Giżycko, 2017-08-22

Sprawdzian dla chętnych, wakacyjny

*Nauczyciel Twojego **ulubionego** przedmiotu może niedługo skorzysta z tej maszynki...*

Prześlij nam informację, jesli znalazłeś błąd w GEZMAT... ;-)

1 (3) Zadanie – Kamyki

Piotr Nieżurawski, update: 2017-05-08, id: pl-liczby-0003000, diff: 1

Daria i Nela zebrały na plaży kamyki. Jeśli Daria dałaby Neli 6 kamyków, to miałyby po tyle samo kamyków. A jeśli Nela dałaby Darii 9 kamyków, to Daria miałaby 4 razy tyle kamyków, co Nela. Ile kamyków ma każda z dziewczynek?

Wskazówka: $D - 6 = N + 6$ oraz $D + 9 = 4(N - 9)$

Odpowiedź: Daria miała 31 kamyków, a Nela 19 kamyków.

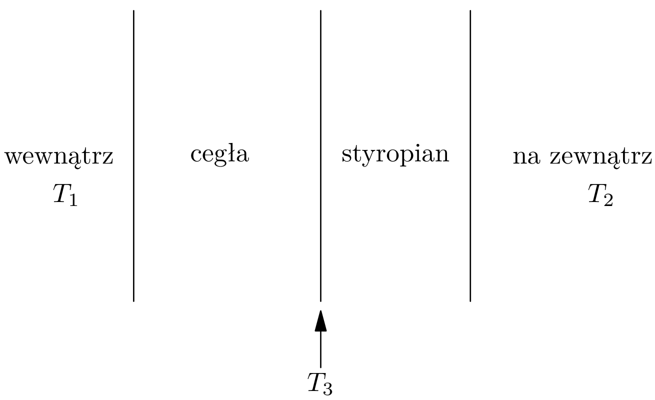
Nowość!

2 (6) Zadanie – Ceglany dom

Małgorzata Berajter, update: 2017-09-19, id: pl-ciepło-0002100, diff: 3

Ceglany dom ma ściany o grubości 35 cm. Wewnątrz domu utrzymywana jest stała temperatura 22°C. Temperatura powietrza na zewnątrz wynosi 14°C.
a) Oblicz, ile ciepła stracimy w ciągu sekundy przez jedną ze ścian o powierzchni 20 m^2. Przyjmij, że przewodnictwo cieplne cegły wynosi 0,8 W/(K·m).
b) Aby zapobiec utracie ciepła, ocieplono budynek z zewnątrz warstwą styropianu o grubości 40 cm. Ile teraz tracimy ciepła przez tę samą ścianę? Przyjmij, że przewodnictwo cieplne styropianu wynosi 0,04 W/(K·m).
c) Jaka temperatura panuje na złączu matariałów?

Wskazówka:



Wskazówka:

$$H = \frac{Q}{t} = k \cdot \frac{S}{L} \cdot (T_1 - T_2)$$

H - strumień ciepła, Q - przekazane ciepło, k - współczynnik przewodnictwa cieplnego, S - powierzchnia ciała, L - grubość ciała, T_1 - temperatura powietrza wewnątrz domu, T_2 - temperatura powietrza na zewnątrz.

Wskazówka:

$$H_1 \cdot \frac{L_1}{k_1} = S \cdot (T_1 - T_3)$$

$$H_2 \cdot \frac{L_2}{k_2} = S \cdot (T_3 - T_2)$$

W warunkach stacjonarnych strumienie ciepła przepływające przez obie warstwy muszą być równe, stąd:

$$H_1 = H_2 = H$$

Dodając dwa pierwsze równania stronami i porządkujac je, uzyskujemy:

$$H = S \cdot \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}}$$

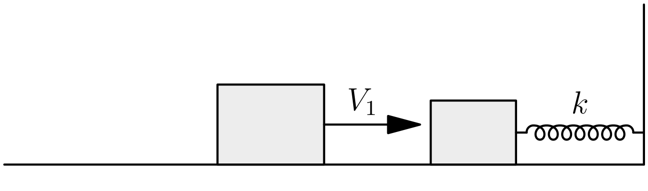
H_1 - strumień ciepła płynący przez cegłę, H_2 - strumień ciepła płynący przez styropian, k_1 - współczynnik przewodnictwa cieplnego cegły, k_2 - współczynnik przewodnictwa cieplnego styropianu, L_1 - grubość cegły, L_2 - grubość styropianu, T_3 - temperatura panująca między cegłą a styropianem.

Odpowiedź: Przez ceglany mur tracimy około 365,71 J na sekundę, a przez mur ocieplony warstwą styropianu 15,3 J na sekundę. Temperatura między cegłą a styropianem jest równa 21,1°C.

3 (4) Zadanie – Zderzenie niesprężyste

Magda Gładka, update: 2018-02-08, id: pl-dynamika-0008100, diff: 2

Na poziomym, bardzo śliskim stole znajduje się sześcienny klocek o masie 0,5 kg. Do jednej z jego ścian jest przymocowana nieodkształcona sprężyna o współczynniku sprężystości $k = 168$ N/m, której drugi koniec jest przyczepiony do ściany, a sprężyna jest równoległa do blatu stołu. W pewnym momencie z klockiem tym zderza się drugi sześcian o masie 1 kg, poruszający się z prędkością $V_1 = 3$ m/s. Oblicz maksymalne ściśnięcie sprężyny, jeśli klocki w momencie zderzenia zlepiają się.



Wskazówka: Skorzystaj z zasady zachowania pędu

$$p_1 = p_2,$$

$$m_1 V_1 = V_2(m_1 + m_2),$$

gdzie V_2 to prędkość zlepionych klocków po zderzeniu.

Wskazówka: Skorzystaj z zasady zachowania energii mechanicznej - energia kinetyczna E_k zmienia się w energię potencjalną sprężystości E_{ps}

$$E_k = E_{ps},$$

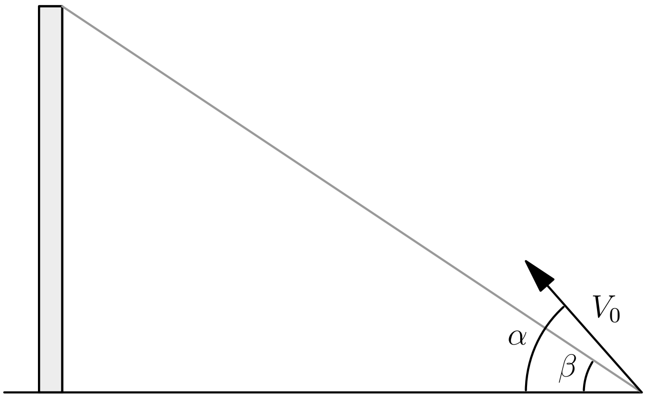
$$\frac{(m_1 + m_2)V_2^2}{2} = \frac{kx_{max}^2}{2}.$$

Odpowiedź: Maksymalne ściśnięcie sprężyny wynosi $x_{max} = m_1 V_1 \sqrt{\frac{1}{k(m_1+m_2)}} = 18{,}9$ cm, gdzie m_1 to masa uderzającego klocka, a m_2 to masa klocka zaczepionego do sprężyny.

4 (4) Zadanie – Rzut ukośny

Magda Gładka, update: 2017-07-09, id: pl-kinematyka-0005000, diff: 2

Marcin chce kopnąć małą piłkę z powierzchni ziemi pod kątem $\alpha = 60°$ do poziomu tak, aby uderzyła w wierzchołek słupa znajdujący się na wysokości równej 14 m, a widoczny, z punktu wyrzutu, pod kątem $\beta = 40°$ względem powierzchni ziemi. Jaką wartość prędkości V_0 powinien nadać piłce? Opory powietrza pominąć.



To też *nowości!*

Wskazówka: Widać, że $\operatorname{tg}\beta$ to stosunek wysokości słupa do odległości jego podstawy od miejsca wyrzutu piłki

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg}\beta.$$

Wskazówka: Przyjmując za początek ruchu początek kartezjańskiego układu współrzędnych, położenie ciała po czasie t określają równania (w pionie mamy do czynienia z ruchem jednostajnie opóźnionym, a w poziomie z jednostajnym)

$$y = V_{0y}t - \frac{gt^2}{2},$$

$$x = V_{0x}t,$$

gdzie V_{0y} to składowa pionowa prędkości V_0, a V_{0x} to składowa pozioma prędkości V_0

$$V_{0y} = V_0 \sin\alpha,$$

$$V_{0x} = V_0 \cos\alpha.$$

Odpowiedź: Wartość prędkości piłki w momencie wyrzutu wynosi

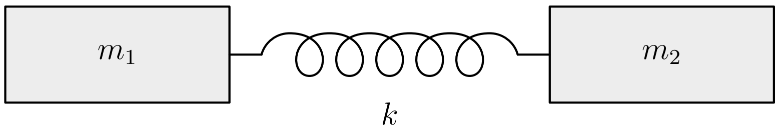
$$V_0 = \sqrt{\frac{gy}{2(\tan\alpha - \tan\beta)\cos^2\alpha\tan\beta}} \approx 19{,}1 \text{ m/s},$$

gdzie y to wysokość słupa.

5 (3) Zadanie – Dwa ciężarki połączone sprężyną

Piotr Nieżurawski, update: 2017-05-25, id: pl-dynamika-0008200, diff: 1

Wyznacz okres drgań układu składającego się z dwóch ciężarków o masach m_1 i m_2 połączonych bardzo lekką sprężyną o współczynniku sprężystości k. Rozważ tylko drgania, przy których sprężyna nie wygina się na boki. Pomiń wpływ innych ciał. Uzyskaj również wynik liczbowy dla $k = 48$ N/m, $m_1 = 2$ kg oraz $m_2 = 3$ kg.



Wskazówka: Opiszmy położenie ciężarków za pomocą współrzędnych x_1 oraz x_2, przyjmijmy zwrot osi X w prawo. Odstęp między nimi to $u \equiv x_2 - x_1$.

Wskazówka: Niech l będzie długością swobodną sprężyny. Siła sprężystości działająca na drugi ciężarek będzie równa: $-k(u - l)$.

Wskazówka: Równiania ruchu dla obu ciężarków:

$$m_1\ddot{x}_1 = +k(u - l)$$

$$m_2\ddot{x}_2 = -k(u - l)$$

Wskazówka: Po wyznaczeniu przyśpieszeń i odjęciu równań stronami otrzymujemy:

$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 = -k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)(u - l)$$

Ale

$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 = \ddot{u}$$

Prowadzi to do równania oscylatora

$$\ddot{u} = -k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)(u - l)$$

Odpowiedź: Okres drgań będzie równy

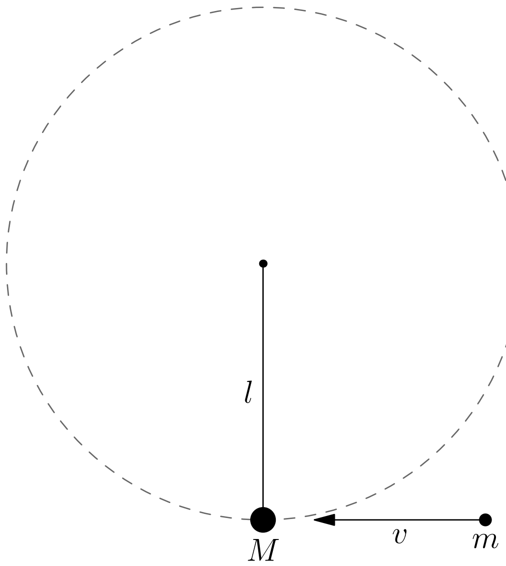
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$$

Wynik liczbowy $T \approx 0{,}994$ s.

6 (4) Zadanie – Postrzelone wahadło

Piotr Nieżurawski, update: 2017-05-07, id: pl-dynamika-0010000, diff: 2

Metalowy ciężarek o masie $M = 207$ g wisi na bardzo lekkim sznurku o długości $l = 59$ cm. Sznurek zaczepiony jest jednym końcem w środku masy ciężarka, a drugim w taki sposób, że po nadaniu ciężarkowi prędkości o odpowiednio dużej wartości ciężarek może poruszać się po okręgu zawartym w pionowej płaszczyźnie. W pewnej chwili w ciężarek uderza poziomo lecący z prędkością o wartości v pocisk o masie $m = 32$ g. Pocisk zlepia się trwale z ciężarkiem. Powstałą bryłę można traktować jak punkt materialny. Jaka powinna być minimalna wartość prędkości pocisku, aby utworzona bryła zatoczyła pełny okrąg o promieniu l w płaszczyźnie pionowej? Przyśpieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe 9,8 m/s^2. Pomiń opory ruchu bryły.



Wskazówka: Jaka będzie prędkość powstałej bryły tuż po zderzeniu i zlepienu się ciężarka i pocisku?

Wskazówka: Jaka będzie prędkość bryły w najwyższym punkcie okręgu?

Wskazówka: Jaki warunek musi być spełniony w najwyższym punkcie okręgu, by torem bryły był właśnie okrąg?

Wskazówka: Ile jest równa minimalna wartość prędkości spełniająca ten warunek?

Odpowiedź: Oznaczmy indeksem 1 prędkość bryły w najniższym punkcie okręgu, a przez 2 w najwyższym. Dodatkowo niech $\mu \equiv m + M$. Otrzymujemy układ równań:

$$mv = \mu v_1$$

$$\frac{1}{2}\mu v_1^2 = \frac{1}{2}\mu v_2^2 + \mu g 2l$$

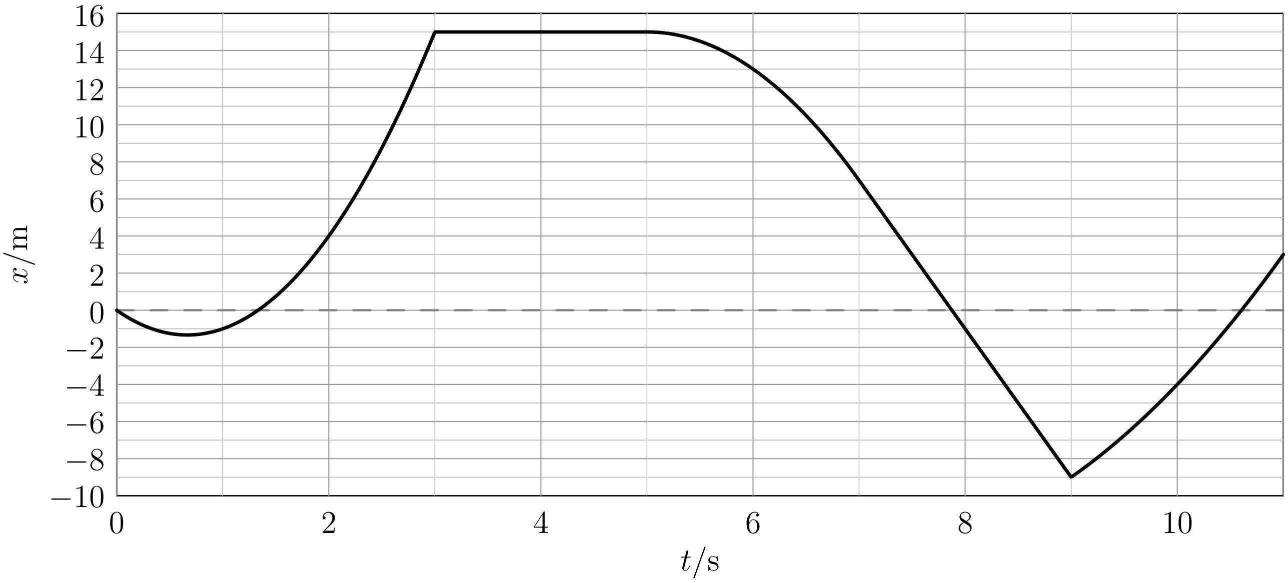
$$\frac{v_2^2}{l} = g$$

Rozwiązaniem jest $v = \frac{m+M}{m}\sqrt{5gl} \approx 40{,}2$ m/s.

7 (4) Zadanie – Niezdecydowany punkt materialny

Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-21, id: pl-kinematyka-0001000, diff: 2

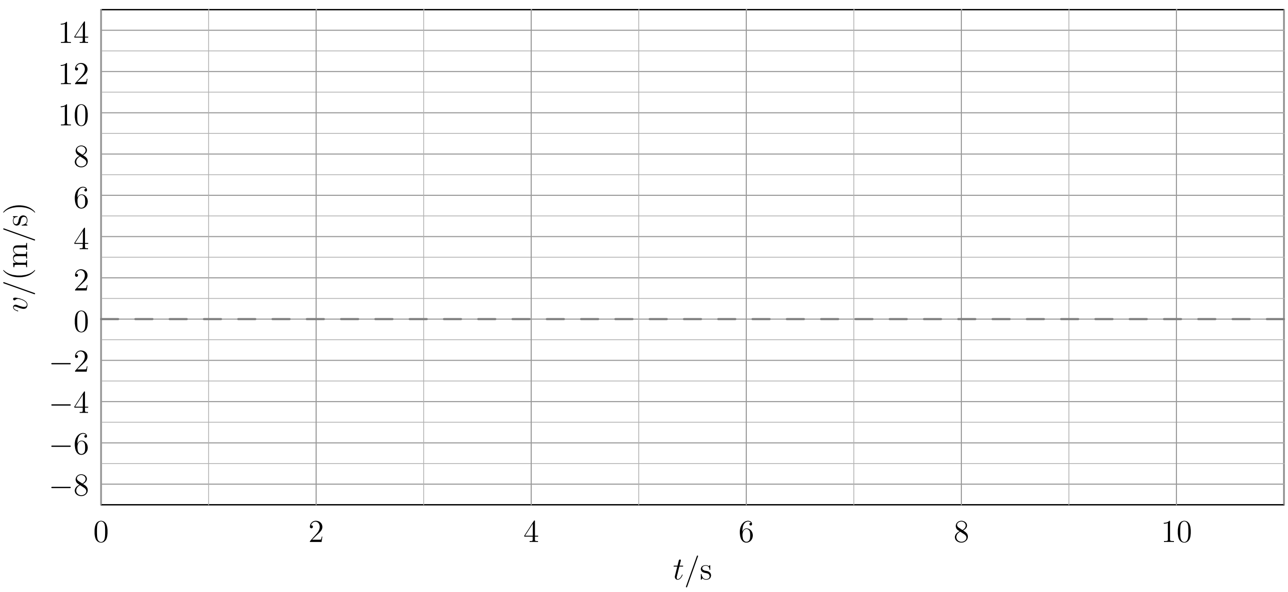
Punkt materialny porusza się wzdłuż osi X. Na wykresie przedstawiono zależność jego położenia x od czasu t.



W tabeli podano przyśpieszenie a punktu materialnego w poszczególnych interwałach czasu.

t/s	$[0,3[$	$]3,5[$	$]5,7[$	$]7,9[$	$]9,11]$
$a/(\mathrm{m/s^2})$	6	0	−4	0	2

Wykonaj wykres zależności prędkości v od czasu dla tego punktu materialnego dla $t \in [0, 11]$ s.



Wskazówka: Jeśli v jest dodatnie, to punkt materialny porusza się zgodnie ze zwrotem osi X, a jeśli v jest ujemne, to punkt materialny porusza się w przeciwną stronę.

Wskazówka:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Wskazówka: Wygodniej będzie posłużyć się zmianami wielkości. Po danym interwale czasowym Δt mamy:

$$\Delta x = v_0\,\Delta t + \frac{1}{2} a\,\Delta t^2,$$

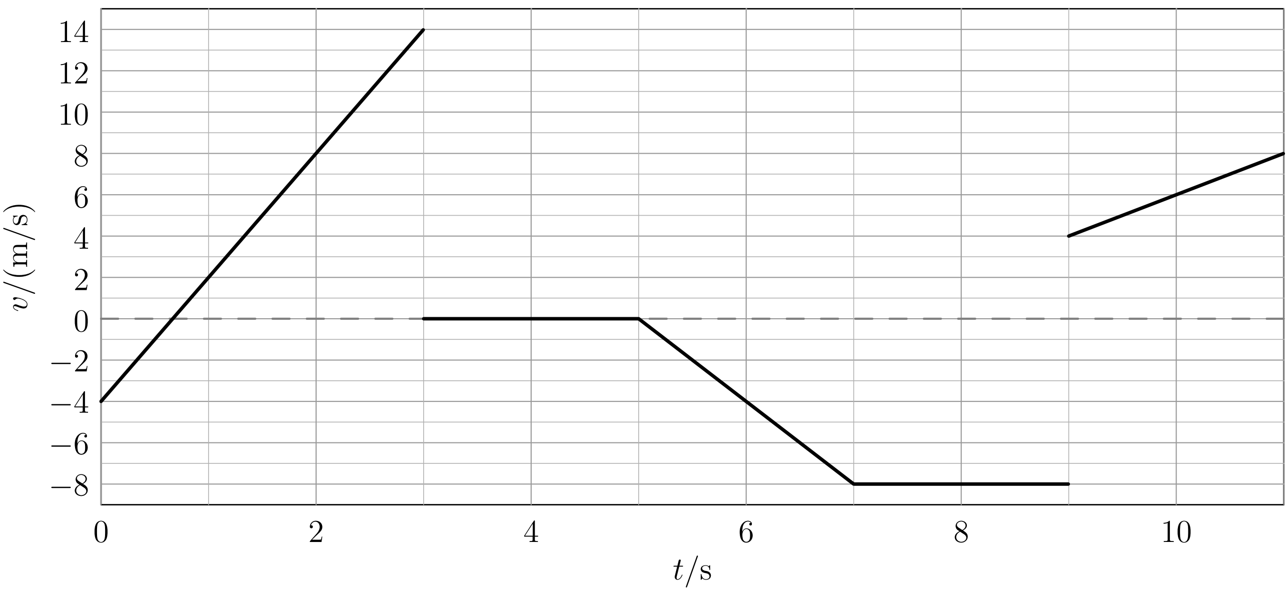
więc prędkość na początku przedziału to

$$v_0 = \Delta x/\Delta t - \frac{1}{2} a\,\Delta t$$

Wskazówka: Na końcu interwału czasowego Δt prędkość to

$$v_f = v_0 + a\,\Delta t = \Delta x/\Delta t + \frac{1}{2} a\,\Delta t$$

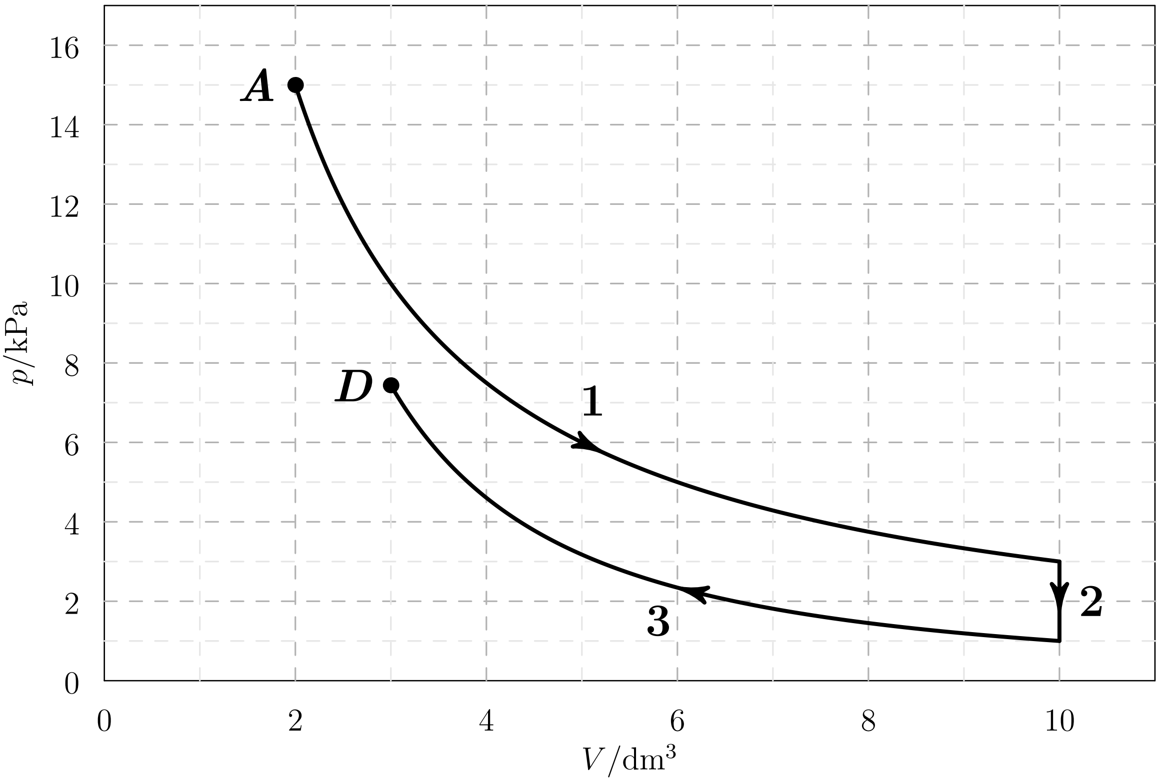
Odpowiedź: Poprawny wykres:



8 (3) Zadanie – Przemiany gazowe

Piotr Nieżurawski, update: 2017-05-03, id: pl-termodynamika-0020000, diff: 1

Ustalona porcja gazowego neonu przeszła przemiany 1, 2 i 3 przedstawione na poniższym wykresie, gdzie p oznacza ciśnienie gazu, a V jego objętość. Początkowo parametry gazu opisywał punkt A. Wiadomo, że przemiana 3 była adiabatyczna.
a) Podaj nazwy przemian 1 i 2. W przypadku przemiany 1 swoją hipotezę dotyczącą rodzaju przemiany sprawdź w 3 różnych punktach.
b) Dla każdej z przemian wskaż wielkości, które są zawsze równe 0 w trakcie tej przemiany.
c) Czy gaz w punkcie D ma większą temperaturę niż w punkcie A?
d) Czy z punktu D może ta porcja gazu dotrzeć do punktu A w przemianie izobarycznej?



Wskazówka: W przemianie 1 iloczyn pV jest stały.

Wskazówka: Dla gazu doskonałego $T \propto pV$.

Odpowiedź:
a) Przemiana 1 to przemiana izotermiczna, gdyż pV ma zawsze tę samą wartość, np. $2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$ (w jednostkach kPa·dm^3). Przemiana 2 jest przemianą izochoryczną.
b) W trakcie przemiany 1 zmiana temperatury oraz zmiana energii wewnętrznej są równe 0, w trakcie przemiany 2 zmiana objętości oraz praca (wykonana nad gazem lub wykonana przez gaz), a w trakcie przemiany 3 wymienione z otoczeniem ciepło.
c) Nie. Iloczyn pV w punkcie A jest równy $2 \cdot 15 = 30$, a w punkcie D jest mniejszy niż $8 \cdot 3 = 24$ (w jednostkach kPa·dm^3).
d) Nie, gdyż ciśnienia w tych punktach są różne.

9 (4) Zadanie – Działania na zbiorach

Piotr Nieżurawski, update: 2016-07-30, id: pl-zbiory-0003000, diff: 2

Uprość poniższe wyrażenia, w których występują zbiory A i B:
a) $(B \setminus A) \setminus A$
b) $A \cup (B \setminus A)$
c) $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$
d) $(A \cap B) \setminus B$

Odpowiedź:
a) $B \setminus A$
b) $A \cup B$
c) $\{\}$
d) $\{\}$

10 (3) Zadanie – Samochód

Joanna Drabarz, update: 2016-07-09, id: pl-prędkość-droga-czas-0005000, diff: 1

Samochód pana Krzysztofa spala 8 litrów benzyny na sto kilometrów, a litr benzyny kosztuje 4 zł. Ile **pełnych** kilometrów przejedzie pan Krzysztof samochodem za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej, czyli za 2 zł?

Wskazówka: Na ile litrów benzyny wystarczy równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej? Odpowiedź: 0,5 litra.

Odpowiedź: Za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej samochód przejedzie 6 pełnych km.

11 (3) Zadanie – Prędkość człowieka

Joanna Drabarz, update: 2016-07-14, id: pl-prędkość-droga-czas-0003000, diff: 1

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 72150 metrów w ciągu 195 minut?

Wskazówka: Ile metrów pokonuje w ciągu minuty? Odpowiedź: 370 m.

Wskazówka: Ile metrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 22200 m.

Wskazówka: Ile kilometrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 22,2 km.

Odpowiedź: Człowiek porusza się z prędkością 22,2 km/h.

12 (3) Zadanie – Prędkość człowieka

Joanna Drabarz, update: 2016-07-14, id: pl-prędkość-droga-czas-0003000, diff: 1

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 5850 metrów w ciągu 15 minut?

Wskazówka: Ile metrów pokonuje w ciągu minuty? Odpowiedź: 390 m.

Wskazówka: Ile metrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 23400 m.

Wskazówka: Ile kilometrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 23,4 km.

Odpowiedź: Człowiek porusza się z prędkością 23,4 km/h.

13 (4) Zadanie – Fotografia

Joanna Drabarz, update: 2016-07-07, id: pl-skala-0003000-dpc, diff: 2

Łazik marsjański przesłał zdjęcie znalezionego obiektu do analizy. Na zdjęciu w skali 1:90 obiekt miał 10,5 mm. Aby go dokładniej zbadać, powiększono zdjęcie. Jaką wielkość będzie miał ten obiekt w skali 4:1?

-*dpc* na końcu id oznacza możliwość kontroli miejsc dziesiętnych

Wskazówka: 10,5 mm na fotografii to ile milimetrów w rzeczywistości (w skali 1:1)? Odpowiedź: 945 mm.

Wskazówka: 945 mm to ile mm w skali 4:1? Odpowiedź: 3780 mm.

Odpowiedź: Na powiększonym zdjęciu obiekt będzie miał długość 3780 mm.