Punkt Potrójny, 26 lutego 2017 r.

Termodynamika, ciepło

C. Właściwy

Rozwiązanie każdego zadania zapisz na oddzielnej, podpisanej kartce z wyraźnie zaznaczonym numerem zadania.

1 Zadanie – Ogrzewanie wody

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000400, diff: 1

Ile ciepła należy dostarczyć 300 g wody, aby ogrzać ją o 60 K? Wynik wyraź w kJ. Przyjmij, że ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K).

Wskazówka:

$$c_w = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

c_w - ciepło właściwe, Q - przekazane ciepło, ΔT - zmiana temperatury.

Odpowiedź: Należy dostarczyć 75,6 kJ.

2 Zadanie – Ochładzanie sali

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-22, id: pl-ciepło-0000500, diff: 2

W pomieszczeniu są klimatyzatory o maksymalnej mocy chłodniczej 3 kW. W sali znajduje się 45 studentów. Można przyjąć, że każdy z nich wydziela ciepło z szybkością około 340 kJ/godz. W pomieszczeniu znajduje się także 17 żarówek, każda o mocy 80 W. Ponieważ na zewnątrz panuje wysoka temperatura, przez ścianę przenika ciepło z szybkością 8 MJ/godz. Ile klimatyzatorów powinno być włączonych, jeśli powietrze w pomieszczeniu ma być utrzymywane w stałej temperaturze 18°C?

Wskazówka: Oblicz ilość wytwarzanego ciepła w ciągu sekundy przez studentów, żarówki oraz ciepło przepływające przez ściany.

Wskazówka: Moc działających klimatyzatorów musi być równa ilości wytwarzanego ciepła w ciągu sekundy.

Odpowiedź: Powinny być włączone 3 klimatyzatory.

3 Zadanie – Kolektor słoneczny

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000550, diff: 2

Na dachu zamontowany jest kolektor słoneczny o sprawności $n = 25\%$. Energia słoneczna docierająca do kolektora przekazywana jest do wody krążącej w rurach kolektora. Jaka jest powierzchnia kolektora, jeśli w ciągu godziny ogrzewa 247 litrów wody, zwiększając jej temperaturę o 20°C? Przyjmij, że w danej godzinie natężenie promieniowania słonecznego wynosi 770 W/m^2. Ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K), a jej gęstość 1000 kg/m^3.

Wskazówka: Natężenie promieniowania jest równe

$$I = \frac{P}{S}$$

P - moc docierająca do kolektora, S - powierzchnia.

Wskazówka: Moc z jaką ogrzewana jest woda

$$P' = \frac{Q}{t} = \frac{c_w \cdot m \cdot \Delta T}{t}$$

Q - ciepło, t - czas, c_w - ciepło właściwe wody, m - masa wody, ΔT - zmiana temperatury.

Wskazówka:

$$P' = n \cdot P$$

Wskazówka: Powierzchnia kolektora jest równa

$$S = \frac{P}{I} = \frac{c_w \cdot m \cdot \Delta T}{t \cdot I \cdot n}$$

Odpowiedź: Powierzchnia kolektora słonecznego wynosi 29,9 m^2.

4 Zadanie – Ciepło właściwe ciała

Małgorzata Berajter, update: 2017-09-21, id: pl-ciepło-0000600, diff: 2

Do aluminiowego kalorymetru o masie 200 g włożono kulę o masie 420 g. Następnie do naczynia wlano 20 g wrzącej wody i zamknięto kalorymetr, aby zminimalizować wymianę ciepła z otoczeniem. Po ustaleniu się równowagi termicznej układu zmierzono temperaturę wody, wyniosła ona 35°C. Temperatura początkowa kalorymetru i kuli jest równa temperaturze otoczenia i wynosi 20°C. Przyjmij, że ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K), a ciepło właściwe aluminium 900 J/(kg·K). Oblicz ciepło właściwe kuli, a następnie sprawdź w tablicy, z jakiego materiału jest najprawdopodobniej zbudowana. Zastanów się, dlaczego otrzymana wartość różni się od wartości podanej w tablicy.

substancja	ciepło właściwe J/(kg·K)
cyna	220
miedź	380
nikiel	460
glin	900

Wskazówka: Wykonaj bilans energetyczny.

Wskazówka:

$$c_{ww} \cdot m_w \cdot (100°\mathrm{C} - t_k) = c_{wk} \cdot m_k \cdot (t_k - t_p) + c_{wc} \cdot m_c \cdot (t_k - t_p)$$

c_{ww} - ciepło właściwe wody, m_w - masa wody, t_k temperatura końcowa układu, t_p - temperatura początkowa układu, m_k - masa kalorymetru, c_{wc} - ciepło właściwe kuli, m_c - masa kuli.

Odpowiedź: Ciepło właściwe kuli wynosi 438 J/(kg·K). Otrzymana wartość ciepła właściwego różni się od wartości podanych w tablicy. W obliczeniach nie uwzględniliśmy wymiany ciepła między otoczeniem a układem, która występuje mimo zastosowania kalorymetru. Kula jest prawdopodobnie zbudowana z miedzi.

5 Zadanie – Topienie złota

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000800, diff: 1

Jubiler na stopienie złota zużył 640 J energii. Oblicz, ile złota stopił jubiler, wiedząc, że złoto było już podgrzane do temperatury topnienia oraz że ciepło topnienia złota wynosi 64 kJ/kg.

Wskazówka:

$$c_t = \frac{Q}{m}$$

c_t - ciepło topnienia, Q - przekazane ciepło, m - masa ciała.

Odpowiedź: Złotnik stopił 10 g złota.

6 Zadanie – Parowanie wody

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000900, diff: 1

Do naczynia zawierającego 0,6 kg wody włożono grzałkę o mocy 900 W, a następnie doprowadzono wodę do wrzenia. Ile wody wyparowało w ciągu 5 minut wrzenia? Przyjmij, że ciepło parowania wody wynosi 2270 kJ/kg.

Wskazówka:

$$Q = P \cdot t$$

Q - przekazane ciepło, P - moc grzałki, t - czas.

Wskazówka: Wykonaj bilans energetyczny.

Odpowiedź: Wyparowało 119 g wody.

7 Zadanie – Silnik spalinowy

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000950, diff: 2

Samochód jedzie po autostradzie ze stałą prędkością. By utrzymać prędkość, silnik pracuje z mocą 16 kW. Sprawność silnika wynosi 23%. Ile zapłacimy za benzynę zużytą przez samochód jadący przez 2,5 godziny? Cena benzyny na stacji paliw wynosi 4,77 zł/l, ciepło spalania wynosi 42 MJ/kg, a jej gęstość 0,7 g/cm^3.

Wskazówka:

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

η - sprawność cieplna silnika, W - praca wykonana przez silnik, Q - dostarczone ciepło.

Wskazówka:

$$m = \frac{P \cdot t}{\eta \cdot c_s}$$

m - masa benzyny, P - moc silnika, c_s - ciepło spalania.

Wskazówka: Aby obliczyć koszt przejazdu, trzeba znać objętość zużytego paliwa.

Odpowiedź: Za benzynę zapłacimy 101,58 zł.

8 Zadanie – Lód w ciepłej wodzie

Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-22, id: pl-ciepło-0001000, diff: 1

Blok lodu o temperaturze $-8°C$ i masie 160 g włożono do 740 g wody o temperaturze 65°C. Oblicz końcową temperaturę układu, zakładając, że nie następuje wymiana cieplna z otoczeniem. Przyjmij wartości: ciepła właściwego lodu 2050 J/(kg K), ciepła topnienia lodu 334 kJ/kg, ciepła właściwego wody (cieczy) 4200 J/(kg K).

Wskazówka: Układ jest izolowany, całkowita energia nie zmieniła się.

Wskazówka: Wykonaj bilans energetyczny.

Wskazówka: $(0°\mathrm{C} - T_i)c_i m_i + m_i l_i + (T_f - 0°\mathrm{C})m_i c_w + (T_f - T_w)m_w c_w = 0$

Odpowiedź: Końcowa temperatura układu $T_f = (T_w m_w c_w + (T_i c_i - l_i)m_i)/[(m_i + m_w)c_w] \approx$ 38,6°C.

9 Zadanie – Podgrzewanie lodu

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-ciepło-0001200, diff: 3

W naczyniu znajdował się lód o masie 3 kg w temperaturze $-25°C$. Naczynie to postawiono na kuchence gazowej i ogrzewano przez 0,1 min. Moc kuchenki wynosiła 8 kW. Sprawność procesu ogrzewania zawartości naczynia była równa 36%.

a) Czy lód się stopił?

b) Oblicz temperaturę końcową zawartości naczynia. Wynik podaj z dokładnością do 2 cyfr znaczących.

W obliczeniach pomiń ciepło oddane do otoczenia i naczynia. Przyjmij, że ciepło topnienia lodu wynosi $L = 330$ kJ/kg, ciepło właściwe lodu $c_l = 2100$ J/(kg · K), a ciepło właściwe wody $c_w = 4200$ J/(kg · K).

Wskazówka: Należy skorzystać z zależności wynikających z bilansu cieplnego. Zwróć uwagę na to, które wielkości w obliczeniach będą dodatnie, a które ujemne.

Wskazówka: To, czy lód się roztopi, zależy przede wszystkim od ilości ciepła, które dostarczymy do układu

$$Q_0 = Pt\eta,$$

gdzie P jest mocą kuchenki, t czasem ogrzewania, a η sprawnością procesu ogrzewania.
Jeżeli ciepło to jest mniejsze od ciepła potrzebnego do ogrzania lodu do temperatury topnienia (0°C), to w naczyniu nadal znajduje się lód, tylko w wyższej temperaturze. Ciepło potrzebne do ogrzania lodu do temperatury topnienia Q_1 można obliczyć za pomocą zależności

$$Q_1 = mc_l(0°\mathrm{C} - T_p),$$

gdzie m jest masą lodu, a T_p to temperatura początkowa lodu w stopniach Celsjusza.
Jeżeli $Q_0 < Q_1$, to temperaturę końcową T_k można obliczyć w następujący sposób

$$Q_0 = mc_l(T_k - T_p)$$

$$T_k = \frac{Q_0}{mc_l} + T_p$$

Jeżeli nie, to należy sprawdzić, czy ciepło Q_0 jest większe od sumy ciepła potrzebnego do ogrzania lodu do temperatury topnienia Q_1 oraz ciepła potrzebnego do roztopienia lodu Q_2.

$$Q_2 = mL.$$

Jeżeli $Q_1 < Q_0 < Q_1 + Q_2$, to otrzymano mieszaninę lodu i wody o temperaturze końcowej $T_k = 0°\mathrm{C}$.
Jeżeli jednak $Q_1 + Q_2 < Q_0$, to lód roztopił się, a temperaturę końcową można obliczyć w następujący sposób:

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 + mc_w(T_k - 0°\mathrm{C})$$

$$Q_0 = mc_l(0°\mathrm{C} - T_p) + mL + mc_w(T_k - 0°\mathrm{C})$$

$$T_k = \frac{Q_0 + mc_lT_p - mL}{mc_w}$$

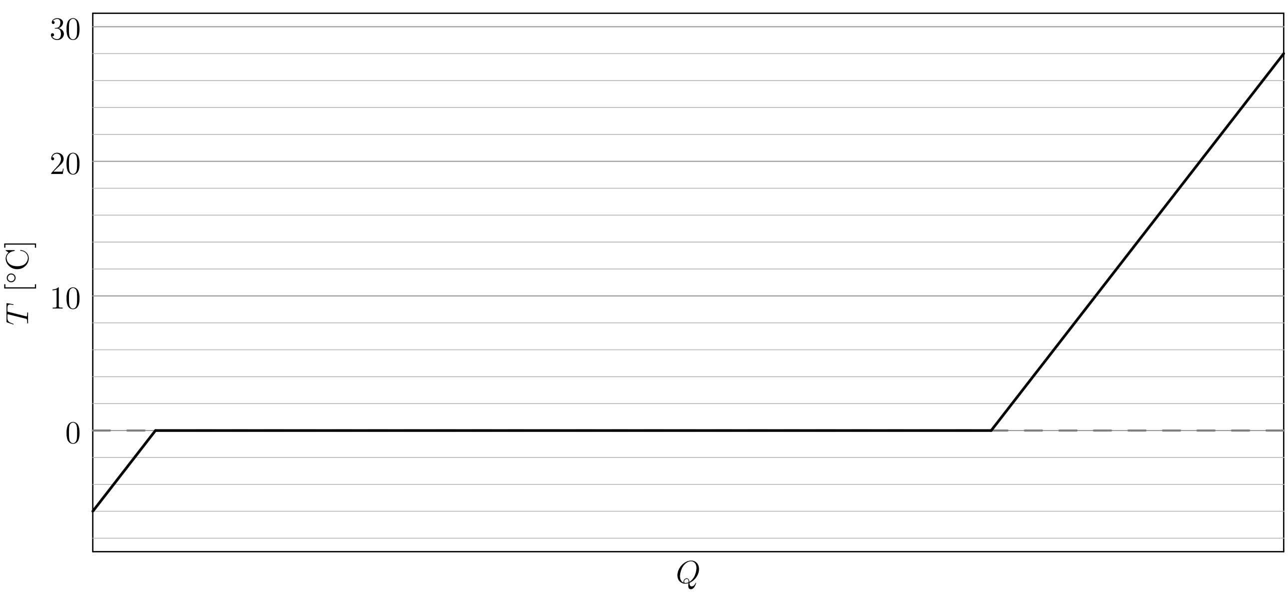
Odpowiedź: Lód nie roztopił się, jego temperatura wynosi $-22°\mathrm{C}$.

10 Zadanie – Zjawiska cieplne

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0001500, diff: 1

Na rysunku poniżej przedstawiono zależność temperatury próbki 3 g H_2O od wymienionego z otoczeniem ciepła. Rozpoznaj i podpisz przedstawione zjawiska cieplne. Oblicz, ile kalorii próbka wymieniła z otoczeniem podczas całego procesu przedstawionego na rysunku. Potrzebne dane znajdują się w tabeli. Przyjmij, że na diagramie został przedstawiony cały proces przemiany fazowej. Uwaga, rysunek nie zachowuje skali.

ciepło topnienia/zamarzania	336000 J/kg
ciepło parowania/skraplania	2270000 J/kg
ciepło właściwe (woda)	4200 J/(kg·K)
ciepło właściwe (lód)	2100 J/(kg·K)
ciepło właściwe (para wodna)	2000 J/(kg·K)



Wskazówka: Ciepło wymienione z układem zostało wykorzystane na ogrzanie lodu od −6°C do 0°C, stopienie lodu i ogrzanie wody do 28°C.

Wskazówka:

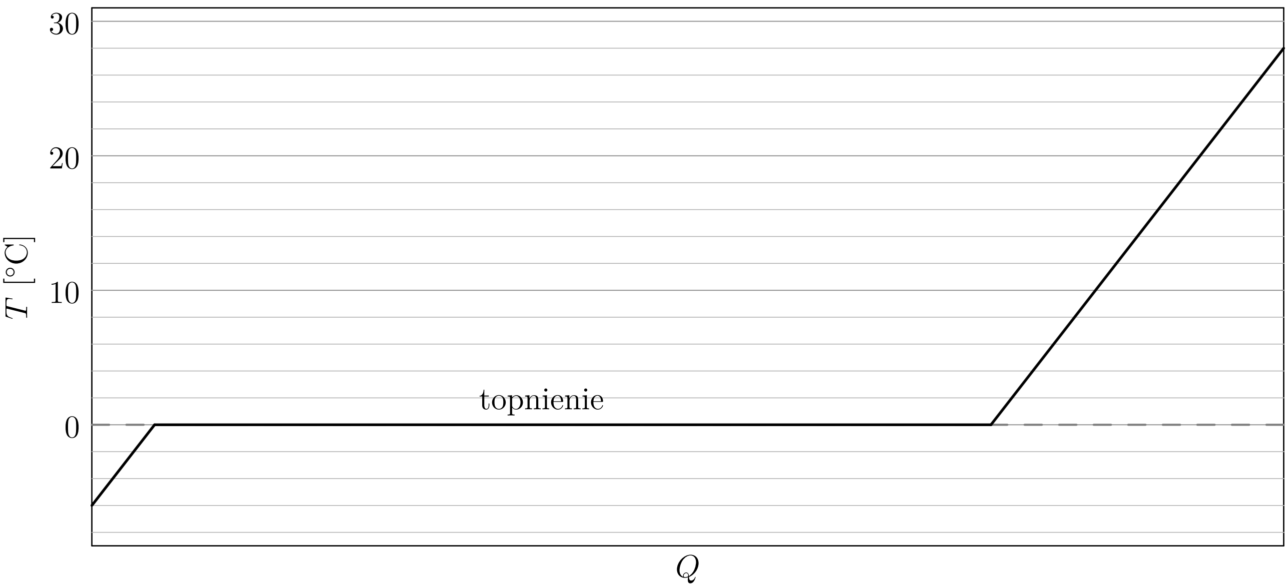
$$Q = c_{wl} \cdot m \cdot (T_2 - T_1) + c_t \cdot m + c_{ww} \cdot m \cdot (T_3 - T_2)$$

Q - przekazane ciepło, c_{wl} - ciepło właściwe lodu, m - masa ciała, T_2 - temperatura początkowa, T_1 - temperatura topnienia, c_t - ciepło topnienia, T_3 - temperatura końcowa, c_{ww} - ciepło właściwe wody.

Wskazówka: Zamień ciepło wyrażone w dżulach na kalorie.

$$4{,}2\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{cal}$$

Odpowiedź:



Całkowita ilość ciepła wymienionego z otoczeniem, podczas wszystkich procesów ukazanych na rysunku, jest równa w przybliżeniu 333 cal.

11 Zadanie – Granitowa płyta

Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-19, id: pl-ciepło-0002000, diff: 1

Powierzchnia płyty granitowej to $98 \cdot 10^3$ m^2, a jej grubość 4 m. Pod płytą panuje temperatura 30°C, a nad płytą −8°C. Oblicz ciepło przepływające przez płytę w trakcie jednej minuty, jeśli współczynnik przewodnictwa cieplnego granitu jest równy 2 W/(K · m).

Wskazówka: Strumień ciepła jest wprost proporcjonalny do różnicy temperatur, ΔT, i powierzchni, A, a odwrotnie proporcjonalny do grubości, h.

Wskazówka: Strumień ciepła: $H = k\,A\,\Delta T/h$

Wskazówka: Ciepło: $Q = Ht$, gdzie t to czas.

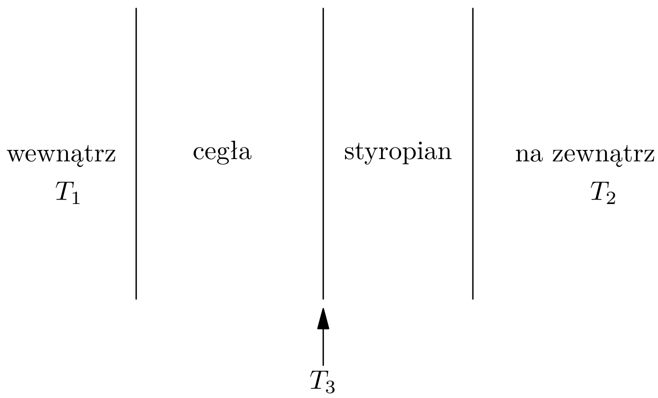
Odpowiedź: Ciepło: $Q \approx 112$ MJ.

12 Zadanie – Ceglany dom

Małgorzata Berajter, update: 2017-09-19, id: pl-ciepło-0002100, diff: 3

Ceglany dom ma ściany o grubości 30 cm. Wewnątrz domu utrzymywana jest stała temperatura 21°C. Temperatura powietrza na zewnątrz wynosi 14°C.
a) Oblicz, ile ciepła stracimy w ciągu sekundy przez jedną ze ścian o powierzchni 25 m^2. Przyjmij, że przewodnictwo cieplne cegły wynosi 1 W/(K·m).
b) Aby zapobiec utracie ciepła, ocieplono budynek z zewnątrz warstwą styropianu o grubości 50 cm. Ile teraz tracimy ciepła przez tę samą ścianę? Przyjmij, że przewodnictwo cieplne styropianu wynosi 0,04 W/(K·m).
c) Jaka temperatura panuje na złączu mataria łów?

Wskazówka:



Wskazówka:

$$H = \frac{Q}{t} = k \cdot \frac{S}{L} \cdot (T_1 - T_2)$$

H - strumień ciepła, Q - przekazane ciepło, k - współczynnik przewodnictwa cieplnego, S - powierzchnia ciała, L - grubość ciała, T_1 - temperatura powietrza wewnątrz domu, T_2 - temperatura powietrza na zewnątrz.

Wskazówka:

$$H_1 \cdot \frac{L_1}{k_1} = S \cdot (T_1 - T_3)$$

$$H_2 \cdot \frac{L_2}{k_2} = S \cdot (T_3 - T_2)$$

W warunkach stacjonarnych strumienie ciepła przepływające przez obie warstwy muszą być równe, stąd:

$$H_1 = H_2 = H$$

Dodając dwa pierwsze równania stronami i porządkujac je, uzyskujemy:

$$H = S \cdot \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}}$$

H_1 - strumień ciepła płynący przez cegłę, H_2 - strumień ciepła płynący przez styropian, k_1 - współczynnik przewodnictwa cieplnego cegły, k_2 - współczynnik przewodnictwa cieplnego styropianu, L_1 - grubość cegły, L_2 - grubość styropianu, T_3 - temperatura panująca między cegłą a styropianem.

Odpowiedź: Przez ceglany mur tracimy około 583,33 J na sekundę, a przez mur ocieplony warstwą styropianu 13,7 J na sekundę. Temperatura między cegłą a styropianem jest równa 20,5°C.

13 Zadanie – Wydłużenie szyny

Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-30, id: pl-ciepło-0003000, diff: 1

Oblicz, o ile zmieni się długość stalowej szyny po ogrzaniu jej do temperatury 13°C, jeśli jej długość przy temperaturze 3°C jest równa 9 m. Współczynnik rozszerzalności cieplnej użytej stali jest równy $0{,}99 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

Wskazówka: Wydłużenie jest wprost proporcjonalne do różnicy temperatur i początkowej długości.

Odpowiedź: Wydłużenie szyny: $\Delta l = \alpha \, \Delta T \, l \approx 0{,}891$ mm.

14 Zadanie – Zegar

Małgorzata Berajter, update: 2017-09-06, id: pl-ciepło-0003500, diff: 2

Pewien zegar, posiadający wahadło z mosiądzu, odmierza dokładnie czas w temperaturze 20°C. Temperatura spadła do −2°C. O ile więcej wahnięć w ciągu doby wykona zegar w niższej temperaturze? Przyjmij, że współczynnik rozszerzalności cieplnej mosiądzu wynosi $19 \cdot 10^{-6}$ 1/K. Jeden koniec pręta z mosiądzu zamocowany jest w taki sposób, by mógł obracać się w płaszczyźnie pionowej. Do drugiego końca pręta przymocowany jest ciężarek. Długość pręta jest znacznie większa od rozmiarów ciężarka. Pręt z mosiądzu jest znacznie lżejszy niż przyczepiony do niego ciężarek.

Wskazówka: Okres wahadła w temperaturze początkowej wynosi 1 s.

Wskazówka:

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

P - okres drgań, l - długość wahadła, g - przyspieszenie ziemskie.

Wskazówka: Zmiana długości pręta:

$$\Delta l = \alpha \cdot \Delta T \cdot l$$

ΔT - zmiana temeperatury, α - współczynnik rozszerzalności liniowej.

Wskazówka:

$$\Delta n = \frac{1}{\sqrt{(1 - \alpha\Delta T)}} - 1$$

Δn - zmiana liczby wahnięć w trakcie 1 s.

Odpowiedź: Zegar wykona o 18,1 więcej wahnięć na dobę.

15 Zadanie – Spadająca kulka

Małgorzata Berajter, Piotr Nieżurawski, update: 2018-07-05, id: pl-ciepło-0003900, diff: 2

Z jaką prędkością powinna spadać kulka wykonana z ołowiu, aby przy uderzeniu o ziemię całkowicie uległa stopieniu? Zakładamy, że mimo odkształcenia pocisk pozostał w całości oraz że przy uderzeniu $n = 31\%$ energii zostało przekazane pociskowi w formie ciepła. Temperatura początkowa kulki wynosi 298 K. Pozostałe potrzebne dane zamieszczone są w tabeli poniżej.

substancja	ciepło właściwe [J/(kg·K)]	ciepło topnienia [kJ/kg]	temperatura topnienia [°C]
cyna	222	59	232
ind	233	28	156
ołów	128	25	328

Wskazówka: Część energii kinetycznej kulki zostanie jej przekazana w postaci ciepła.

Wskazówka: Aby ciało uległo stopieniu, najpierw musi zostać podgrzane do temperatury topnienia

$$Q_1 = c_w \cdot m \cdot \Delta T$$

A następnie otrzymać tyle ciepła, aby się stopić

$$Q_2 = c_t \cdot m$$

Q_1 - ciepło przekazane na ogrzanie ciała, c_w - ciepło właściwe ciała, m - masa ciała, ΔT - zmiana temperatury, Q_2 - ciepło przekazane na stopienie ciała, c_t - ciepło topnienia ciała.

Wskazówka:

$$v = \sqrt{\frac{2}{n} \cdot (c_w \cdot \Delta T + c_t)}$$

v - prędkość kulki.

Odpowiedź: Kulka powinna spadać z prędkością około 641 m/s.

16 Zadanie – Spadająca kulka (1 wiersz tabeli)

Małgorzata Berajter, Piotr Nieżurawski, update: 2018-07-05, id: pl-ciepło-0003901, diff: 2

Z jaką prędkością powinna spadać kulka wykonana z indu, aby przy uderzeniu o ziemię całkowicie uległa stopieniu? Zakładamy, że mimo odkształcenia pocisk pozostał w całości oraz że przy uderzeniu $n = 31\%$ energii zostało przekazane pociskowi w formie ciepła. Temperatura początkowa kulki wynosi 296 K. Pozostałe potrzebne dane zamieszczone są w tabeli poniżej.

substancja	ciepło właściwe [J/(kg·K)]	ciepło topnienia [kJ/kg]	temperatura topnienia [°C]
ind	233	28	156

Wskazówka: Część energii kinetycznej kulki zostanie jej przekazana w postaci ciepła.

Wskazówka: Aby ciało uległo stopieniu, najpierw musi zostać podgrzane do temperatury topnienia

$$Q_1 = c_w \cdot m \cdot \Delta T$$

A następnie otrzymać tyle ciepła, aby się stopić

$$Q_2 = c_t \cdot m$$

Q_1 - ciepło przekazane na ogrzanie ciała, c_w - ciepło właściwe ciała, m - masa ciała, ΔT - zmiana temperatury, Q_2 - ciepło przekazane na stopienie ciała, c_t - ciepło topnienia ciała.

Wskazówka:

$$v = \sqrt{\frac{2}{n} \cdot (c_w \cdot \Delta T + c_t)}$$

v - prędkość kulki.

Odpowiedź: Kulka powinna spadać z prędkością około 617 m/s.

17 Zadanie – Lodowiec

Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-04, id: pl-ciepło-0004000, diff: 1

Oszacuj masę stopionego lodu z lodowca, który zsunął się i zatrzymał w dolinie. Początkowo lodowiec spoczywał na wysokości 438 m nad doliną i miał masę $4 \cdot 10^9$ kg. Załóż, że energia tracona przez zsuwający się lodowiec i spływającą wodę powstałą podczas topnienia lodowca powoduje dalsze topnienie lodu. Przyjmij ciepło topnienia lodu 334 kJ/kg. Przyśpieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe 9,8 m/s^2.

Wskazówka: Zmiana energii potencjalnej jest równa energii, która została zużyta na stopienie lodu.

Odpowiedź: Masa stopionego lodu to około $m_i = m_0\, g\, h/l \approx 51 \cdot 10^6$ kg, gdzie m_0 jest początkową masą lodowca, h zmianą wysokości lodowca, l ciepłem topnienia lodu, a g wartością przyśpieszenia ziemskiego. Oszacowanie to m.in. zakłada, że h jest zmianą wysokości środka masy lodowca razem z powstałą z niego wodą.

18 Zadanie – Promieniowanie kuli

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0010000, diff: 3

Gorąca kula o promieniu 8 cm, temperaturze powierzchni 600 K i względnej zdolności emisyjnej 0,67 wysyła energię w postaci promieniowania. Ile energii zaabsorbuje w ciągu 4 minut ciało doskonale czarne, które odbiera $7 \cdot 10^{-3}$ energii promieniowania wyemitowanego przez kulę? Stała Stefana-Boltzmanna wynosi $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/(m^2·K^4).

Wskazówka: Moc absorbowana przez ciało z otoczenia:

$$P = \sigma \cdot \varepsilon \cdot S \cdot T^4$$

σ - stała Stefana-Boltzmana, ε - względna zdolność emisyjna, S - powierzchnia ciała, T - temperatura ciała.

Odpowiedź: Ciało odbierze około 665 J energii.

19 Zadanie – Zmiana energii wewnętrznej układu

Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-30, id: pl-termodynamika-0003000, diff: 1

W pewnym procesie dostarczyliśmy do układu ciepło o wartości 290 J, wykonaliśmy pracę nad tym układem (np. sprężając go) o wartości 110 J oraz odebraliśmy od układu ciepło o wartości 210 J, a układ wykonał pracę o wartości 90 J. Oblicz zmianę energii wewnętrznej tego układu wskutek opisanego procesu.

Wskazówka: $\Delta U = Q + W$, gdzie Q jest ciepłem dostarczanym do układu, a W jest pracą wykonywaną nad układem.

Odpowiedź: Zmiana energii wewnętrznej układu: $\Delta U = Q_1 + W_1 + Q_2 + W_2 = 100$ J. Zauważ, że $Q_2 < 0$ oraz $W_2 < 0$.

20 Zadanie – Szybkość średnia atomu

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-22, id: pl-termodynamika-0004000, diff: 2

W pewnym ośrodku o temperaturze $-13°$C, poruszają się atomy neonu. Oblicz szybkość średnią kwadratową, z jaką poruszają się cząsteczki tego gazu, wiedząc, że jego masa molowa wynosi 20,2 g/mol.

Wskazówka: Wyraź temperaturę w kelwinach.

Wskazówka: Energia kinetyczna cząsteczki jest równa

$$\frac{3}{2}nRT$$

R - uniwersalna stała gazowa, T - temperatura.

Wskazówka: Uniwersalna stała gazowa wynosi 8,31 J/(mol·K).

Wskazówka: Szybkość średnia kwadratowa cząsteczki wynosi

$$\sqrt{3TR/\mu}$$

μ - masa molowa.

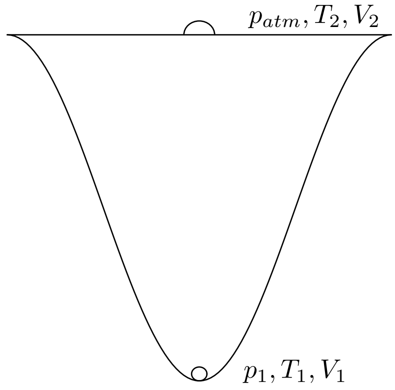
Odpowiedź: Szybkość średnia kwadratowa neonu jest równa w przybliżeniu 17,9 m/s.

21 Zadanie – Pęcherzyk powietrza

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-22, id: pl-termodynamika-0006000, diff: 2

Z dna jeziora o głębokości 29,1 m odrywa się pęcherzyk powietrza o promieniu 4,4 mm. Temperatura na dnie jeziora wynosi 3,8°C. Pęcherzyk po dotarciu na powierzchnię jeziora zmienił się w półsferyczną bańkę o promieniu 10,6 mm. Jaka temperatura panuje na powierzchni jeziora, jeśli ciśnienie atmosferyczne wynosi 100 kPa? Przyjmij, że gęstość wody wynosi 1000 kg/m^3, a gęstość powietrza w warunkach normalnych 1,29 kg/m^3. Pomiń wpływ napięcia powierzchniowego na ciśnienie w pęcherzyku. Załóż, że temperatura powietrza w pęcherzyku jest zawsze równa temperaturze otoczenia.

Wskazówka:



Wskazówka: Do znalezienia ciśnienia na dnie jeziora skorzystaj z równania

$$p = p_a + \rho_w \cdot g \cdot h$$

p - całkowite ciśnienie, p_a - ciśnienie atmosferyczne, ρ - gęstość wody, g - przyspieszenie ziemskie, h - głębokość jeziora.

Wskazówka: Ułóż równania gazu doskonałego w pęcherzyku na dnie i na powierzchni jeziora

$$p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1$$
$$p_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2$$

p_1 - całkowite ciśnienie na dnie jeziora, V_1 - objętość pęcherzyka na dnie jeziora, n - liczba moli, R - uniwersalna stała gazowa, T_1 - temperatura na dnie jeziora, p_2 - całkowite ciśnienie na powierzchni jeziora, V_2 - objętość pęcherzyka na powierzchni jeziora, T_2 - temperatura na powierzchni jeziora.

Wskazówka:

$$T_2 = \frac{p_a \cdot T_1}{p_a + h \cdot g \cdot \rho_w} \frac{1}{2} \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$$

r_2 - promień pęcherzyka na powierzchni jeziora, r_1 - promień pęcherzyka na dnie jeziora.

Odpowiedź: Temperatura na powierzchni jeziora wynosi około 6,9°C.

22 Zadanie – Entropia i porcja wody

Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-05, id: pl-termodynamika-0010000, diff: 1

Oblicz zmianę entropii wody o masie 53 g podczas przemiany jej stanu z ciekłego (płyn) w stan gazowy (para) w temperaturze wrzenia pod ciśnieniem 1 atm. Przyjmij ciepło parowania równe 2257 kJ/kg.

Wskazówka: Zmiana entropii $\Delta S = Q/T$, gdzie Q – ciepło, T – temperatura (w K).

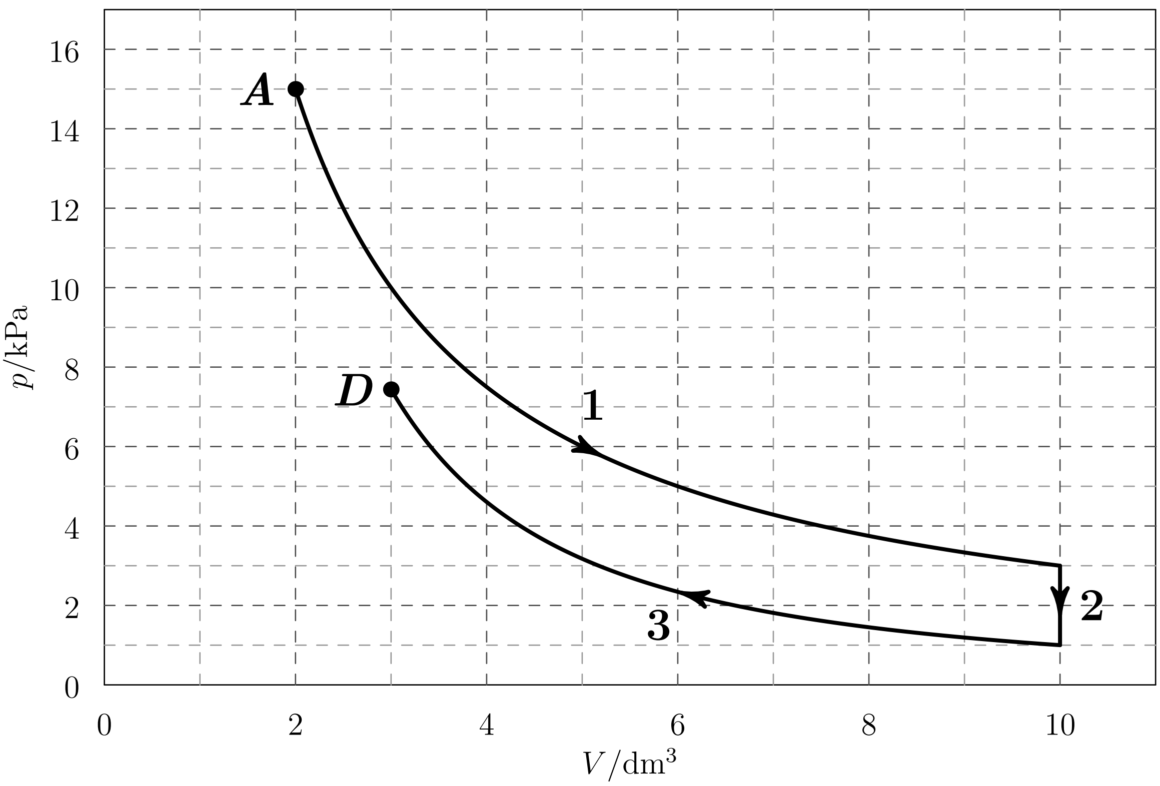
Wskazówka: $Q = mL$, gdzie m – masa wody, L – ciepło przemiany.

Odpowiedź: Zmiana entropii: $\Delta S \approx 119621$ J / 373 K ≈ 321 J/K.

23 Zadanie – Przemiany gazowe

Piotr Nieżurawski, update: 2018-05-14, id: pl-termodynamika-0020000, diff: 1

Ustalona porcja gazowego neonu przeszła przemiany 1, 2 i 3 przedstawione na poniższym wykresie, gdzie p oznacza ciśnienie gazu, a V jego objętość. Początkowo parametry gazu opisywał punkt A. Wiadomo, że przemiana 3 była adiabatyczna.
a) Podaj nazwy przemian 1 i 2. W przypadku przemiany 1 swoją hipotezę dotyczącą rodzaju przemiany sprawdź w 3 różnych punktach.
b) Dla każdej z przemian wskaż wielkości, które są zawsze równe 0 w trakcie tej przemiany.
c) Czy gaz w punkcie D ma większą temperaturę niż w punkcie A?
d) Czy z punktu D może ta porcja gazu dotrzeć do punktu A w przemianie izobarycznej?



Wskazówka: W przemianie 1 iloczyn pV jest stały.

Wskazówka: Dla gazu doskonałego $T \propto pV$.

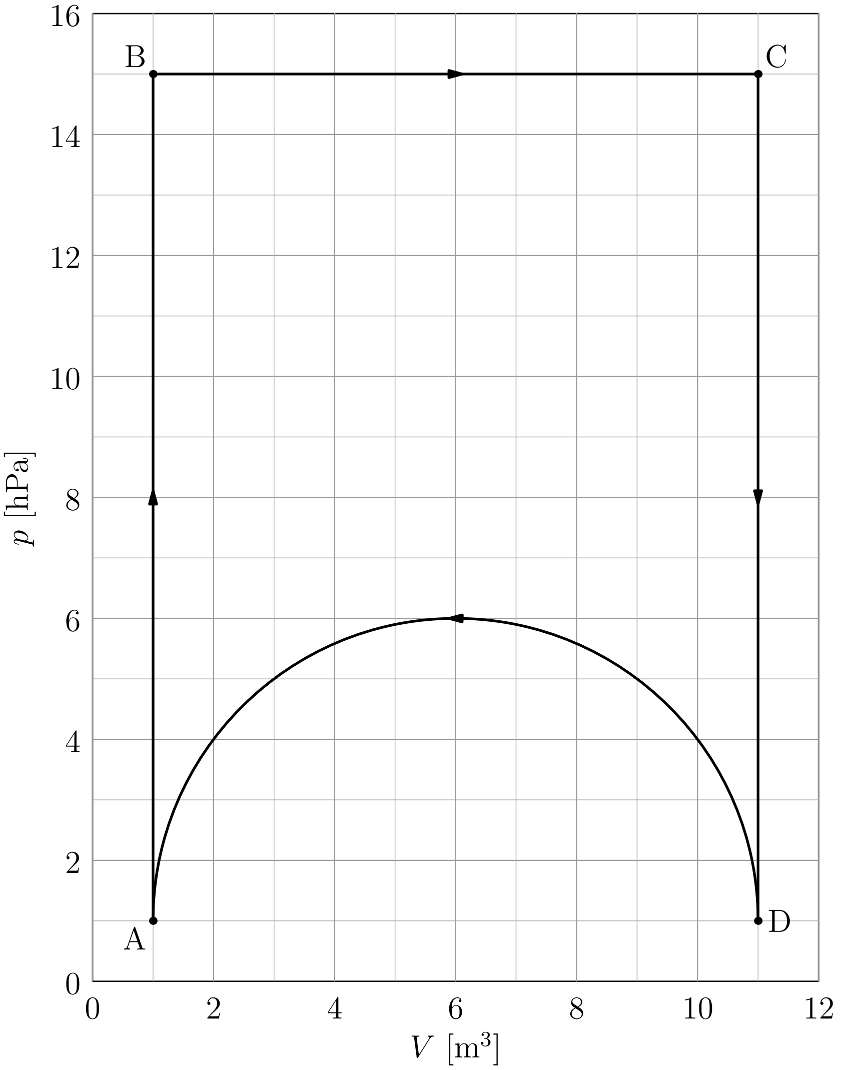
Odpowiedź:
a) Przemiana 1 to przemiana izotermiczna, gdyż pV ma zawsze tę samą wartość, np. $2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$ (w jednostkach kPa·dm^3). Przemiana 2 jest przemianą izochoryczną.
b) W trakcie przemiany 1 zmiana temperatury oraz zmiana energii wewnętrznej są równe 0, w trakcie przemiany 2 zmiana objętości oraz praca (wykonana nad gazem lub wykonana przez gaz), a w trakcie przemiany 3 wymienione z otoczeniem ciepło.
c) Nie. Iloczyn pV w punkcie A jest równy $2 \cdot 15 = 30$, a w punkcie D jest mniejszy niż $8 \cdot 3 = 24$

(w jednostkach kPa·dm^3).
d) Nie, gdyż ciśnienia w tych punktach są różne.

24 Zadanie – Praca wykonana przez gaz

Małgorzata Berajter, update: 2017-10-01, id: pl-termodynamika-0020100, diff: 2

Oblicz pracę wykonaną przez gaz podczas jednego cyklu przedstawionego na wykresie poniżej. Fragment DA ma kształt półokręgu.



Wskazówka: Praca wykonana przez gaz jest równa polu pod wykresem $p(V)$.

Wskazówka: Dolny fragment wykresu ma kształt półokręgu

$$W = \mathrm{AB} \cdot \mathrm{BC} - \frac{\pi}{2} r^2$$

Odpowiedź: Praca wykonana przez gaz wynosi około 10100 J.

25 Zadanie – Przemiany gazu doskonałego

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-termodynamika-0020200, diff: 2

W szczelnym naczyniu, zamkniętym tłokiem, znajduje się argon. Masa gazu jest równa 2 kg, a początkowa temperatura 25°C. Gaz poddano przemianie izobarycznej, dostarczając mu 880 J ciepła. Jaką pracę wykonał argon podczas rozprężania? Przyjmij, że masa molowa gazu wynosi 40 g/mol.

Wskazówka: Skorzystaj z równania gazu doskonałego.

Wskazówka: Zauważ, że w przemianie izobarycznej istnieje związek między zmianą objętości a zmianą temperatury.

Wskazówka:

$$C_p = \frac{Q}{n \cdot \Delta T}$$

C_p - molowe ciepło właściwe, Q - przekazane ciepło, n - liczba moli, ΔT - zmiana temperatury.

Wskazówka:

$$W = \frac{2}{5}Q$$

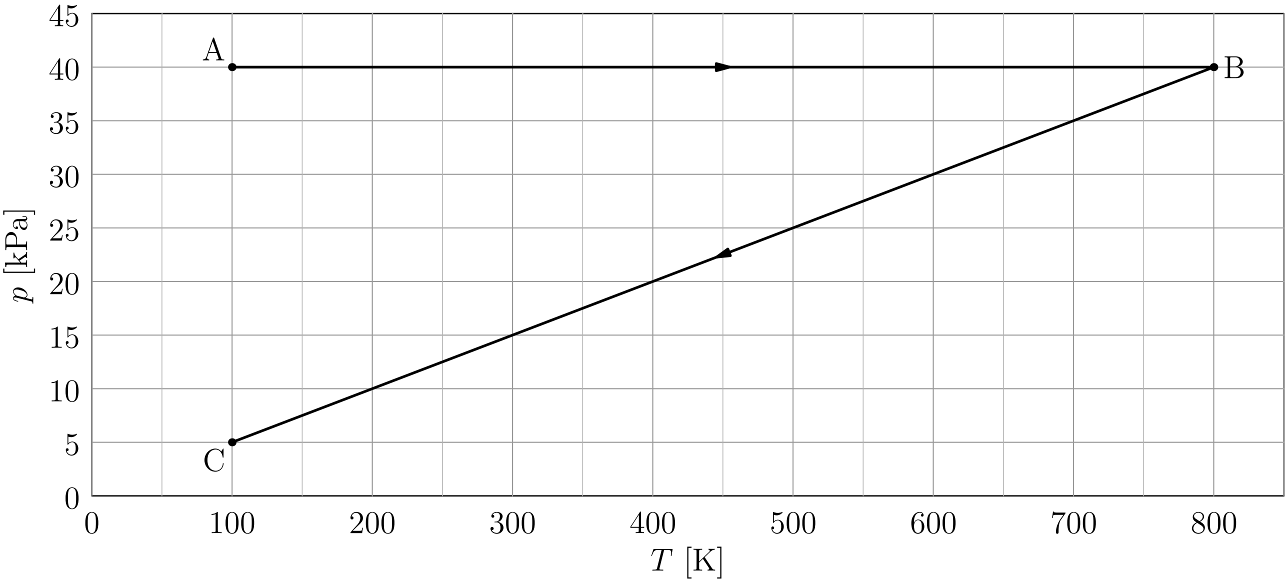
W - praca gazu.

Odpowiedź: Gaz wykonał pracę około 352 J.

26 Zadanie – Ciepło, energia wewnętrzna i praca w przemianach gazowych

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-termodynamika-0020300, diff: 2

Oblicz zmianę energii wewnętrznej gazu doskonałego, pracę wykonaną przez gaz oraz ciepło wymienione z otoczeniem podczas przemiany przedstawionej na wykresie poniżej. Przyjmij, że zmiana objętości wyniosła 0,3 m^3.



Wskazówka: Energia wewnętrzna zależy od temperatury.

Wskazówka: Praca wykonana przez gaz w przemianie izobarycznej (A-B)

$$W = p \cdot \Delta V$$

p - ciśnienie gazu, ΔV - zmiana objętości gazu.

Wskazówka:

$$\Delta U = W + Q$$

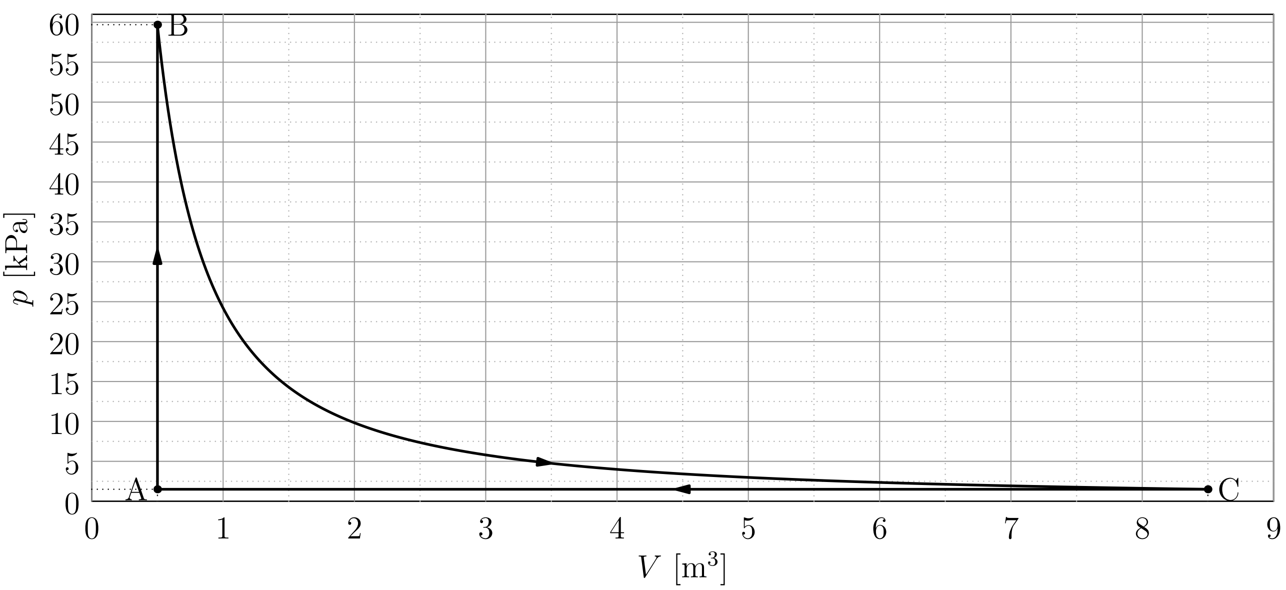
ΔU - zmiana energii wewnętrznej, W - praca wykonana nad gazem, Q - ciepło wymienione z otoczeniem.

Odpowiedź: Podczas przemiany energia wewnętrzna gazu nie zmieniła się. Praca jaką wykonał gaz wynosi 12000 J, z otoczenia pobrał 12000 J ciepła.

27 Zadanie – Ciepło oddane i pobrane

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-termodynamika-0020400, diff: 2

Jeden mol jednoatomowego gazu doskonałego jest poddawany przemianom przedstawionym na wykresie poniżej. Wiedząc, że przemiana B-C jest przemianą adiabatyczną oraz że ciśnienie w punkcie A jest równe 1,5 kPa, a w punkcie B ciśnienie wynosi 59,7 kPa, oblicz:
a) energię pobraną przez gaz z grzejnika;
b) energię oddaną chłodnicy;
c) wypadkową pracę w jednym cyklu silnika cieplnego, w którym gaz poddawany jest opisanym przemianom;
d) sprawność tego silnika.



Wskazówka: W przemianie A-B gaz pobiera ciepło

$$Q_{AB} = n \cdot C_v \cdot \Delta T$$

C_v - ciepło molowe przy stałej objętości.

Wskazówka: Korzystając z równania gazu idealnego dla stanów A, B

$$p_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A$$

$$p_B \cdot V_B = n \cdot R \cdot T_B$$

odejmując równania stronami i upraszczając równanie otrzymujemy związek między zmianą temperatury a zmianą ciśnienia

$$T_B - T_A = \frac{p_B \cdot V_B - p_A \cdot V_A}{n \cdot R}$$

T_B - temperatura w stanie B, T_A - temperatura w stanie A, p_B - ciśnienie w stanie B, p_A - ciśnienie w stanie A, V_B - objętość w stanie B, V_A - objętość w stanie A.

Wskazówka: Ciepło molowe przy stałej objętości dla gazu jednoatomowego jest równe $\frac{3}{2}R$.

Wskazówka: W przemianie C-A gaz oddaje ciepło

$$Q_{CA} = n \cdot C_p \cdot \Delta T$$

n - liczba moli, C_p - ciepło molowe przy stałym ciśnieniu, ΔT - zmiana temperatury gazu.

Wskazówka: Ciepło molowe przy stałym ciśnieniu dla gazu jednoatomowego jest równe $\frac{5}{2}R$.

Wskazówka: Praca wykonana przez gaz jest równa różnicy między ciepłem otrzymanym a oddanym

$$W = Q_{AB} + Q_{CA}$$

$$W = Q_{AB} - |Q_{CA}|$$

Wskazówka:

$$\eta = \left|\frac{W}{Q}\right|$$

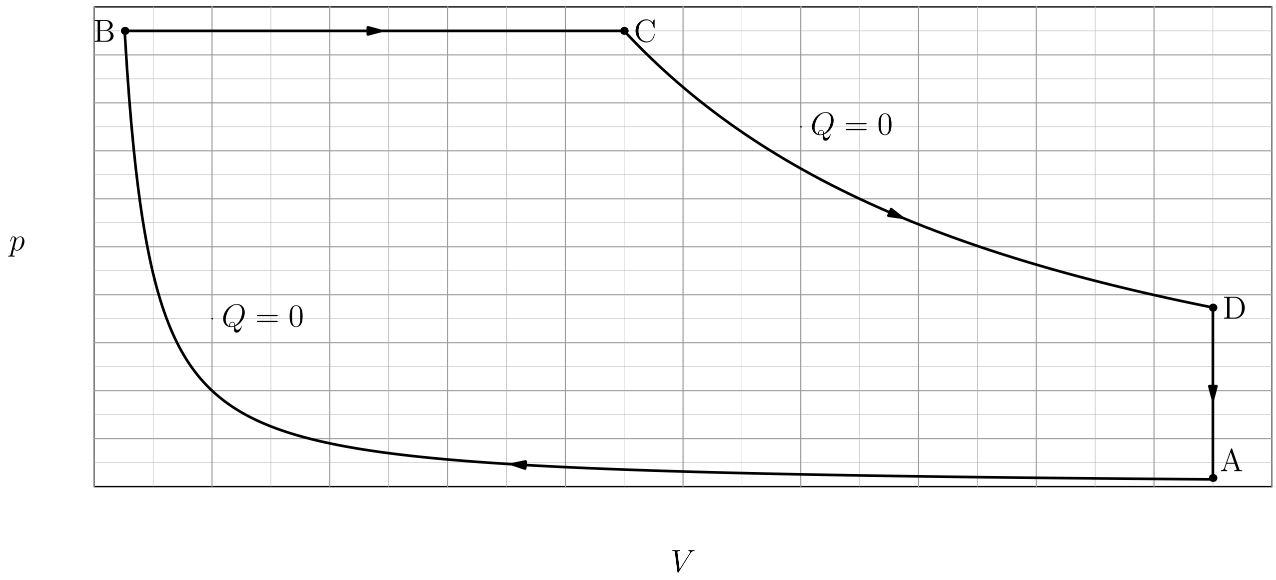
η - sprawność silnika, W - praca wykonana przez gaz, Q - przekazane ciepło.

Odpowiedź: Gaz pobrał z grzejnicy 43,7 kJ ciepła, a do chłodnicy oddał 30 kJ ciepła. Praca wykonana przez gaz wynosi 13,7 kJ, sprawność silnika jest równa 31%.

28 Zadanie – Cykl przemian gazu

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-termodynamika-0020700, diff: 3

Wyznacz sprawność cyklu dla ustalonej porcji gazu doskonałego przedstawionego na rysunku poniżej. Wynik przedstaw tylko w zależności od temperatur oraz stosunku ciepła właściwego w przemianie izobarycznej do ciepła właściwego w przemianie izochorycznej. Przemiany A-B oraz C-D są adiabatyczne. Dane są temperatury w punktach A, B, C, D.



Wskazówka:

$$\eta = \left|\frac{W}{Q}\right| = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}}$$

η - sprawność cieplna, W - praca wykonana przez gaz, Q - przekazane ciepło.

Wskazówka: Pobrane ciepło w przemianie izbarycznej

$$Q_{BC} = C_p \cdot n \cdot \Delta T = C_p \cdot n \cdot (T_C - T_B)$$

C_p - ciepło molowe w przemianie izobarycznej, ΔT - zmiana temperatury.

Wskazówka: Oddane ciepło w przemianie izochorycznej

$$Q_{DA} = C_v \cdot n \cdot \Delta T = C_v \cdot n \cdot (T_A - T_D)$$

C_v - ciepło molowe w przemianie izochorycznej.

Odpowiedź: Sprawność przedstawionego cyklu w zależności od temperatur:

$$\eta = 1 + \frac{1}{\kappa}\frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

κ - stosunek ciepła właściwego w przemianie izobarycznej do ciepła właściwego w przemianie izochorycznej, wykładnik adiabaty.

29 Zadanie – Przemiana adiabatyczna i izotermiczna

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-termodynamika-0020800, diff: 3

Porcję 2,3 kg argonu o temperaturze 609 K i ciśnieniu $3 \cdot 10^5$ Pa sprężono adiabatycznie, a następnie rozprężono izotermicznie. Ilość ciepła pobrana w procesie izotermicznym jest równa przyrostowi energii wewnętrznej gazu w procesie adiabatycznym i wynosi 232 kJ. Oblicz objętość i ciśnienie gazu po przemianie
a) adiabatycznej
b) izotermicznej.
Przyjmij, że masa molowa gazu wynosi 40 g/mol, a wykładnik adiabaty 1,66.

Wskazówka: Wyznacz początkową objętość gazu z równania gazu doskonałego.

Wskazówka: W przemianie adiabatycznej praca jest równa:

$$W = \int_1^2 p \cdot dV = \frac{p_1 \cdot {V_1}^{\chi}}{1-\chi}\left({V_2}^{1-\chi} - {V_1}^{1-\chi}\right)$$

a w przemianie izotermicznej:

$$W = \int_2^3 p \cdot dV = n \cdot R \cdot T_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

W - praca gazu, p - ciśnienie gazu, V - objętość gazu, χ - wykładnik adiabaty, p_1 - początkowe ciśnienie, V_1 - początkowa objętość, V_2 - objętość po przemianie adiabatycznej, V_3 - objętość po przemianie izotermicznej, T_2 - temperatura po przemianie izotermicznej.

Wskazówka: Objętość gazu po przemianie adiabatycznej obliczysz, korzystając ze wzoru na pracę w przemianie adiabatycznej.

Wskazówka: Korzystając z równań Poissona, oblicz ciśnienie oraz temperaturę po przemianie adiabatycznej:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\chi}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\chi-1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}$$

Wskazówka: Objętość gazu po przemianie izotermicznej obliczysz, korzystając ze wzoru na pracę w przemianie izotermicznej

$$V_3 = V_2 \exp\left(\frac{W}{n \cdot R \cdot T_2}\right)$$

Wskazówka: Wyznacz końcowe ciśnienie gazu z równania gazu doskonałego.

Odpowiedź: Po przemianie adiabatycznej parametry gazu wynoszą 0,64 m^3, $6{,}05 \cdot 10^5$ Pa. Po przemianie izotermicznej parametry gazu wynoszą 1,16 m^3, $3{,}31 \cdot 10^5$ Pa.

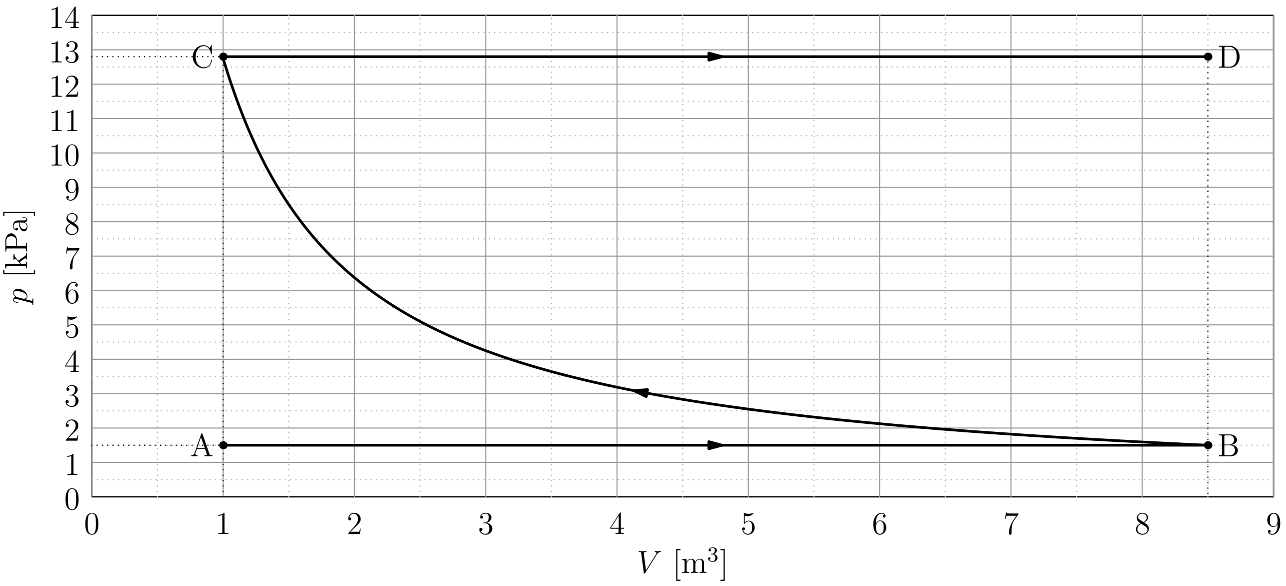
30 Zadanie – Entropia gazu

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-termodynamika-0021000, diff: 3

Zmianę entropii gazu doskonałego wyraża uniwersalny dla każdej przemiany wzór.

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_k}{V_p} + n \cdot C_v \cdot \ln \frac{T_k}{T_p}$$

n - liczba moli, R - uniwersalna stała gazowa, V_k - objętość końcowa, V_p - objętość początkowa, C_v - ciepło molowe przy stałej objętości, T_k - temperatura końcowa, T_p - temperatura początkowa.
Jeden mol jednoatomowego gazu doskonałego został poddany przemianie izotermicznej i dwóm przemianom izobarycznym. Końcowe ciśnienie gazu jest równe 12,8 kPa. Korzystając z przedstawionego wzoru oraz wykresu poniżej, oblicz zmianę entropii dla każdego z trzech procesów. Zinterpretuj otrzymane wyniki.



Wskazówka: Zmianę entropii w przemianie izobarycznej można zapisać

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_B}{V_A} + n \cdot C_v \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\Delta S = n \cdot C_p \ln \frac{V_B}{V_A}$$

ΔS - zmiana entropii, n - liczba moli, R - uniwersalna stała gazowa, V_B - ciśnienie w stanie B, V_A - ciśnienie w stanie A, T_A - temperatura w stanie A, T_B - temperatura w stanie B, C_v - ciepło molowe przy stałej objętości, C_p - ciepło molowe przy stałym ciśnieniu.

Wskazówka: Dla przemiany izotermicznej zmianę entropii można zapisać

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_C}{V_B} + n \cdot C_v \cdot \ln \frac{T_C}{T_B}$$

ponieważ temperatura jest stała, ostatni człon równania wynosi zero,

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_C}{V_B}$$

Odpowiedź: Zmiana entropii w procesie A-B jest równa 44,5 J/K, o tyle samo entropia zmienia się w procesie C-D. Można zauważyć, że zmiana entropii w procesie izobarycznym zależy tylko od zmiany objętości gazu i ciepła molowego przy stałym ciśnieniu. W procesie B-C zmiana entropii wynosi $-17{,}8$ J/K. Przemiany przedstawione na wykresie odpowiadają sytuacji, w której gaz jest zamknięty w pojemniku z ruchomym tłokiem. Przemiany A-B i C-D przedstawiają izobaryczne rozprężanie gazu, przemiana B-C izotermiczne sprężanie gazu. Czasami entropia jest określana jako miara nieuporządkowania gazu. W stanie A cząsteczki mogą zajmować mniejszą objętość pojemnika niż w stanie B. Są bardziej ściśnięte i „uporządkowane” niż w stanie B. Także temperatura w stanie A jest niższa - można powiedzieć, że ruch cząsteczek jest bardziej „uporządkowany”. Gaz, rozprężając się, zwiększa zajmowaną objętość pojemnika, cząsteczki są bardziej „nieuporządkowane”. Również temperatura rośnie. W przemianie A-B entropia wzrasta. W przemianie izotermicznej B-C ściskając gaz, zmniejszamy zajmowaną przez niego objętość. Cząsteczki w stanie C są bardziej „uporządkowane” przestrzennie niż w stanie B. W przemianie B-C entropia gazu maleje. W przemianie C-D gaz zachowuje się tak samo, jak w przemianie A-B, rozpręża się. Entropia gazu rośnie.

31 Zadanie – Równanie van der Waalsa

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-termodynamika-0022000, diff: 3

Porcję 2,1 kg chloru ogrzano od temperatury 420 K do temperatury 510 K. Podczas przemiany objętość gazu wzrosła od 4 m^3 do 8 m^3. Zakładając, że gaz spełnia równanie van der Waalsa, oblicz zmianę energii wewnętrznej gazu. Załóż, że masa molowa użytego gazu to 35 g/mol, ciepło molowe przy stałej objętości 12,8 J/(K·mol), a stałe występujące w równaniu van der Waalsa $a = 0{,}658$ J·m^3/(mol)^2, $b = 0{,}056 \cdot 10^{-3}$ m^3/mol.

Wskazówka: Równanie van der Waalsa dla dowolnej masy gazu ma postać:

$$(p + \frac{n^2 \cdot a}{V^2})(V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$$

p - ciśnienie gazu, n - liczba moli, a - stała uwzględniająca oddziaływania między cząsteczkami, V - objętość gazu, b - stała uwzględniająca rozmiary gazu, R - uniwersalna stała gazowa, T - temperatura gazu.

Wskazówka:

$$U(T,V)$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

$$dU = C_v \cdot dT + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p\right] dV$$

dU - zmiana energii wewnętrznej gazu, C_v - ciepło molowe przy stałym ciśnieniu.

Wskazówka: Ciśnienie wyznaczone z równania van der Waalsa jest równe

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - n \cdot b} - \frac{n^2 \cdot a}{V^2}$$

Wskazówka:

$$\Delta U = n \cdot C_v(T_2 - T_1) - n^2 \cdot a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right)$$

Odpowiedź: Zmiana energii wewnętrznej gazu wynosi 69,4 kJ.