

## Sprawdzian dla chętnych, wakacyjny

*Nauczyciel Twojego ulubionego przedmiotu może niedługo skorzystać z tej maszyny...*

Prześlij nam informację, jeśli znalazłeś błąd w GEZMAT... ;-)

### 1 (3) Zadanie – Kamyki

Daria i Nela zebrały na plaży kamyki. Jeśli Daria dałaby Neli 5 kamyków, to miałyby po tyle samo kamyków. A jeśli Nela dałaby Darii 10 kamyków, to Daria miałaby 6 razy tyle kamyków, co Nela. Ile kamyków ma każda z dziewczynek?

**Wskazówka:**  $D - 5 = N + 5$  oraz  $D + 10 = 6(N - 10)$

*Nowość!*

### 2 (6) Zadanie – Ceglany dom

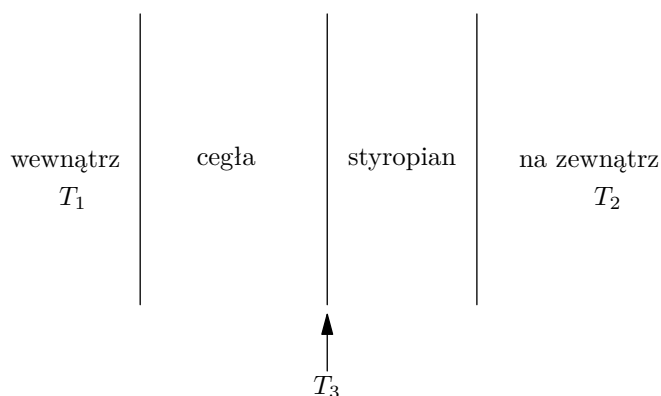
Ceglany dom ma ściany o grubości 30 cm. Wewnątrz domu utrzymywana jest stała temperatura  $23^{\circ}\text{C}$ . Temperatura powietrza na zewnątrz wynosi  $12^{\circ}\text{C}$ .

a) Oblicz, ile ciepła stracimy w ciągu sekundy przez jedną ze ścian o powierzchni  $22\text{ m}^2$ . Przyjmij, że przewodnictwo cieplne cegły wynosi  $0,6\text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ .

b) Aby zapobiec utracie ciepła, ocieplono budynek z zewnątrz warstwą styropianu o grubości 40 cm. Ile teraz tracimy ciepła przez tę samą ścianę? Przyjmij, że przewodnictwo cieplne styropianu wynosi  $0,04\text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ .

c) Jaka temperatura panuje na złączeniu materiałów?

**Wskazówka:**



**Wskazówka:**

$$H = \frac{Q}{t} = k \cdot \frac{S}{L} \cdot (T_1 - T_2)$$

$H$  - strumień ciepła,  $Q$  - przekazane ciepło,  $k$  - współczynnik przewodnictwa cieplnego,  $S$  - powierzchnia ciała,  $L$  - grubość ciała,  $T_1$  - temperatura powietrza wewnątrz domu,  $T_2$  - temperatura powietrza na zewnątrz.

**Wskazówka:**

$$H_1 \cdot \frac{L_1}{k_1} = S \cdot (T_1 - T_3)$$

$$H_2 \cdot \frac{L_2}{k_2} = S \cdot (T_3 - T_2)$$

W warunkach stacjonarnych strumień ciepła przepływające przez obie warstwy muszą być równe, stąd:

$$H_1 = H_2 = H$$

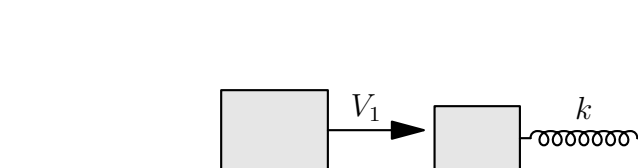
Dodając dwa pierwsze równania stronami i porządkując je, uzyskujemy:

$$H = S \cdot \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}}$$

$H_1$  - strumień ciepła płynący przez cegłę,  $H_2$  - strumień ciepła płynący przez styropian,  $k_1$  - współczynnik przewodnictwa cieplnego cegły,  $k_2$  - współczynnik przewodnictwa cieplnego styropianu,  $L_1$  - grubość cegły,  $L_2$  - grubość styropianu,  $T_3$  - temperatura panująca między cegłą a styropianem.

### 3 (4) Zadanie – Zderzenie niesprężyste

Na poziomym, bardzo śliskim stole znajduje się sześcienny klocek o masie 0,6 kg. Do jednej z jego ścian jest przymocowana nieodkształcona sprężyna o współczynniku sprężystości  $k = 156$  N/m, której drugi koniec jest przyczepiony do ściany, a sprężyna jest równoległa do blatu stołu. W pewnym momencie z klockiem tym zderza się drugi sześcian o masie 1,2 kg, poruszający się z prędkością  $V_1 = 4$  m/s. Oblicz maksymalne ściśnięcie sprężyny, jeśli klocki w momencie zderzenia zlepiają się.



**Wskazówka:** Skorzystaj z zasady zachowania pędu

$$p_1 = p_2,$$

$$m_1 V_1 = V_2 (m_1 + m_2),$$

gdzie  $V_2$  to prędkość zlepionych klocków po zderzeniu.

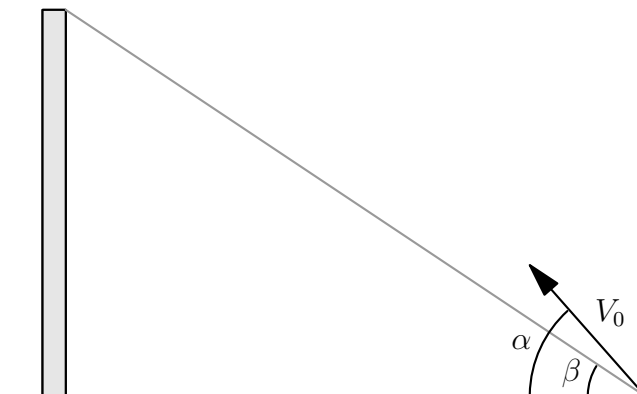
**Wskazówka:** Skorzystaj z zasady zachowania energii mechanicznej - energia kinetyczna  $E_k$  zmienia się w energię potencjalną sprężystości  $E_{ps}$

$$E_k = E_{ps},$$

$$\frac{(m_1 + m_2)V_2^2}{2} = \frac{kx_{max}^2}{2}.$$

#### 4 (4) Zadanie – Rzut ukośny

Marcin chce kopnąć małą piłkę z powierzchni ziemi pod kątem  $\alpha = 60^\circ$  do poziomu tak, aby uderzyła w wierzchołek słupa znajdujący się na wysokości równej 12 m, a widoczny, z punktu wyrzutu, pod kątem  $\beta = 40^\circ$  względem powierzchni ziemi. Jaka wartość prędkości  $V_0$  powinien nadać piłce? Opory powietrza pominać.



**To też nowości!**

**Wskazówka:** Widać, że  $\text{tg } \beta$  to stosunek wysokości słupa do odległości jego podstawy od miejsca wyrzutu piłki

$$\frac{y}{x} = \text{tg } \beta.$$

**Wskazówka:** Przyjmując za początek ruchu początek kartezjańskiego układu współrzędnych, położenie ciała po czasie  $t$  określają równania (w pionie mamy do czynienia z ruchem jednostajnie opóźnionym, a w poziomie z jednostajnym)

$$y = V_{0y}t - \frac{gt^2}{2},$$

$$x = V_{0x}t,$$

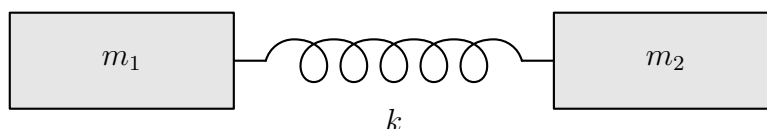
gdzie  $V_{0y}$  to składowa pionowa prędkości  $V_0$ , a  $V_{0x}$  to składowa pozioma prędkości  $V_0$

$$V_{0y} = V_0 \sin \alpha,$$

$$V_{0x} = V_0 \cos \alpha.$$

#### 5 (3) Zadanie – Dwa ciężarki połączone sprężyną

Wyznacz okres drgań układu składającego się z dwóch ciężarków o masach  $m_1$  i  $m_2$  połączonych bardzo lekką sprężyną o współczynniku sprężystości  $k$ . Rozważ tylko drgania, przy których sprężyna nie wygina się na boki. Pomiń wpływ innych ciał. Uzyskaj również wynik liczbowy dla  $k = 58 \text{ N/m}$ ,  $m_1 = 2 \text{ kg}$  oraz  $m_2 = 3 \text{ kg}$ .



**Wskazówka:** Opiszmy położenie ciężarków za pomocą współrzędnych  $x_1$  oraz  $x_2$ , przyjmijmy zwrot osi  $X$  w prawo. Odstęp między nimi to  $u \equiv x_2 - x_1$ .

**Wskazówka:** Niech  $l$  będzie długością swobodną sprężyny. Siła sprężystości działająca na drugi ciężarek będzie równa:  $-k(u - l)$ .

**Wskazówka:** Równania ruchu dla obu ciężarków:

$$m_1 \ddot{x}_1 = +k(u - l)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k(u - l)$$

**Wskazówka:** Po wyznaczeniu przyśpieszeń i odjęciu równań stronami otrzymujemy:

$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 = -k \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (u - l)$$

Ale

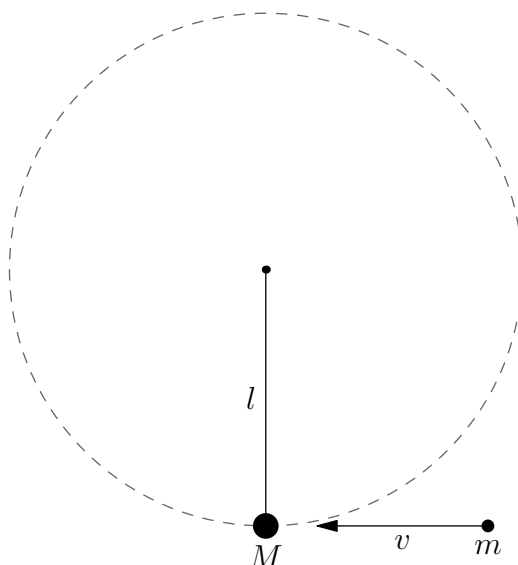
$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 = \ddot{u}$$

Prowadzi to do równania oscylatora

$$\ddot{u} = -k \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (u - l)$$

## 6 (4) Zadanie – Postrzelone wahadło

Metalowy ciężarek o masie  $M = 246$  g wisi na bardzo lekkim sznurku o długości  $l = 40$  cm. Sznurek zaczepiony jest jednym końcem w środku masy ciężarka, a drugim w taki sposób, że po nadaniu ciężarkowi prędkości o odpowiednio dużej wartości ciężarek może poruszać się po okręgu zawartym w pionowej płaszczyźnie. W pewnej chwili w ciężarek uderza poziomo lecący z prędkością o wartości  $v$  pocisk o masie  $m = 49$  g. Pocisk zlepia się trwale z ciężarkiem. Powstałą bryłę można traktować jak punkt materialny. Jaka powinna być minimalna wartość prędkości pocisku, aby utworzona bryła zatoczyła pełny okrąg o promieniu  $l$  w płaszczyźnie pionowej? Przyśpieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8$  m/s<sup>2</sup>. Pomiń opory ruchu bryły.



**Wskazówka:** Jaka będzie prędkość powstałej bryły tuż po zderzeniu i zlepieniu się ciężarka i pocisku?

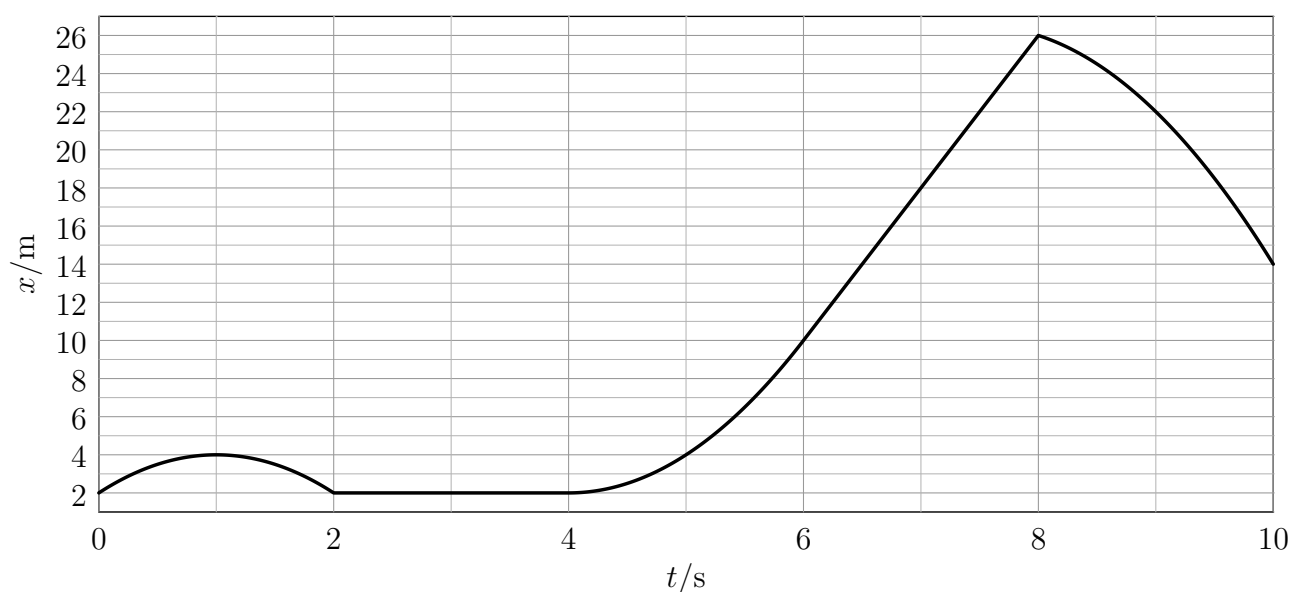
**Wskazówka:** Jaka będzie prędkość bryły w najwyższym punkcie okręgu?

**Wskazówka:** Jaki warunek musi być spełniony w najwyższym punkcie okręgu, by torem bryły był właśnie okrąg?

**Wskazówka:** Ile jest równa minimalna wartość prędkości spełniająca ten warunek?

## 7 (4) Zadanie – Niezdecydowany punkt materialny

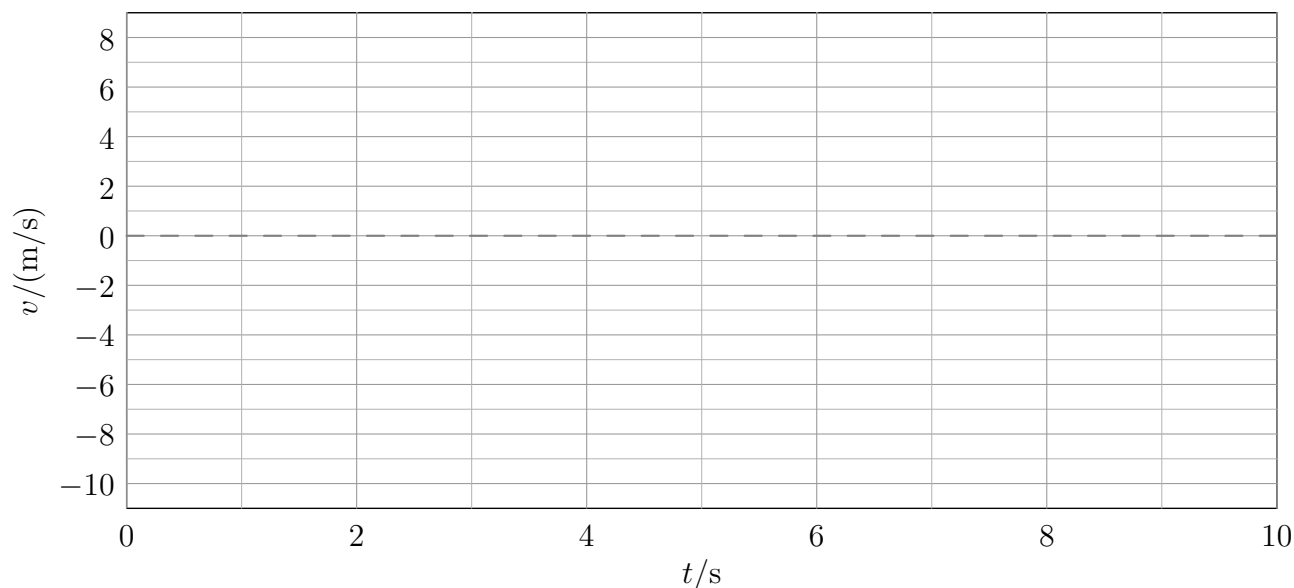
Punkt materialny porusza się wzdłuż osi  $X$ . Na wykresie przedstawiono zależność jego położenia  $x$  od czasu  $t$ .



W tabeli podano przyśpieszenie  $a$  punktu materialnego w poszczególnych interwałach czasu.

$t/s$	$[0, 2[$	$]2, 4[$	$]4, 6[$	$]6, 8[$	$]8, 10]$
$a/(m/s^2)$	-4	0	4	0	-4

Wykonaj wykres zależności prędkości  $v$  od czasu dla tego punktu materialnego dla  $t \in [0, 10]$  s.



**Wskazówka:** Jeśli  $v$  jest dodatnie, to punkt materialny porusza się zgodnie ze zwrotem osi  $X$ , a jeśli  $v$  jest ujemne, to punkt materialny porusza się w przeciwną stronę.

**Wskazówka:**

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

**Wskazówka:** Wygodniej będzie posłużyć się zmianami wielkości. Po danym interwale czasowym  $\Delta t$  mamy:

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2}a \Delta t^2,$$

więc prędkość na początku przedziału to

$$v_0 = \Delta x / \Delta t - \frac{1}{2}a \Delta t$$

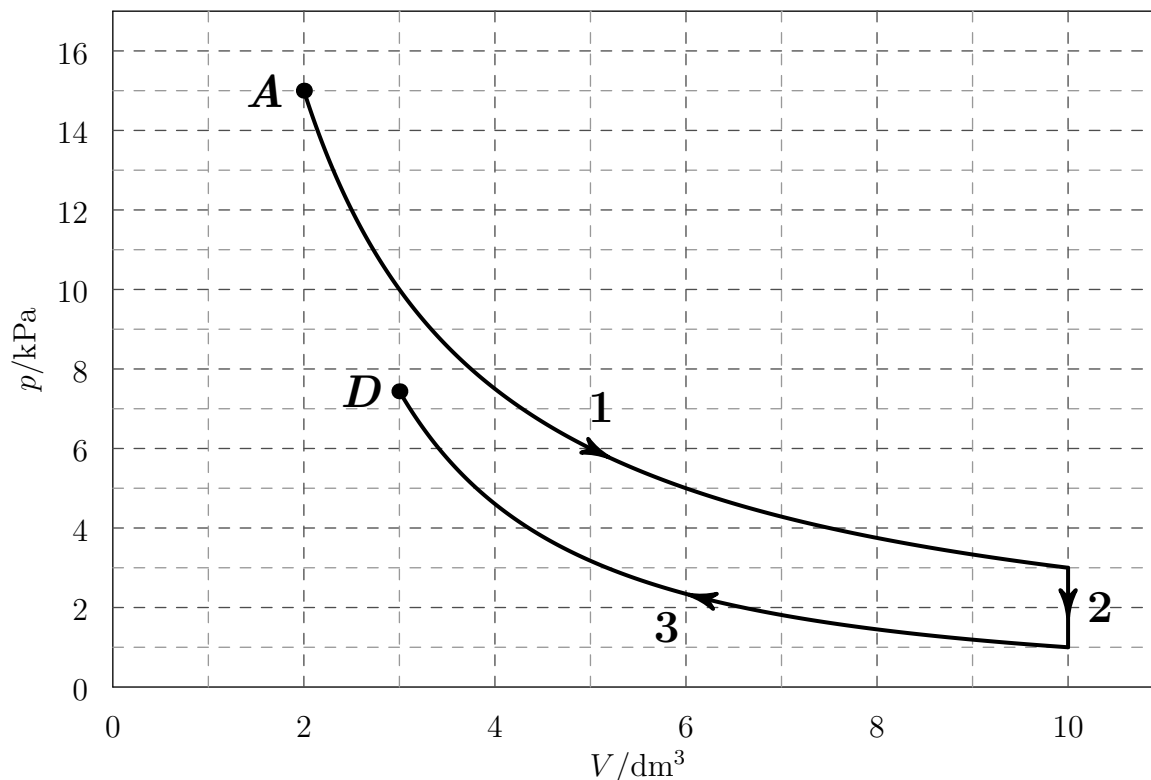
**Wskazówka:** Na końcu interwału czasowego  $\Delta t$  prędkość to

$$v_f = v_0 + a \Delta t = \Delta x / \Delta t + \frac{1}{2}a \Delta t$$

### 8 (3) Zadanie – Przemiany gazowe

Ustalona porcja gazowego neonu przeszła przemiany 1, 2 i 3 przedstawione na poniższym wykresie, gdzie  $p$  oznacza ciśnienie gazu, a  $V$  jego objętość. Początkowo parametry gazu opisywał punkt  $A$ . Wiadomo, że przemiana 3 była adiabatyczna.

- Podaj nazwy przemian 1 i 2. W przypadku przemiany 1 swoją hipotezę dotyczącą rodzaju przemiany sprawdź w 3 różnych punktach.
- Dla każdej z przemian wskaż wielkości, które są zawsze równe 0 w trakcie tej przemiany.
- Czy gaz w punkcie  $D$  ma większą temperaturę niż w punkcie  $A$ ?
- Czy z punktu  $D$  może ta porcja gazu dotrzeć do punktu  $A$  w przemianie izobarycznej?



**Wskazówka:** W przemianie 1 iloczyn  $pV$  jest stały.

**Wskazówka:** Dla gazu doskonałego  $T \propto pV$ .

### 9 (4) Zadanie – Działania na zbiorach

Uprość poniższe wyrażenia, w których występują zbiory  $A$  i  $B$ :

- $(A \cup B) \cap (B \setminus A)$
- $A \cap (B \setminus A)$
- $A \cup (B \setminus A)$
- $(A \cup B) \setminus B$

### 10 (3) Zadanie – Samochód

Samochód pana Krzysztofa spala 10 litrów benzyny na sto kilometrów, a litr benzyny kosztuje 6 zł. Ile **pełnych** kilometrów przejedzie pan Krzysztof samochodem za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej, czyli za 3 zł?

**Wskazówka:** Na ile litrów benzyny wystarczy równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej? Odpowiedź: 0,5 litra.

### 11 (3) Zadanie – Prędkość człowieka

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 5850 metrów w ciągu 15 minut?

**Wskazówka:** Ile metrów pokonuje w ciągu minuty? Odpowiedź: 390 m.

**Wskazówka:** Ile metrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 23400 m.

**Wskazówka:** Ile kilometrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 23,4 km.

### 12 (3) Zadanie – Prędkość człowieka

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 20250 metrów w ciągu 45 minut?

**Wskazówka:** Ile metrów pokonuje w ciągu minuty? Odpowiedź: 450 m.

**Wskazówka:** Ile metrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 27000 m.

**Wskazówka:** Ile kilometrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 27 km.

### 13 (4) Zadanie – Fotografia

Łazik marsjański przesłał zdjęcie znalezionej obiektu do analizy. Na zdjęciu w skali 1:90 obiekt miał 6,5 mm. Aby go dokładniej zbadać, powiększono zdjęcie. Jaką wielkość będzie miał ten obiekt w skali 2:1?

*-dpc na końcu id oznacza możliwość kontroli miejsc dziesiętnych*

**Wskazówka:** 6,5 mm na fotografii to ile milimetrów w rzeczywistości (w skali 1:1)?  
Odpowiedź: 585 mm.

**Wskazówka:** 585 mm to ile mm w skali 2:1? Odpowiedź: 1170 mm.