Odpowiedź uzasadnij.

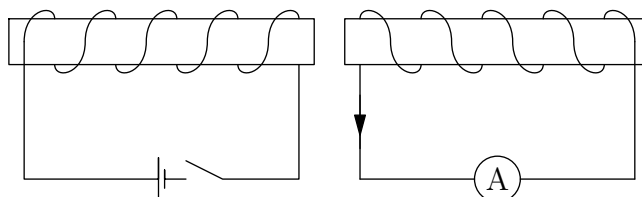
**Wskazówka:** Gdy otwieramy obwód, zmieniamy pole magnetyczne wokół zwojnicy.

**Wskazówka:** Zmiana pola magnetycznego powoduje przepływ prądu w drugiej zwojnicy.

**Wskazówka:** Prąd płynie w taki sposób, aby przeciwdziałać przyczynie, która go wywołała (reguła Lenza).

**Odpowiedź:**

- a) Tuż po otwarciu obwodu po lewej stronie wzrasta w nim natężenie prądu, co powoduje zmianę pola magnetycznego wokół zwojnicy po lewej stronie, a więc także pola magnetycznego w otoczeniu zwojnicy po prawej stronie. Zajdzie zjawisko indukcji elektromagnetycznej.
- b) Zgodnie z regułą Lenza w obwodzie po prawej stronie popłynie prąd wyindukowany, taki żeby przeciwdziałać przyczynie wywołującej go. Gdy otwieramy obwód, zmniejszamy strumień pola elektromagnetycznego wokół zwojnicy, więc prąd w zwojnicy po prawej stronie popłynie w taki sposób, że bieguny elektromagnesu, jakim jest zwojnica, ustawią się tak samo, jak w zwojnicy po lewej stronie.



### 43 Zadanie – Cewka i magnes

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-26, id: pl-elektrodynamika-0008000, diff: 1*

Układ składa się z wykonanej z miedzianego drutu, podłączonej tylko do amperomierza cewki oraz trwałego, silnego magnesu. Cewka i magnes mogą być niezależnie przesuwane wzdłuż prostej, która jest jednocześnie osią cewki i magnesu (bieguny magnesu leżą na tej prostej). W poniższej tabeli, w wymienionych trzech przypadkach opisz zachowanie wartości bezwzględnej natężenia prądu,  $|I|$ , płynącego przez cewkę (*maleje, rośnie, stała i różna od 0, równa 0*) oraz wypadkowe oddziaływanie elektromagnetyczne między cewką a magnesem (*przyciągają się, odpychają się, nie oddziałują*).

opis	$ I $	oddziaływanie
Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki		
Magnes spoczywa w środku nieruchomej cewki		
Cewka jest ze stałą prędkością zbliżana do nieruchomego magnesu		

**Odpowiedź:**

opis	$ I $	oddziaływanie
Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki	rośnie	odpychają się
Magnes spoczywa w środku nieruchomej cewki	równa 0	brak oddziaływania
Cewka jest ze stałą prędkością zbliżana do nieruchomego magnesu	rośnie	odpychają się

#### 44 Zadanie – Rozładowanie akumulatora

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-07-04, id: pl-obwody-elektryczne-0000500, diff: 1*

Przez 23 godziny rozładowywano akumulator, mierząc płynący prąd amperomierzem. Średnie natężenie prądu podczas rozładowania było równe 68 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez amperomierz. Wynik podaj w kulombach.

**Wskazówka:**  $I = Q/t$

**Wskazówka:**  $1\text{ C} = 1\text{ A} \cdot 1\text{ s}$

**Odpowiedź:** Przepłynął ładunek równy  $Q = It \approx 5630\text{ C}$ .

#### 45 Zadanie – Alarm samochodowy

*Piotr Nieżurawski, Andrzej Twardowski, update: 2018-01-31, id: pl-obwody-elektryczne-0000510, diff: 1*

Przez pewien alarm samochodowy w trybie czuwania przepływa prąd o średnim natężeniu 20 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez ten układ w trakcie 25 dób. Wynik podaj w kulombach i amperogodzinach.

**Wskazówka:**  $I = Q/t$

**Wskazówka:**  $1\text{ Ah} = 1\text{ A} \cdot 1\text{ h}$

**Wskazówka:**  $1\text{ C} = 1\text{ A} \cdot 1\text{ s}$

**Odpowiedź:** Przepłynął ładunek równy  $Q = It \approx 12\text{ Ah} \approx 43200\text{ C}$ .

#### 46 Zadanie – Opornik

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-24, id: pl-obwody-elektryczne-0001000, diff: 1*

Gdy przez opornik płynął stały prąd o natężeniu 10 mA, napięcie mierzone między końcówkami opornika było równe 0,3 V.

a) Oblicz opór opornika.

b) Zakładając, że opornik spełnia prawo Ohma, oblicz natężenie prądu płynącego przez opornik, gdy napięcie mierzone między jego końcówkami jest równe 1,2 V.

**Wskazówka:**  $U = RI$



**Wskazówka:**  $I_1/U_1 = I_2/U_2$

**Odpowiedź:**

a) Opór  $R = U_1/I_1 = 30 \Omega$ .

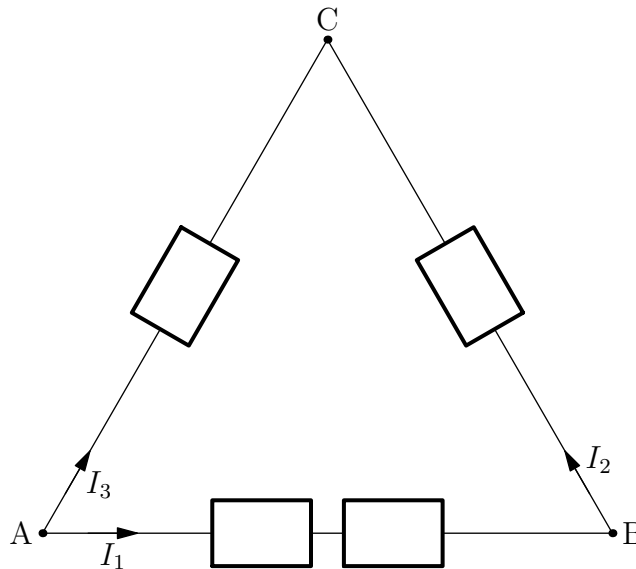
b) Natężenie prądu  $I_2 = U_2/R = I_1U_2/U_1 = 40 \text{ mA}$ .

## 47 Zadanie – Opór zastępczy

Zofia Drabek, update: 2018-05-31, id: pl-obwody-elektryczne-0002000, diff: 2

Cztery oporniki o takich samych oporach  $R = 16 \Omega$  połączone w sposób przedstawiony na rysunku. Napięcie  $U$  między punktami A i C wynosi 4 V.

- Oblicz opór zastępczy między zaciskami A i C.
- Oblicz natężenia prądów  $I_1$ ,  $I_2$  i  $I_3$  zaznaczonych na rysunku.
- Oblicz spadek napięcia między punktami B i C.



**Wskazówka:** a) Zastanów się, w jaki sposób połączone są oporniki. Spróbuj narysować ten układ w prostszy sposób.

**Wskazówka:** Gdy rozrysujemy podany układ w postaci, w której będzie bardziej przejrzysty, otrzymamy dwie gałęzie połączone równolegle. W pierwszej znajdzie się jeden opornik, a w drugiej trzy oporniki połączone szeregowo. W takim razie opór zastępczy w pierwszej gałęzi wynosi  $R$ , a w drugiej  $3R$ . Ponieważ opisane fragmenty obwodu połączone są równolegle, to opór zastępczy obliczymy w następujący sposób:

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R},$$

$$R_z = \frac{3R}{4}.$$

**Wskazówka:** b) Do obliczenia natężenia można wykorzystać wzór

$$I = \frac{U}{R}.$$

Należy go zastosować dla każdej gałęzi opisanej w poprzedniej wskazówce oddzielnie. Zwróć uwagę, że  $I_1 = I_2$ .

**Wskazówka:** c) Napięcie obliczymy z zależności  $U_{BC} = I_2 R$ .

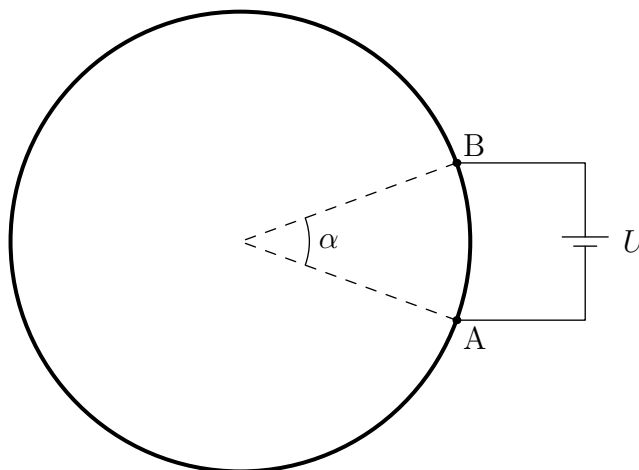
**Odpowiedź:**

- a) Opór zastępczy takiego układu wynosi  $12 \Omega$ .  
 b) Natężenia poszczególnych prądów wynoszą  $I_1 = I_2 = 83,3 \text{ mA}$ , a  $I_3 = 250 \text{ mA}$ .  
 c) Spadek napięcia między punktami B i C wynosi  $1,33 \text{ V}$ .

## 48 Zadanie – Obwód elektryczny w kształcie okręgu

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-obwody-elektryczne-0003000, diff: 2

Kawałek drutu o długości  $19 \text{ cm}$  wykonany z jednorodnego przewodnika wygięto w kształt okręgu. Pomiędzy punktami A i B włączono baterię. Położenie punktów A i B przedstawia rysunek,  $\alpha = 40^\circ$ . Napięcie  $U$  na baterii wynosi  $1,4 \text{ V}$ . Oblicz moc wydzielaną w tym obwodzie. Opór właściwy zastosowanej substancji wynosi  $\rho = 2,82 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . Pole powierzchni przekroju poprzecznego drutu wynosi  $S = 3 \text{ mm}^2$ . Pomiń opór elektryczny przewodów połączeniowych oraz opór wewnętrzny baterii.



**Wskazówka:** Do obliczenia mocy wydzielonej w tym obwodzie wykorzystamy wzór:

$$P = IU,$$

gdzie  $P$  jest mocą,  $I$  natężeniem prądu,  $U$  napięciem źródła.

**Wskazówka:** Po zastosowaniu prawa Ohma wzór na moc będzie wyglądał następująco:

$$P = \frac{U^2}{R_z} = U^2 \cdot \frac{1}{R_z},$$

gdzie  $R_z$  jest oporem zastępczym. Zauważmy, że nasz układ jest układem dwóch oporników połączonych równolegle, a opór każdego z nich można obliczyć z zależności  $R = \frac{\rho l_i}{S}$ , gdzie  $l_i$  jest długością przewodnika, a  $S$  polem powierzchni przekroju poprzecznego.

**Wskazówka:** Długość przewodnika  $l_i$  jest równa długości łuku, czyli długości całego drutu (okręgu)  $l$  przemnożonego przez  $\frac{\alpha}{360^\circ}$  lub odpowiednio  $\frac{360^\circ - \alpha}{360^\circ}$ . Odwrotność oporu zastępczego obliczymy więc następująco:

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{S}{\rho l \frac{\alpha}{360^\circ}} + \frac{S}{\rho l \frac{360^\circ - \alpha}{360^\circ}} = \frac{S \cdot (360^\circ)^2}{\rho l (360^\circ - \alpha) \alpha},$$

gdzie przez  $R_1$  i  $R_2$  oznaczam opory poszczególnych fragmentów obwodu. Ostateczny wzór na moc to:

$$P = \frac{U^2 S \cdot (360^\circ)^2}{\rho l (360^\circ - \alpha) \alpha}$$

**Odpowiedź:** Moc wydzielana w układzie wynosi ok. 11100 W.

## 49 Zadanie – Ogrzewanie wody

*Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000400, diff: 1*

Ile ciepła należy dostarczyć 600 g wody, aby ogrzać ją o 20 K? Wynik wyraż w kJ. Przyjmij, że ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K).

**Wskazówka:**

$$c_w = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

$c_w$  - ciepło właściwe,  $Q$  - przekazane ciepło,  $\Delta T$  - zmiana temperatury.

**Odpowiedź:** Należy dostarczyć 50,4 kJ.

## 50 Zadanie – Ochładzanie sali

*Małgorzata Berajter, update: 2017-07-22, id: pl-ciepło-0000500, diff: 2*

W pomieszczeniu są klimatyzatory o maksymalnej mocy chłodniczej 3 kW. W sali znajduje się 39 studentów. Można przyjąć, że każdy z nich wydziela ciepło z szybkością około 350 kJ/godz. W pomieszczeniu znajduje się także 12 żarówek, każda o mocy 80 W. Ponieważ na zewnątrz panuje wysoka temperatura, przez ścianę przenika ciepło z szybkością 7 MJ/godz. Ile klimatyzatorów powinno być włączonych, jeśli powietrze w pomieszczeniu ma być utrzymywane w stałej temperaturze 19°C?

**Wskazówka:** Oblicz ilość wytwarzanego ciepła w ciągu sekundy przez studentów, żarówki oraz ciepło przepływające przez ściany.

**Wskazówka:** Moc działających klimatyzatorów musi być równa ilości wytwarzanego ciepła w ciągu sekundy.

**Odpowiedź:** Powinny być włączone 3 klimatyzatory.

## 51 Zadanie – Kolektor słoneczny

*Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000550, diff: 2*

Na dachu zamontowany jest kolektor słoneczny o sprawności  $n = 25\%$ . Energia słoneczna docierająca do kolektora przekazywana jest do wody krążącej w rurach kolektora. Jaka jest powierzchnia kolektora, jeśli w ciągu godziny ogrzewa 232 litry wody, zwiększając jej temperaturę o 20°C? Przyjmij, że w danej godzinie natężenie promieniowania słonecznego wynosi 700 W/m<sup>2</sup>. Ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K), a jej gęstość 1000 kg/m<sup>3</sup>.

**Wskazówka:** Natężenie promieniowania jest równe

$$I = \frac{P}{S}$$

$P$  - moc docierająca do kolektora,  $S$  - powierzchnia.

**Wskazówka:** Moc z jaką ogrzewana jest woda

$$P' = \frac{Q}{t} = \frac{c_w \cdot m \cdot \Delta T}{t}$$

$Q$  - ciepło,  $t$  - czas,  $c_w$  - ciepło właściwe wody,  $m$  - masa wody,  $\Delta T$  - zmiana temperatury.

**Wskazówka:**

$$P' = n \cdot P$$

**Wskazówka:** Powierzchnia kolektora jest równa

$$S = \frac{P}{I} = \frac{c_w \cdot m \cdot \Delta T}{t \cdot I \cdot n}$$

**Odpowiedź:** Powierzchnia kolektora słonecznego wynosi 30,9 m<sup>2</sup>.

## 52 Zadanie – Ciepło właściwe ciała

*Małgorzata Berajter, update: 2017-09-21, id: pl-ciepło-0000600, diff: 2*

Do aluminiowego kalorymetru o masie 200 g włożono kulę o masie 404 g. Następnie do naczynia wiano 29 g wrzącej wody i zamknięto kalorymetr, aby zminimalizować wymianę ciepła z otoczeniem. Po ustaleniu się równowagi termicznej układu zmierzono temperaturę wody, wyniosła ona 46°C. Temperatura początkowa kalorymetru i kuli jest równa temperaturze otoczenia i wynosi 27°C. Przyjmij, że ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K), a ciepło właściwe aluminium 900 J/(kg·K). Oblicz ciepło właściwe kuli, a następnie sprawdź w tablicy, z jakiego materiału jest najprawdopodobniej zbudowana. Zastanów się, dlaczego otrzymana wartość różni się od wartości podanej w tablicy.

substancja	ciepło właściwe J/(kg·K)
cyna	220
miedź	380
nikiel	460
glin	900

**Wskazówka:** Wykonaj bilans energetyczny.

**Wskazówka:**

$$c_{ww} \cdot m_w \cdot (100^\circ\text{C} - t_k) = c_{wk} \cdot m_k \cdot (t_k - t_p) + c_{wc} \cdot m_c \cdot (t_k - t_p)$$

$c_{ww}$  - ciepło właściwe wody,  $m_w$  - masa wody,  $t_k$  temperatura końcowa układu,  $t_p$  - temperatura początkowa układu,  $m_k$  - masa kalorymetru,  $c_{wk}$  - ciepło właściwe kuli,  $m_c$  - masa kuli.

**Odpowiedź:** Ciepło właściwe kuli wynosi 411 J/(kg·K). Otrzymana wartość ciepła właściwego różni się od wartości podanych w tablicy. W obliczeniach nie uwzględniliśmy wymiany ciepła między otoczeniem a układem, która występuje mimo zastosowania kalorymetru. Kula jest prawdopodobnie zbudowana z miedzi.

### 53 Zadanie – Topienie złota

*Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000800, diff: 1*

Jubiler na stopienie złota zużył 6400 J energii. Oblicz, ile złota stopił jubiler, wiedząc, że złoto było już podgrzane do temperatury topnienia oraz że ciepło topnienia złota wynosi 64 kJ/kg.

**Wskazówka:**

$$c_t = \frac{Q}{m}$$

$c_t$  - ciepło topnienia,  $Q$  - przekazane ciepło,  $m$  - masa ciała.

**Odpowiedź:** Złotnik stopił 100 g złota.

### 54 Zadanie – Parowanie wody

*Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000900, diff: 1*

Do naczynia zawierającego 0,6 kg wody włożono grzałkę o mocy 600 W, a następnie doprowadzono wodę do wrzenia. Ile wody wyparowało w ciągu 2 minut wrzenia? Przyjmij, że ciepło parowania wody wynosi 2270 kJ/kg.

**Wskazówka:**

$$Q = P \cdot t$$

$Q$  - przekazane ciepło,  $P$  - moc grzałki,  $t$  - czas.

**Wskazówka:** Wykonaj bilans energetyczny.

**Odpowiedź:** Wyparowało 31,7 g wody.

### 55 Zadanie – Silnik spalinowy

*Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000950, diff: 2*

Samochód jedzie po autostradzie ze stałą prędkością. By utrzymać prędkość, silnik pracuje z mocą 25 kW. Sprawność silnika wynosi 20%. Ile zapłacimy za benzynę zużytą przez samochód jadący przez 2,5 godziny? Cena benzyny na stacji paliw wynosi 4,6 zł/l, ciepło spalania wynosi 42 MJ/kg, a jej gęstość 0,7 g/cm<sup>3</sup>.

**Wskazówka:**

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

$\eta$  - sprawność cieplna silnika,  $W$  - praca wykonana przez silnik,  $Q$  - dostarczone ciepło.

**Wskazówka:**

$$m = \frac{P \cdot t}{\eta \cdot c_s}$$

$m$  - masa benzyny,  $P$  - moc silnika,  $c_s$  - ciepło spalania.

**Wskazówka:** Aby obliczyć koszt przejazdu, trzeba znać objętość zużytego paliwa.

**Odpowiedź:** Za benzynę zapłacimy 176,02 zł.

## 56 Zadanie – Lód w ciepłej wodzie

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-22, id: pl-ciepło-0001000, diff: 1*

Blok lodu o temperaturze  $-10^{\circ}\text{C}$  i masie 360 g włożono do 1700 g wody o temperaturze  $65^{\circ}\text{C}$ . Oblicz końcową temperaturę układu, zakładając, że nie następuje wymiana ciepła z otoczeniem. Przyjmij wartości: ciepła właściwego lodu  $2050\text{ J}/(\text{kg K})$ , ciepła topnienia lodu  $334\text{ kJ}/\text{kg}$ , ciepła właściwego wody (cieczy)  $4200\text{ J}/(\text{kg K})$ .

**Wskazówka:** Układ jest izolowany, całkowita energia nie zmieniła się.

**Wskazówka:** Wykonaj bilans energetyczny.

**Wskazówka:**  $(0^{\circ}\text{C} - T_i)c_i m_i + m_i l_i + (T_f - 0^{\circ}\text{C})m_i c_w + (T_f - T_w)m_w c_w = 0$

**Odpowiedź:** Końcowa temperatura układu  $T_f = (T_w m_w c_w + (T_i c_i - l_i) m_i) / [(m_i + m_w) c_w] \approx 38,9^{\circ}\text{C}$ .

## 57 Zadanie – Podgrzewanie lodu

*Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-ciepło-0001200, diff: 3*

W naczyniu znajdował się lód o masie 4 kg w temperaturze  $-8^{\circ}\text{C}$ . Naczynie to postawiono na kuchence gazowej i ogrzewano przez 5,1 min. Moc kuchenki wynosiła 11 kW. Sprawność procesu ogrzewania zawartości naczynia była równa 56%.

- Czy lód się stopił?
- Oblicz temperaturę końcową zawartości naczynia. Wynik podaj z dokładnością do 2 cyfr znaczących.

W obliczeniach pominięto ciepło oddane do otoczenia i naczynia. Przyjmij, że ciepło topnienia lodu wynosi  $L = 330\text{ kJ}/\text{kg}$ , ciepło właściwe lodu  $c_l = 2100\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , a ciepło właściwe wody  $c_w = 4200\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ .

**Wskazówka:** Należy skorzystać z zależności wynikających z bilansu cieplnego. Zwróć uwagę na to, które wielkości w obliczeniach będą dodatnie, a które ujemne.

**Wskazówka:** To, czy lód się roztopi, zależy przede wszystkim od ilości ciepła, które dostarczemy do układu

$$Q_0 = Pt\eta,$$

gdzie  $P$  jest mocą kuchenki,  $t$  czasem ogrzewania, a  $\eta$  sprawnością procesu ogrzewania.

Jeżeli ciepło to jest mniejsze od ciepła potrzebnego do ogrzania lodu do temperatury topnienia ( $0^{\circ}\text{C}$ ), to w naczyniu nadal znajduje się lód, tylko w wyższej temperaturze. Ciepło potrzebne do ogrzania lodu do temperatury topnienia  $Q_1$  można obliczyć za pomocą zależności

$$Q_1 = mc_l(0^{\circ}\text{C} - T_p),$$

gdzie  $m$  jest masą lodu, a  $T_p$  to temperatura początkowa lodu w stopniach Celsjusza.

Jeżeli  $Q_0 < Q_1$ , to temperaturę końcową  $T_k$  można obliczyć w następujący sposób

$$Q_0 = mc_l(T_k - T_p)$$

$$T_k = \frac{Q_0}{mc_l} + T_p$$

Jeżeli nie, to należy sprawdzić, czy ciepło  $Q_0$  jest większe od sumy ciepła potrzebnego do ogrzania lodu do temperatury topnienia  $Q_1$  oraz ciepła potrzebnego do roztopienia lodu  $Q_2$ .

$$Q_2 = mL.$$

Jeżeli  $Q_1 < Q_0 < Q_1 + Q_2$ , to otrzymano mieszaninę lodu i wody o temperaturze końcowej  $T_k = 0^\circ\text{C}$ .

Jeżeli jednak  $Q_1 + Q_2 < Q_0$ , to lód roztopił się, a temperaturę końcową można obliczyć w następujący sposób:

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 + mc_w(T_k - 0^\circ\text{C})$$

$$Q_0 = mc_l(0^\circ\text{C} - T_p) + mL + mc_w(T_k - 0^\circ\text{C})$$

$$T_k = \frac{Q_0 + mc_lT_p - mL}{mc_w}$$

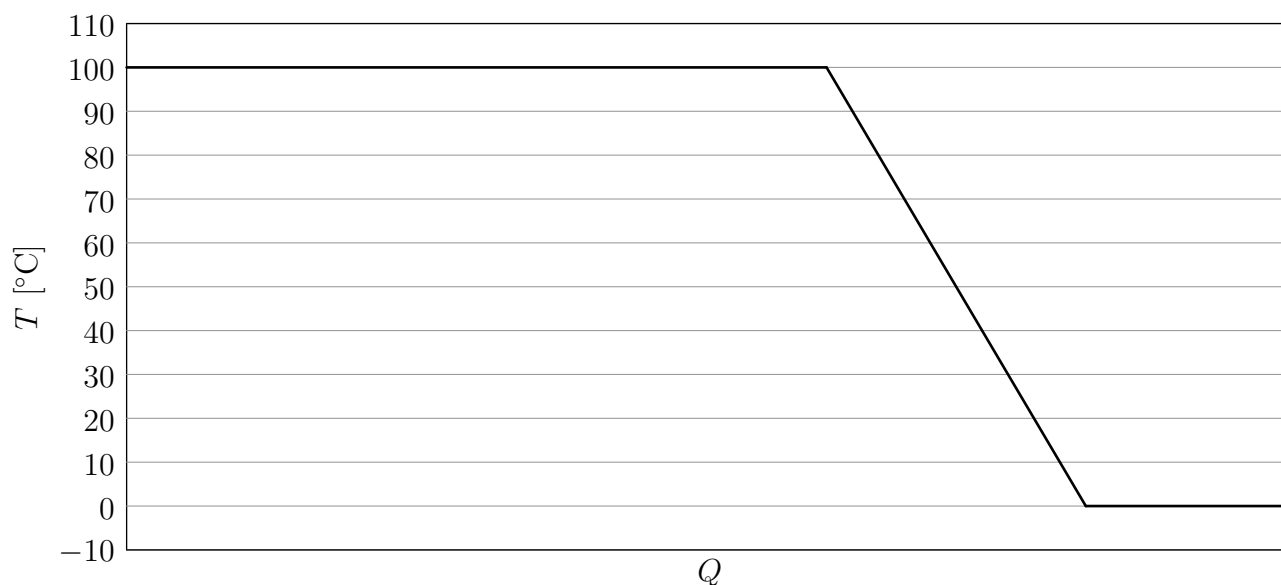
**Odpowiedź:** Lód roztopił się. Temperatura wody wynosi  $30^\circ\text{C}$ .

## 58 Zadanie – Zjawiska cieplne

*Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0001500, diff: 1*

Na rysunku poniżej przedstawiono zależność temperatury próbki 4 g  $\text{H}_2\text{O}$  od wymienionego z otoczeniem ciepła. Rozpoznaj i podpisz przedstawione zjawiska cieplne. Oblicz, ile kalorii próbka wymieniła z otoczeniem podczas całego procesu przedstawionego na rysunku. Potrzebne dane znajdują się w tabeli. Przyjmij, że na diagramie został przedstawiony cały proces przemiany fazowej. Uwaga, rysunek nie zachowuje skali.

ciepło topnienia/zamarzania	336000 J/kg
ciepło parowania/skrapiania	2270000 J/kg
ciepło właściwe (woda)	4200 J/(kg·K)
ciepło właściwe (lód)	2100 J/(kg·K)
ciepło właściwe (para wodna)	2000 J/(kg·K)



**Wskazówka:** Ciepło wymienione z układem zostało wykorzystane na skroplenie pary wodnej, ochłodzenie wody od  $100^{\circ}\text{C}$  do  $0^{\circ}\text{C}$  i zamianę całej wody w lód.

**Wskazówka:**

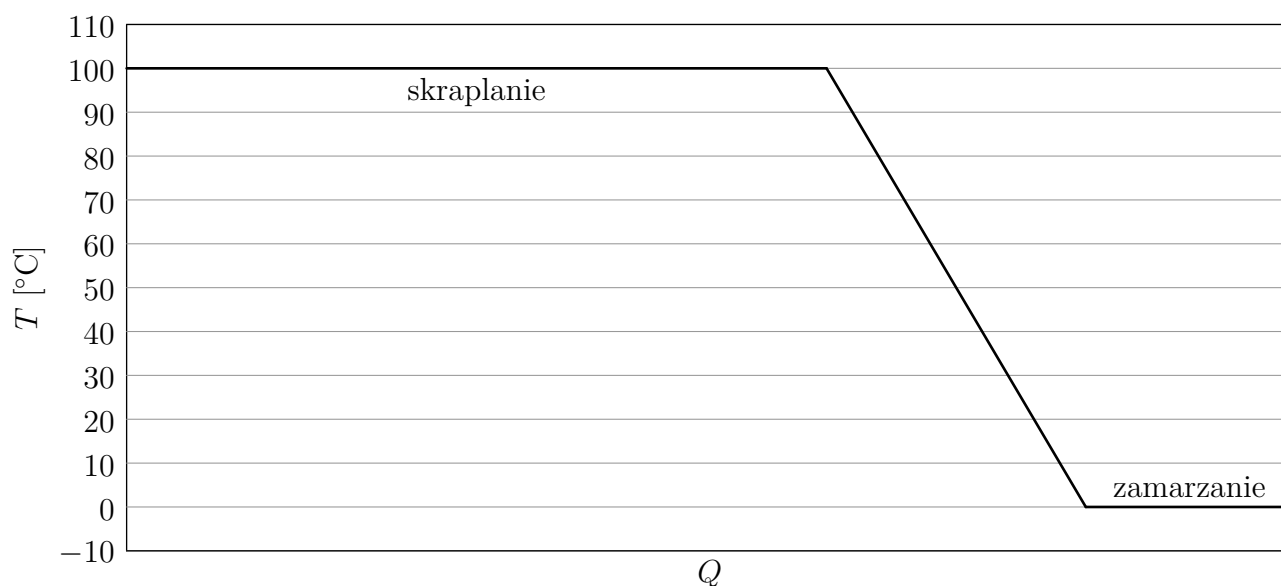
$$Q = c_s \cdot m + c_{ww} \cdot m \cdot (T_2 - T_1) + c_z \cdot m$$

$Q$  - przekazane ciepło,  $c_s$  - ciepło skraplania,  $m$  - masa ciała,  $c_{ww}$  - ciepło właściwe wody,  $T_2$  - temperatura skraplania,  $T_1$  - temperatura zamarzania,  $c_z$  - ciepło zamarzania.

**Wskazówka:** Zamień ciepło wyrażone w dżulach na kalorie.

$$4,2 \text{ J} = 1 \text{ cal}$$

**Odpowiedź:**



Całkowita ilość ciepła wymienionego z otoczeniem, podczas wszystkich procesów ukazanych na rysunku, jest równa w przybliżeniu 2880 cal.

## 59 Zadanie – Spadająca kulka (1 wiersz tabeli)

*Małgorzata Berajter, Piotr Nieżurawski, update: 2018-07-05, id: pl-ciepło-0003901, diff: 2*

Z jaką prędkością powinna spadać kulka wykonana z indu, aby przy uderzeniu o ziemię całkowicie uległa stopieniu? Zakładamy, że mimo odkształcenia pocisk pozostał w całości oraz że przy uderzeniu  $n = 47\%$  energii zostało przekazane pociskowi w formie ciepła. Temperatura początkowa kulki wynosi 293 K. Pozostałe potrzebne dane zamieszczone są w tabeli poniżej.

substancja	ciepło właściwe [J/(kg·K)]	ciepło topnienia [kJ/kg]	temperatura topnienia [ $^{\circ}\text{C}$ ]
ind	233	28	156

**Wskazówka:** Część energii kinetycznej kulki zostanie jej przekazana w postaci ciepła.

**Wskazówka:** Aby ciało uległo stopieniu, najpierw musi zostać podgrzane do temperatury topnienia

$$Q_1 = c_w \cdot m \cdot \Delta T$$



A następnie otrzymać tyle ciepła, aby się stopić

$$Q_2 = c_t \cdot m$$

$Q_1$  - ciepło przekazane na ogrzanie ciała,  $c_w$  - ciepło właściwe ciała,  $m$  - masa ciała,  $\Delta T$  - zmiana temperatury,  $Q_2$  - ciepło przekazane na stopienie ciała,  $c_t$  - ciepło topnienia ciała.

**Wskazówka:**

$$v = \sqrt{\frac{2}{n} \cdot (c_w \cdot \Delta T + c_t)}$$

$v$  - prędkość kulki.

**Odpowiedź:** Kulka powinna spadać z prędkością około 504 m/s.

## 60 Zadanie – Lodowiec

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-04, id: pl-ciepło-0004000, diff: 1*

Oszacuj masę stopionego lodu z lodowca, który zsunął się i zatrzymał w dolinie. Początkowo lodowiec spoczywał na wysokości 235 m nad doliną i miał masę  $9 \cdot 10^9$  kg. Załóż, że energia tracona przez zsuwający się lodowiec i spływającą wodę powstałą podczas topnienia lodowca powoduje dalsze topnienie lodu. Przyjmij ciepło topnienia lodu 334 kJ/kg. Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Wskazówka:** Zmiana energii potencjalnej jest równa energii, która została zużyta na stopienie lodu.

**Odpowiedź:** Masa stopionego lodu to około  $m_i = m_0 g h / l \approx 62 \cdot 10^6$  kg, gdzie  $m_0$  jest początkową masą lodowca,  $h$  zmianą wysokości lodowca,  $l$  ciepłem topnienia lodu, a  $g$  wartością przyspieszenia ziemskiego. Oszacowanie to m.in. zakłada, że  $h$  jest zmianą wysokości środka masy lodowca razem z powstałą z niego wodą.

## 61 Zadanie – Temperatury

*Joanna Drabarz, update: 2015-12-15, id: pl-temperatura-0002000, diff: 2*

W różnych krajach stosuje się inne skale temperatur, np. w Polsce temperaturę podaje się w skali Celsjusza, a w USA w skali Fahrenheita. Naukowcy używają najczęściej skali Kelwina. Aby dowiedzieć się, jak przeliczyć temperatury, zapoznaj się z poniższymi wzorami, w których  $T_K$  oznacza temperaturę podaną w skali Kelwina,  $T_C$  oznacza temperaturę podaną w stopniach Celsjusza, a  $T_F$  oznacza temperaturę podaną w stopniach Fahrenheita.

$$T_K = 273,15 + T_C \qquad T_C = (T_F - 32) \cdot \frac{5}{9}$$

Dwaj chłopcy, Adaś z Polski i John z USA, mierzyli codziennie temperaturę przed domem, otrzymując następujące wyniki:

Adaś:  $-15^\circ\text{C}$ ,  $-12^\circ\text{C}$ ,  $-8^\circ\text{C}$ ,  $-16^\circ\text{C}$ .

John:  $41^\circ\text{F}$ ,  $-4^\circ\text{F}$ ,  $23^\circ\text{F}$ ,  $14^\circ\text{F}$ .

Obaj chłopcy biorą udział w konkursie badawczym i muszą przesłać wyniki swoich pomiarów w skali Kelwina.

Pytanie 1. Jakie będą wartości uzyskanych przez nich temperatur w skali Kelwina?

Pytanie 2. Ile wynosi średnia temperatura u każdego z chłopców? Odpowiedź podaj w skali Kelwina.

**Odpowiedź:** Temperatury Adasia (w Kelwinach): 258,15 K, 261,15 K, 265,15 K, 257,15 K.  
 Temperatury Johna: 278,15 K, 253,15 K, 268,15 K, 263,15 K.  
 Średnia temperatura Adasia (w Kelwinach): 260,4 K.  
 Średnia temperatura Johna (w Kelwinach): 265,65 K.

## 62 Zadanie – Średnia temperatura

*Joanna Drabarz, update: 2016-06-15, id: pl-temperatura-0003000, diff: 2*

Stacja meteorologiczna prowadziła przez tydzień pomiary średniej dobowej temperatury, uzyskując następujące wyniki:  $-2^{\circ}\text{C}$ ,  $-1^{\circ}\text{C}$ ,  $1^{\circ}\text{C}$ ,  $-3^{\circ}\text{C}$ ,  $0^{\circ}\text{C}$ ,  $2^{\circ}\text{C}$ ,  $-4^{\circ}\text{C}$ .  
 Ile wynosi średnia temperatura w tym tygodniu?

**Wskazówka:** Aby obliczyć średnią temperaturę, należy dodać wszystkie pomiary i podzielić przez liczbę pomiarów.

**Odpowiedź:** Średnia temperatura wynosi:  $-1^{\circ}\text{C}$

## 63 Zadanie – Zmiana energii wewnętrznej układu

*Piotr Niezurawski, update: 2017-09-30, id: pl-termodynamika-0003000, diff: 1*

W pewnym procesie dostarczyliśmy do układu ciepło o wartości 330 J, wykonaliśmy pracę nad tym układem (np. sprężając go) o wartości 90 J oraz odebraliśmy od układu ciepło o wartości 210 J, a układ wykonał pracę o wartości 60 J. Oblicz zmianę energii wewnętrznej tego układu wskutek opisanego procesu.

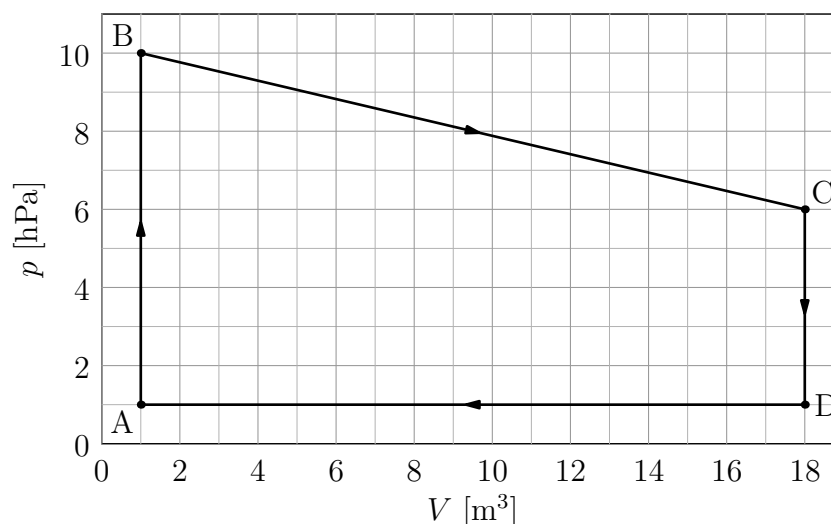
**Wskazówka:**  $\Delta U = Q + W$ , gdzie  $Q$  jest ciepłem dostarczanym do układu, a  $W$  jest pracą wykonywaną nad układem.

**Odpowiedź:** Zmiana energii wewnętrznej układu:  $\Delta U = Q_1 + W_1 + Q_2 + W_2 = 150 \text{ J}$ . Zauważ, że  $Q_2 < 0$  oraz  $W_2 < 0$ .

## 64 Zadanie – Praca wykonana przez gaz

*Małgorzata Berajter, update: 2017-10-01, id: pl-termodynamika-0020100, diff: 2*

Oblicz pracę wykonaną przez gaz podczas jednego cyklu przedstawionego na wykresie poniżej.



**Wskazówka:** Praca wykonana przez gaz jest równa polu pod wykresem  $p(V)$ .

**Wskazówka:**

$$W = \frac{DA}{2}(AB + CD)$$

**Odpowiedź:** Praca wykonana przez gaz wynosi około 11900 J.