

## Sprawdzian dla chętnych, wakacyjny

*Nauczyciel Twojego ulubionego przedmiotu może niedługo skorzystać z tej maszynyki...*

Prześlij nam informację, jeśli znalazłeś błąd w GEZMAT... ;-)

### 1 (3) Zadanie – Kamyki

Daria i Nela zebrały na plaży kamyki. Jeśli Daria dałaby Neli 9 kamyków, to miałyby po tyle samo kamyków. A jeśli Nela dałaby Darii 7 kamyków, to Daria miałaby 3 razy tyle kamyków, co Nela. Ile kamyków ma każda z dziewczynek?

**Odpowiedź:** Daria miała 41 kamyków, a Nela 23 kamyki.

*Nowość!*

### 2 (6) Zadanie – Ceglany dom

Ceglany dom ma ściany o grubości 35 cm. Wewnątrz domu utrzymywana jest stała temperatura  $24^{\circ}\text{C}$ . Temperatura powietrza na zewnątrz wynosi  $10^{\circ}\text{C}$ .

a) Oblicz, ile ciepła stracimy w ciągu sekundy przez jedną ze ścian o powierzchni  $20\text{ m}^2$ . Przyjmij, że przewodnictwo cieplne cegły wynosi  $1\text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ .

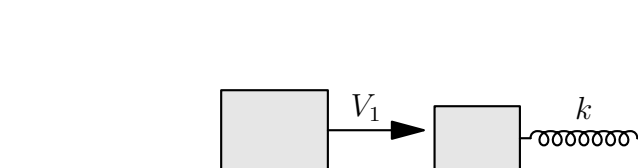
b) Aby zapobiec utracie ciepła, ocieplono budynek z zewnątrz warstwą styropianu o grubości 30 cm. Ile teraz tracimy ciepła przez tę samą ścianę? Przyjmij, że przewodnictwo cieplne styropianu wynosi  $0,04\text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ .

c) Jaka temperatura panuje na złączeniu materiałów?

**Odpowiedź:** Przez ceglany mur tracimy około  $800\text{ J}$  na sekundę, a przez mur ocieplony warstwą styropianu  $35,7\text{ J}$  na sekundę. Temperatura między cegłą a styropianem jest równa  $23^{\circ}\text{C}$ .

### 3 (4) Zadanie – Zderzenie niesprężyste

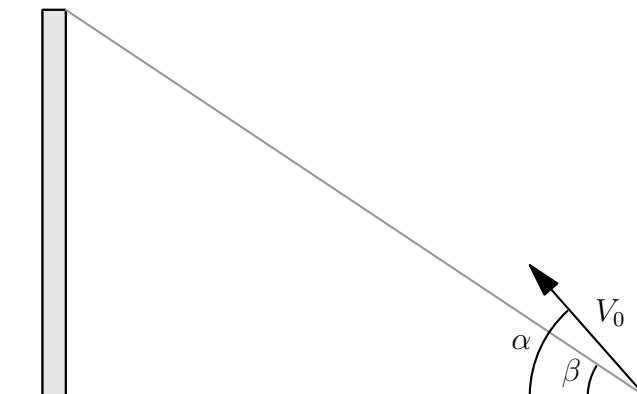
Na poziomym, bardzo śliskim stole znajduje się sześcienny klocek o masie  $0,5\text{ kg}$ . Do jednej z jego ścian jest przymocowana nieodkształcona sprężyna o współczynniku sprężystości  $k = 171\text{ N/m}$ , której drugi koniec jest przyczepiony do ściany, a sprężyna jest równoległa do blatu stołu. W pewnym momencie z klockiem tym zderza się drugi sześciąt o masie  $1,1\text{ kg}$ , poruszający się z prędkością  $V_1 = 2\text{ m/s}$ . Oblicz maksymalne ściśnięcie sprężyny, jeśli klocki w momencie zderzenia zlepiają się.



**Odpowiedź:** Maksymalne ściśnięcie sprężyny wynosi  $x_{max} = m_1 V_1 \sqrt{\frac{1}{k(m_1+m_2)}} = 13,3\text{ cm}$ , gdzie  $m_1$  to masa uderzającego klocka, a  $m_2$  to masa klocka zaczepionego do sprężyny.

#### 4 (4) Zadanie – Rzut ukośny

Marcin chce kopnąć małą piłkę z powierzchni ziemi pod kątem  $\alpha = 60^\circ$  do poziomu tak, aby uderzyła w wierzchołek słupa znajdujący się na wysokości równej 10 m, a widoczny, z punktu wyrzutu, pod kątem  $\beta = 40^\circ$  względem powierzchni ziemi. Jaka wartość prędkości  $V_0$  powinien nadać piłce? Opory powietrza pominać.



To też *nowości!*

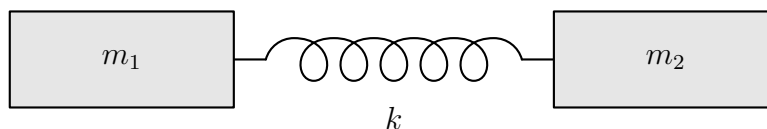
**Odpowiedź:** Wartość prędkości piłki w momencie wyrzutu wynosi

$$V_0 = \sqrt{\frac{gy}{2(\tan \alpha - \tan \beta) \cos^2 \alpha \tan \beta}} \approx 16,2 \text{ m/s},$$

gdzie  $y$  to wysokość słupa.

#### 5 (3) Zadanie – Dwa ciężarki połączone sprężyną

Wyznacz okres drgań układu składającego się z dwóch ciężarków o masach  $m_1$  i  $m_2$  połączonych bardzo lekką sprężyną o współczynniku sprężystości  $k$ . Rozważ tylko drgania, przy których sprężyna nie wygina się na boki. Pomiń wpływ innych ciał. Uzyskaj również wynik liczbowy dla  $k = 47 \text{ N/m}$ ,  $m_1 = 3 \text{ kg}$  oraz  $m_2 = 4 \text{ kg}$ .



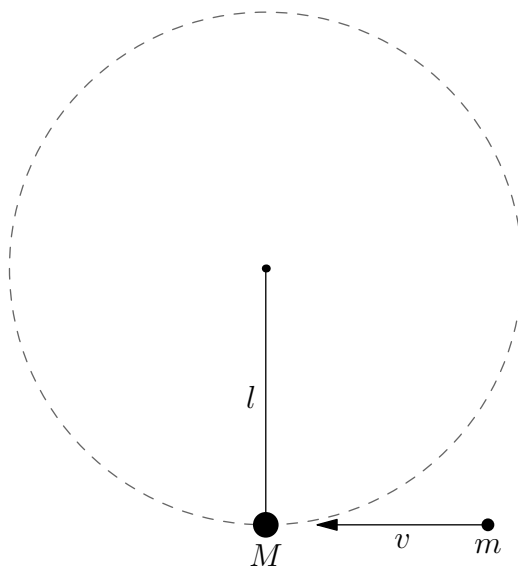
**Odpowiedź:** Okres drgań będzie równy

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$$

Wynik liczbowy  $T \approx 1,2 \text{ s}$ .

## 6 (4) Zadanie – Postrzelone wahadło

Metalowy ciężarek o masie  $M = 248$  g wisi na bardzo lekkim sznurku o długości  $l = 55$  cm. Sznurek zaczepiony jest jednym końcem w środku masy ciężarka, a drugim w taki sposób, że po nadaniu ciężarkowi prędkości o odpowiednio dużej wartości ciężarek może poruszać się po okręgu zawartym w pionowej płaszczyźnie. W pewnej chwili w ciężarek uderza poziomo lecący z prędkością o wartości  $v$  pocisk o masie  $m = 30$  g. Pocisk zlepia się trwale z ciężarkiem. Powstałą bryłę można traktować jak punkt materialny. Jaka powinna być minimalna wartość prędkości pocisku, aby utworzona bryła zatoczyła pełny okrąg o promieniu  $l$  w płaszczyźnie pionowej? Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8$  m/s<sup>2</sup>. Pomiń opory ruchu bryły.



**Odpowiedź:** Oznaczmy indeksem 1 prędkość bryły w najniższym punkcie okręgu, a przez 2 w najwyższym. Dodatkowo niech  $\mu \equiv m + M$ . Otrzymujemy układ równań:

$$mv = \mu v_1$$

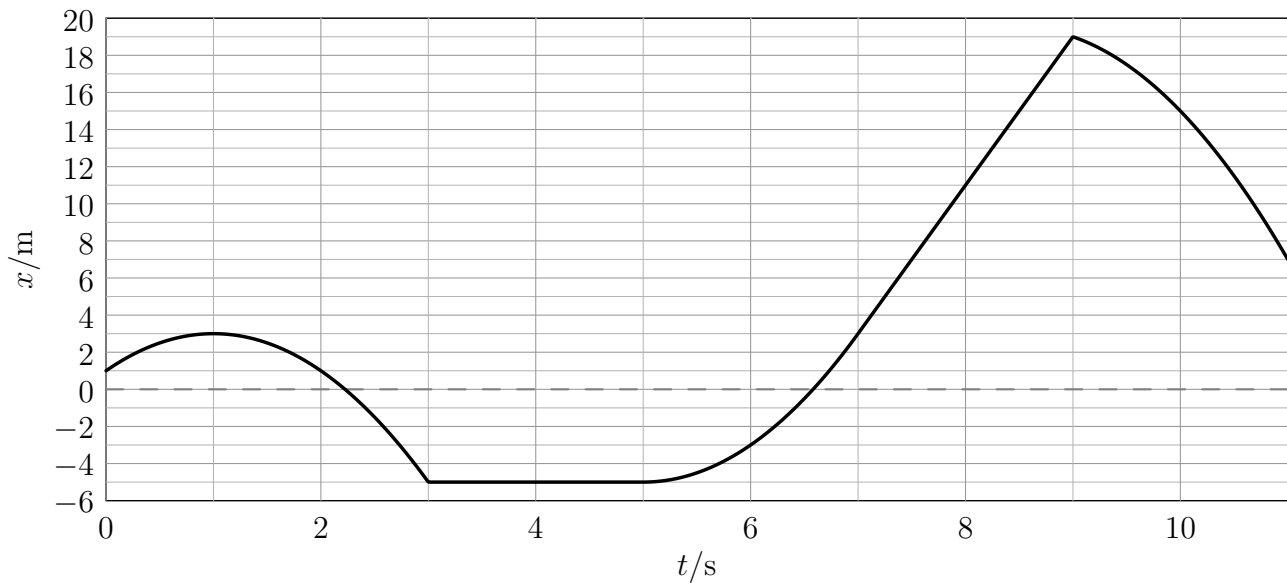
$$\frac{1}{2}\mu v_1^2 = \frac{1}{2}\mu v_2^2 + \mu g 2l$$

$$\frac{v_2^2}{l} = g$$

Rozwiązaniem jest  $v = \frac{m+M}{m}\sqrt{5gl} \approx 48,1$  m/s.

**7 (4) Zadanie – Niezdecydowany punkt materialny**

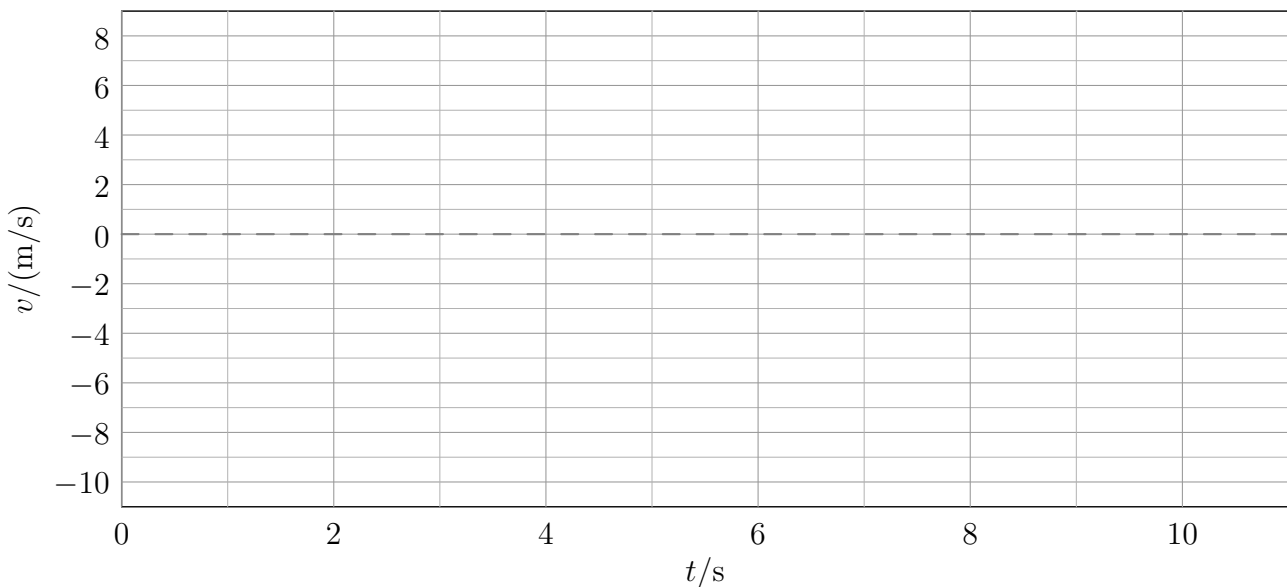
Punkt materialny porusza się wzdłuż osi  $X$ . Na wykresie przedstawiono zależność jego położenia  $x$  od czasu  $t$ .



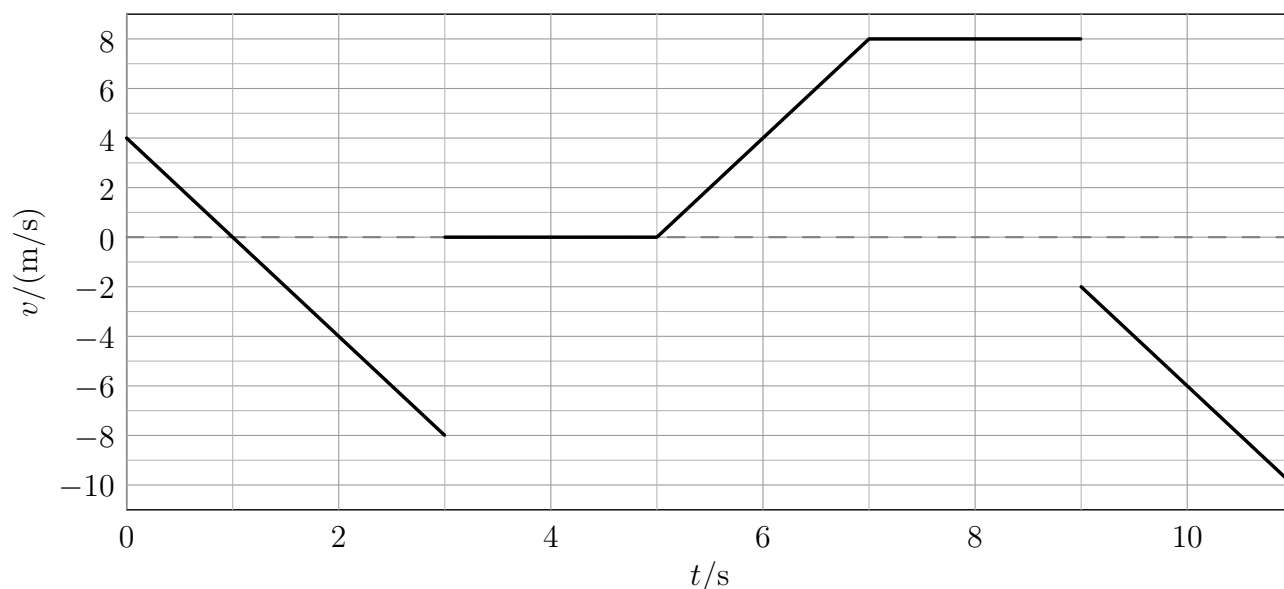
W tabeli podano przyśpieszenie  $a$  punktu materialnego w poszczególnych interwałach czasu.

$t/s$	$[0, 3[$	$]3, 5[$	$]5, 7[$	$]7, 9[$	$]9, 11]$
$a/(m/s^2)$	-4	0	4	0	-4

Wykonaj wykres zależności prędkości  $v$  od czasu dla tego punktu materialnego dla  $t \in [0, 11]$  s.



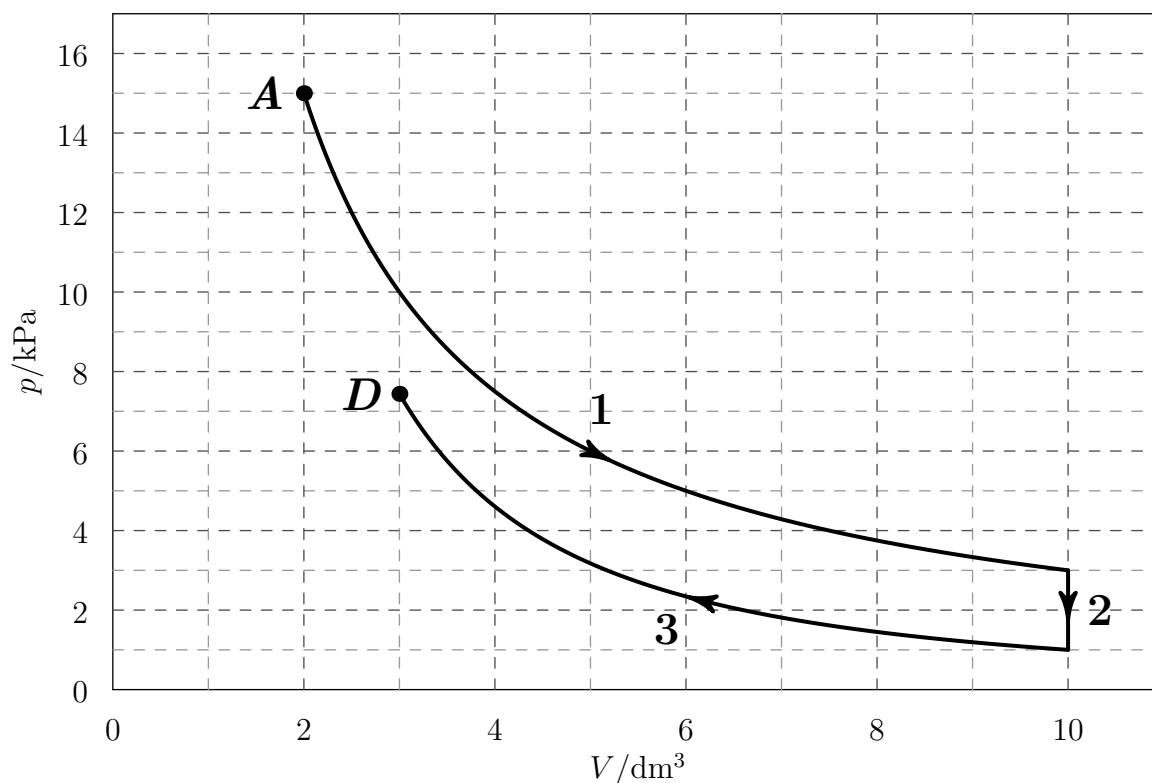
**Odpowiedź:** Poprawny wykres:



### 8 (3) Zadanie – Przemiany gazowe

Ustalona porcja gazowego neonu przeszła przemiany 1, 2 i 3 przedstawione na poniższym wykresie, gdzie  $p$  oznacza ciśnienie gazu, a  $V$  jego objętość. Początkowo parametry gazu opisywał punkt  $A$ . Wiadomo, że przemiana 3 była adiabatyczna.

- Podaj nazwy przemian 1 i 2. W przypadku przemiany 1 swoją hipotezę dotyczącą rodzaju przemiany sprawdź w 3 różnych punktach.
- Dla każdej z przemian wskaż wielkości, które są zawsze równe 0 w trakcie tej przemiany.
- Czy gaz w punkcie  $D$  ma większą temperaturę niż w punkcie  $A$ ?
- Czy z punktu  $D$  może ta porcja gazu dotrzeć do punktu  $A$  w przemianie izobarycznej?



#### Odpowiedź:

- Przemiana 1 to przemiana izotermiczna, gdyż  $pV$  ma zawsze tę samą wartość, np.  $2 \cdot 15 =$

- $3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$  (w jednostkach  $\text{kPa} \cdot \text{dm}^3$ ). Przemiana 2 jest przemianą izochoryczną.
- b) W trakcie przemiany 1 zmiana temperatury oraz zmiana energii wewnętrznej są równe 0, w trakcie przemiany 2 zmiana objętości oraz praca (wykonana nad gazem lub wykonana przez gaz), a w trakcie przemiany 3 wymienione z otoczeniem ciepło.
- c) Nie. Iloczyn  $pV$  w punkcie  $A$  jest równy  $2 \cdot 15 = 30$ , a w punkcie  $D$  jest mniejszy niż  $8 \cdot 3 = 24$  (w jednostkach  $\text{kPa} \cdot \text{dm}^3$ ).
- d) Nie, gdyż ciśnienia w tych punktach są różne.

### 9 (4) Zadanie – Działania na zbiorach

Uprość poniższe wyrażenia, w których występują zbiory  $A$  i  $B$ :

- a)  $(B \cup B) \setminus A$   
b)  $A \cap (B \cup A)$   
c)  $A \cap (B \cap A)$   
d)  $A \cap (B \setminus A)$

**Odpowiedź:**

- a)  $B \setminus A$   
b)  $A$   
c)  $B \cap A$   
d)  $\{\}$

### 10 (3) Zadanie – Samochód

Samochód pana Krzysztofa spala 9 litrów benzyny na sto kilometrów, a litr benzyny kosztuje 4 zł. Ile **pełnych** kilometrów przejedzie pan Krzysztof samochodem za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej, czyli za 2 zł?

**Odpowiedź:** Za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej samochód przejedzie 5 pełnych km.

### 11 (3) Zadanie – Prędkość człowieka

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 68250 metrów w ciągu 195 minut?

**Odpowiedź:** Człowiek porusza się z prędkością 21 km/h.

### 12 (3) Zadanie – Prędkość człowieka

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 74250 metrów w ciągu 225 minut?

**Odpowiedź:** Człowiek porusza się z prędkością 19,8 km/h.

**13 (4) Zadanie – Fotografia**

Łazik marsjański przesłał zdjęcie znalezionego obiektu do analizy. Na zdjęciu w skali 1:40 obiekt miał 5,5 mm. Aby go dokładniej zbadać, powiększono zdjęcie. Jaką wielkość będzie miał ten obiekt w skali 10:1?

*-dpc na końcu id oznacza możliwość kontroli miejsc dziesiętnych*

**Odpowiedź:** Na powiększonym zdjęciu obiekt będzie miał długość 2200 mm.